

**UNIVERSIDADE DE UBERABA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MESTRADO ACADÊMICO EM EDUCAÇÃO**

JANAIRA PEREIRA CARVALHO

**O ENSINO-APRENDIZAGEM DE PROPORCIONALIDADE NO 7º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL COM FOCO NO ENSINO DESENVOLVIMENTAL**

Uberaba-MG

2024

JANAIRA PEREIRA CARVALHO

**O ENSINO-APRENDIZAGEM DE PROPORCIONALIDADE NO 7º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL COM FOCO NO ENSINO DESENVOLVIMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade de Uberaba como requisito para a obtenção do título de Mestre em Educação, sob a orientação da Prof.^a Dra. Marilene Ribeiro Resende.

Linha de pesquisa: Desenvolvimento Profissional, Trabalho Docente e Processo Ensino-Aprendizagem.

Uberaba-MG

2024

Catálogo elaborado pelo Setor de Referência da Biblioteca Central UNIUBE

C253e Carvalho, Janaira Pereira.
O ensino-aprendizagem de proporcionalidade no 7º ano do ensino fundamental com foco no ensino desenvolvimental / Janaira Pereira Carvalho. – Uberaba, 2024.
173 f. : il., color.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de Uberaba. Programa de Pós-Graduação em Educação. Linha de pesquisa: Desenvolvimento Profissional, Trabalho Docente e Processo de Ensino-Aprendizagem.
Orientadora: Profa. Dra. Marilene Ribeiro Resende.

1. Ensino. 2. Educação básica. 3. Educação. 4. Álgebra. 5. Aprendizagem. I. Resende, Marilene Ribeiro. II. Universidade de Uberaba. Programa de Pós-Graduação em Educação. III. Título.

CDD 371.102


Janaira Pereira Carvalho

O ENSINO-APRENDIZAGEM DE PROPORCIONALIDADE NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL COM FOCO NO ENSINO DESENVOLVIMENTAL


Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação, da Universidade de Uberaba, como requisito final para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Aprovado em 13/08/2024.


BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 **MARILENE RIBEIRO RESENDE**
Data: 21/08/2024 11:49:52-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^â Dr.^â Marilene Ribeiro Resende
(Orientadora)
UNIUBE - Universidade de Uberaba.

Documento assinado digitalmente
 **FABIANA FIOREZI DE MARCO MATOS**
Data: 13/08/2024 17:40:55-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr.^{ew} Fabiana Fiorezi de Marco
UFU — Universidade Federal de Uberlândia.

Documento assinado digitalmente
 **ADRIANA RODRIGUES**
Data: 23/08/2024 07:25:12-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^â Dr.^{pâ} Adriana Rodrigues
UNIUBE — Universidade de Uberaba.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente elevo meu pensamento ao alto para dar graças a Deus e reconhecer sua presença a cada passo dado nessa minha jornada. Agradeço à família e aos amigos que me acompanharam e torceram pelo meu sucesso. Em especial, ao meu marido Washington, que sempre esteve junto me apoiando e me incentivando. À minha mãe Doracy e à minha filha Thaís, que deram suporte emocional, sempre parceiras nesse processo. Aos meus irmãos José Otávio e Jaciara, que contribuíram com ideias, diálogos, e como ouvintes. Agradeço à minha amiga Soraia pela troca e parceria que contribuíram imensamente para meu crescimento. E meu agradecimento especial à orientadora Dr^a. Marilene Ribeiro Resende que conduziu o processo investigativo com amor, zelo e compartilhando generosamente o seu conhecimento.

Trabalho desenvolvido com o apoio da SEE/MG, no âmbito do Projeto de Formação Continuada e Desenvolvimento Profissional dos Servidores da Educação do Estado de Minas Gerais, Trilhas de Futuro - Educadores, nos termos da Resolução SEE N° 4.707, de 17 de fevereiro de 2022.

RESUMO

Essa pesquisa é financiada pelo projeto Trilhas de Futuro do Governo do estado de Minas Gerais e insere-se na Linha de Pesquisa Desenvolvimento Profissional, Trabalho Docente e Processo de Ensino-aprendizagem e em um projeto mais amplo intitulado “Conteúdos algébricos na Educação Básica: discussões e propostas na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural” financiado pela FAPEMIG. O presente estudo toma como objeto o ensino de Proporcionalidade no Ensino Fundamental. É orientado pela seguinte questão: As propostas de ensino-aprendizagem de Proporcionalidade no 7º ano do Ensino Fundamental, presentes nos documentos orientadores, no livro didático e nos sentidos e significados atribuídos pelos professores de matemática acerca do conteúdo de proporcionalidade possibilitam a apropriação desse conceito e favorecem o ensino na perspectiva desenvolvimental? O conceito de Proporcionalidade é crucial na matemática e em outras áreas, apresentando desafios no ensino-aprendizagem. Este estudo visa analisar o ensino desse tema no 7º ano do Ensino Fundamental, visando a aprendizagem conceitual, na perspectiva do Ensino Desenvolvimental. A pesquisa orienta-se pela perspectiva histórico-cultural alicerçada pelos autores Vygotsky (2009), Leontiev (1983, 1978) e Davidov (1982 e 1988). A metodologia inclui uma pesquisa bibliográfica e uma pesquisa documental, que devem fundamentar o objeto de estudo. A análise de documentos normativos da educação, como Parâmetros Curriculares Nacionais, Base Nacional Comum Curricular, Currículo Referência de Minas Gerais, que articulam o ensino e conduzem as políticas públicas educacionais, é necessária para que se compreenda a proposta de ensino da matemática que vigora em nosso País e em Minas Gerais, e, mais especificamente, do ensino da Álgebra. Em seguida, realiza-se uma pesquisa de campo com entrevista semiestruturada para produção de material empírico com a colaboração de professores que atuam com o ensino de matemática na rede estadual de ensino de Uberaba. O método para análise dos dados é o dos Núcleos de Significação que tem como base as orientações de Aguiar e Ozella (2013). Evidenciaram-se quatro núcleos de significação, que revelam os sentidos e os significados atribuídos pelos participantes ao objeto de pesquisa: 1) Os docentes escolhem ser professor de matemática porque têm afinidade com a área, mas relatam frustração, porque, na prática, enfrentam desafios ao lidar com o sujeito que aprende na sua complexidade; 2) As concepções de Álgebra dos professores baseiam-se em nexos externos como letras, abstração e generalização empíricas; 3) Prevalece uma racionalidade prática nas estratégias didáticas as quais variam de acordo com as vivências e experiências em um processo de acerto e erro e moldam-se às dificuldades enfrentadas na tentativa de amenizá-las; 4) Equilibrar o descompasso entre as normativas, o currículo, o plano de curso, os livros didáticos com avaliações externas e a realidade de sala de aula gera metas que os professores não conseguem atender. A partir de todas as análises, constata-se não haver indícios significativos de propostas de ensino de Proporcionalidade para o 7º ano do E. F. que conduzam à assimilação e à apropriação desse conceito, na perspectiva da aprendizagem conceitual e do Ensino Desenvolvimental, cujos pressupostos encontram-se na Teoria Histórico-Cultural. Observa-se que os sentidos atribuídos pelos professores ao ensino de álgebra, traduzidos nos núcleos de significação, correspondem a um conteúdo abstrato, marcado pelo uso das letras, pela superficialidade na compreensão dos símbolos e pelas generalizações empíricas. Essas significações também afetam o ensino de proporcionalidade, apesar de esse conteúdo ser considerado por esses professores, como mais acessível aos alunos.

Palavras-chave: Ensino Desenvolvimental; proporcionalidade; álgebra; teoria histórico-cultural; educação básica.

ABSTRACT

This research is funded by the "Trilhas de Futuro" project of the Government of the State of Minas Gerais and falls under the Research Line of Professional Development, Teaching Work, and the Teaching-Learning Process, as well as a broader project entitled "Algebraic Content in Basic Education: Discussions and Proposals from the Historical-Cultural Theory Perspective" funded by FAPEMIG. The present study focuses on the teaching of Proportionality in Elementary Education. It is guided by the following question: Do the teaching-learning proposals for Proportionality in the 7th year of Elementary Education, as presented in guiding documents, textbooks, and in the meanings attributed by mathematics teachers to the content of proportionality, enable the appropriation of this concept and favor teaching from a developmental perspective? The concept of Proportionality is crucial in mathematics and other areas, presenting challenges in teaching and learning. This study aims to analyze the teaching of this topic in the 7th year of Elementary Education, focusing on conceptual learning from a developmental perspective. The research is guided by a historical-cultural perspective grounded in the works of Vygotsky (2009), Leontiev (1983, 1978), and Davidov (1982 and 1988). The methodology includes a literature review and a documentary research that underpins the research object. The analysis of normative educational documents, such as the National Curriculum Parameters, the Common National Curriculum Base, and the Minas Gerais Reference Curriculum, which articulate teaching and guide public educational policies, is necessary to understand the mathematics teaching proposal in our country and in Minas Gerais, and more specifically, the teaching of Algebra. Next, a field research is conducted through semi-structured interviews to produce empirical material with the collaboration of teachers who work in the state public education system in Uberaba. The method for data analysis is the Meaning Nuclei approach based on the guidance of Aguiar and Ozella (2013). Four meaning nuclei were identified, revealing the senses and meanings assigned by participants to the research object: 1) Teachers choose to be mathematics teachers because they have an affinity for the area, but express frustration because, in practice, they face challenges dealing with the learner's complexity; 2) Teachers' conceptions of Algebra are based on external connections such as letters, abstraction, and empirical generalization; 3) Practical rationality predominates in teaching strategies, which vary according to experiences in a process of trial and error and are shaped by the difficulties faced in an attempt to alleviate them; 4) Balancing the dissonance among norms, the curriculum, the course plan, textbooks with external assessments, and the reality of the classroom generates goals that teachers struggle to meet. From all analyses, there are no significant indications of teaching proposals for Proportionality for the 7th year of Elementary Education that lead to the assimilation and appropriation of this concept from the perspective of conceptual learning and Developmental Teaching, whose assumptions are found in Historical-Cultural Theory. It is observed that the meanings attributed by teachers to algebra teaching, as reflected in the meaning nuclei, correspond to an abstract content, characterized by the use of letters, superficial understanding of symbols, and empirical generalizations. These meanings also affect the teaching of proportionality, despite this content being considered by these teachers as more accessible to students.

Keywords: Developmental Teaching; proportionality; algebra; historical-cultural theory; basic education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Concepções de Álgebra/PCN.....	62
Figura 2 – Balança: representação de igualdade por equilíbrio.....	71
Figura 3 – Esquema simbólico.....	71
Figura 4 – Retas paralelas cortadas por transversais.....	74
Figura 5 – Teorema de Tales.....	75
Figura 6 – Procedimento de multiplicação e divisão egípcio.....	79
Figura 7 – Cálculo da altura da pirâmide.....	82
Figura 8 – Os nexos fundamentais do conceito de Proporcionalidade.....	87
Figura 9 – Mapa conceitual dos fenômenos estudados de Proporcionalidade.....	88
Figura 10: Fenômeno da pressão atmosférica.....	92
Figura 11: Exemplificação arquitetura de recepção de dados GPS.....	94
Figura 12- Tópicos de conexão para ensino de Proporcionalidade no 7º ano do E.F.....	106

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Abrangência do descritor Proporcionalidade em teses e dissertações na CAPES e na BDTD, 2023.....	21
Gráfico 2 – Distribuição dos resultados da pesquisa por área de conhecimento em teses e dissertações na CAPES e na BDTD, 2023.....	21
Gráfico 3 – Evolução das proficiências médias no Saeb em matemática no 9º ano do E.F. Brasil- 2011 a 2021.....	56
Gráfico 4 – Proficiência média no Saeb em Matemática no 9º do E. F. - Unidade da Federação – 2021.....	57
Gráfico 5 - Evolução da nota de matemática e português para 9º do E.F. Saeb /Uberaba.....	58
Gráfico 6 – Função linear.....	76

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Cenários para construção do conceito de Proporcionalidade	77
Quadro 2 - Plano de Curso do Estado de Minas Gerais-Objeto Proporcionalidade-2023 ...	105
Quadro 3 - Dados dos livros didáticos analisados	107
Quadro 4 - Unidade de análise nos livros didáticos - O conceito de Proporcionalidade	108
Quadro 5 - Perfil profissional docente	120
Quadro 6 - Processo de apreensão do núcleo de significação 1	123
Quadro 7 - Processo de apreensão do núcleo de significação 2	131
Quadro 8 - Processo de apreensão do núcleo de significação 3	138
Quadro 9 - Processo de apreensão do núcleo de significação 4	146

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Escala SAEB – Níveis de desempenho para o 9º ano do Ensino Fundamental	56
Tabela 2 - Resultado SIMAVE 2021 - Percentual de estudantes por padrão de desempenho- MG-Matemática	59
Tabela 3 - Resultado SIMAVE 2021 - Percentual de estudantes por padrão de desempenho- Uberaba-Matemática	59
Tabela 4 - Unidade temática Álgebra: habilidades da avaliação PROEB-2021	59
Tabela 5 - Multiplicação 15×54	78
Tabela 6 - Multiplicação 9×16	78
Tabela 7 - Divisão $15x?=195$	78
Tabela 8 - Divisão $1/4x?=5$	78

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANFOPE	Associação Nacional pela Formação dos Profissionais da Educação
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CONEP	Comissão Nacional de Ética em Pesquisa
CRMG	Currículo Referência de Minas Gerais
DCNs	Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica
E.F.	Ensino Fundamental
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
MEC	Ministério da Educação
MG	Minas Gerais
MS	Mato Grosso do Sul
OCDE	Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PPP	Projeto Político Pedagógico
PROEB	Programa de Avaliação da Rede Pública de Educação Básica
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SECNS	Secretaria Executiva do Conselho Nacional de Saúde
SIMAVE	Sistema Mineiro de Avaliação e Equidade da Educação Pública

SUMÁRIO

1. APRESENTAÇÃO	14
1.1 INTRODUÇÃO	16
1.2 Aspectos metodológicos da pesquisa	24
2. ORIGENS E CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL E DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM	27
2.1 Alguns aspectos das origens da Teoria Histórico-Cultural: Vygotsky e Leontiev	27
2.2 Formação do pensamento teórico-científico: contribuições de Davidov	34
2.3 Pensando o ensino-aprendizagem na perspectiva do Ensino Desenvolvidor e da formação de conceitos	41
3. TECENDO CONEXÕES: EXPLORANDO O ENSINO DE ÁLGEBRA E PROPORCIONALIDADE	54
3.1 A Álgebra e o seu ensino – alguns elementos empíricos e teóricos	55
3.2 Nexos lógico e histórico do conceito de Proporcionalidade	67
4. UM OLHAR SOBRE OS DOCUMENTOS ORIENTADORES DO ENSINO DA MATEMÁTICA E OS LIVROS DIDÁTICOS	96
5. SENTIDOS E SIGNIFICAÇÕES DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA REDE PÚBLICA ESTADUAL DE UBERABA	115
5.1 A seleção das escolas e dos participantes	116
5.2 O perfil dos participantes.	120
5.3 Os Núcleos de Significação...	122
5.3.1 O Núcleo de Significação 1	123
5.3.2 O Núcleo de Significação 2	131
5.3.3 O Núcleo de Significação 3	137
5.3.4 O Núcleo de Significação 4	146
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	154
REFERÊNCIAS	159
APÊNDICES	165

1. APRESENTAÇÃO

Pode ser que falar de matemática para alguns pareça assustador e desafiador, enquanto para outros seja algo espontâneo e gratificante. Para mim, quando criança, era algo carregado de castigo e fracasso. Minhas primeiras lembranças, ainda como uma pequena estudante, era o medo que sentia quando tinha que “estudar” a tabuada. Esperava o momento em que minha mãe viria “tomar” as continhas de vezes, para saber se eu havia decorado todos os fatos na “ponta da língua”. Não entendia muito a importância daquilo, mas era evidente que minha mãe e minha professora ansiavam por eu sabê-los de “cor e salteado”. Porém, minha pouca habilidade de “decoreba” ou memorização, fadavam-me ao fracasso nessa empreitada. O que ocasionalmente resultava em alguns castigos e mais horas sentada de frente àquele livrinho de páginas amareladas ao qual eu já cultivava grande desamor.

Os adultos, principalmente minha mãe e a professora, esforçavam-se para que eu memorizasse os fatos fundamentais da multiplicação. Hoje aprecio todo aquele empenho e entendo o propósito e a preocupação que aqueles que me amam tiveram com minha educação.

Tendo vencido aquele importante desafio, tudo o mais correu satisfatoriamente. Mas aquela memória afetiva positiva ou negativa me marcou definitivamente. Quanto à matemática, minha relação caminhou mais para o amor do que para o ódio. Aprendi, certo ou errado, que para conseguir compreendê-la bastava seguir as regras, aplicar os passos, as fórmulas e tudo daria certo. E assim eu segui estudando a matemática, ficando orgulhosa por saber chegar nas respostas corretamente. Meus livros da juventude me ajudaram nesse entendimento. Eram de um tipo que não vemos muito hoje em dia. Começava por apresentar um modelo simples de resolução seguido de uma lista de exercícios para treinar. Era fácil e muito objetivo para mim. Encontrava satisfação em resolver corretamente listas de exercícios que aumentavam gradualmente a dificuldade, sempre precedidas de exemplos do tipo siga o modelo.

Assim, por anos, aprendi matemática. E tudo fazia sentido. Na resolução de problemas, era só extrair os dados e aplicar o método estudado. Não me atentava para análise do que aquele resultado inferia na situação apresentada ou ainda o que ele significava. Bastava que o cálculo estivesse certo.

Já no Ensino Médio, a matemática contribuía para uma boa compreensão da física e química. Porém, essas áreas me forçavam a fazer análises que iam além do “calcule”. Até mesmo a matemática já não era “siga o modelo”. Então chegando ao Ensino Superior optei por estudar

matemática, principalmente pela minha inclinação aos números e cálculos. Começava ali, uma busca por compreender a matemática sob outra ótica, por meio das vivências e experiências que meus professores proporcionavam.

Dividia meu tempo entre a formação acadêmica, o trabalho, minha filha e marido. Como mãe, busquei alternativas para ensinar a temida tabuada. Assim pude aprender outras formas de pensar esse processo. Utilizava sequências numéricas, padrões, músicas e construções lógicas. Já como professora encontrei o desafio de ensinar algumas crianças, que como eu, tinham dificuldade de memorizar. Dessa forma tive diversas oportunidades de utilizar diferentes abordagens, inclusive o raciocínio proporcional.

Embora minha trajetória e carreira docentes tenham me proporcionado experiências importantes, foi durante o mestrado que pude aprofundar no estudo de bases teóricas que fundamentam as práticas educativas. Nesse sentido, o ingresso no Mestrado, aliado ao estudo de pesquisas aprofundadas sobre educação e educação matemática, foi essencial para enriquecer tanto meu conhecimento quanto minha prática pedagógica.

Um exemplo claro dessa evolução teórica e prática foi o contato com a Teoria Histórico-Cultural, na disciplina intitulada Didática: teoria e prática, a qual nos ajuda a compreender a matemática como uma construção histórica e social. Essa abordagem amplia a visão sobre o papel da matemática, que, como destacam Sousa, Panossian e Cedro (2014), é fundamental para o desenvolvimento do pensamento crítico, lógico-dedutivo e criativo. Tais habilidades são indispensáveis para a resolução de problemas e para lidar com as demandas da vida em sociedade, ressaltando a importância desse campo do saber. Como afirmam os autores, “A matemática é reconhecida como um dos conhecimentos imprescindíveis na formação geral do indivíduo” (Sousa, Panossian e Cedro, 2014, p. 16). Assim, o Mestrado, ao fornecer um estudo mais profundo dessas teorias, não apenas ampliou minha visão sobre a matemática, mas também reforçou seu papel vital no desenvolvimento.

1.1 INTRODUÇÃO

Dada a importância do desenvolvimento do pensamento matemático para a formação humana, devemos considerar que ela é culturalmente tida, pelos alunos e pelos professores, como sendo uma matéria desafiadora e difícil. Essa perspectiva contribui para o desenvolvimento de sentimentos de desânimo e desinteresse por parte do aprendiz, fortalecendo sua crença de que não possui competência para aprender matemática. Esse quadro é possivelmente intensificado, como afirma Sforni (2004, p. 10), pelo fato de “que a escola encontra sérias dificuldades em cumprir uma função formadora.” Na concepção da autora, o conhecimento se torna significativo quando “se transforma em instrumento cognitivo do aluno, ampliando tanto o conteúdo quanto a forma do seu pensamento.” (Sforni, 2004, p. 12). Por isso essa pesquisa pauta-se na busca por um fazer melhor, com aproximações das contribuições da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria do Ensino Desenvolvimental.

O ambiente escolar, como espaço de reflexão, análise, articulação de conhecimentos, cultura e aprendizagem pode contribuir para a formação intelectual e humana. O Brasil apresenta um campo de pesquisa em educação matemática que vem se fortalecendo desde o final do século XX. Tais pesquisas podem contribuir para o aprimoramento do ensino da matemática em sala de aula, e esse é o caminho para a promoção de mudanças nas práticas educativas desenvolvimentais. Entretanto, essas pesquisas precisam ser consideradas na definição das políticas e precisam chegar à escola, à sala de aula.

Investimentos em pesquisas e no aprimoramento profissional docente fazem-se necessários para melhoria da oferta de ensino no Brasil. Atualmente, o desempenho de nossos estudantes em matemática, apontado por resultados em avaliações sistêmicas, ainda é baixo. O desempenho médio dos alunos brasileiros de 15 anos de idade no Programa da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) e para o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) (Brasil, 2022a), em matemática, foi de 379, em 2022. Isso representa uma redução de 5 pontos na nota geral em comparação a 2018, abaixo da média da OCDE que é de 472. O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) ainda divulga que 73% dos estudantes brasileiros tiveram desempenho abaixo do nível 2, considerado pela OCDE, o padrão mínimo para que os jovens possam exercer plenamente sua cidadania. Apenas 1% dos estudantes brasileiros atingiram o nível 5, considerado alto desempenho (Brasil, 2023).

Uma consulta ao último Censo escolar brasileiro, mostrou um crescimento abrupto das taxas de aprovação da rede pública entre 2020 e 2021, quando comparadas com o período pré-pandêmico (2019). Nesse portal, observam-se também os resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que, em 2021, apresentaram uma proficiência média nacional de 256, em uma escala que vai de 0 a 500, resultado obtido pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, em matemática. Esse dado é 7 pontos inferior ao da edição do Saeb de 2019, que foi de 263. Entretanto, o aumento no número de aprovações em período pandêmico não é proporcional à melhora no desempenho dos alunos em matemática, visto que os critérios de avaliação foram alterados durante esse período, objetivando minimizar a retenção e o abandono escolar. Analisou-se também o desempenho dos alunos mineiros no Saeb, que foi de 262,1, levemente superior à média nacional.

Para compreender melhor o desempenho dos alunos da rede pública de Minas Gerais, buscou-se também os resultados dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental da rede estadual de ensino. Em pesquisa realizada na plataforma do Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública – SIMAVE (Minas Gerais, 2023) identificou-se que a proficiência média dos alunos da rede estadual mineira, em matemática, na avaliação sistêmica do Programa de Avaliação da Rede Pública de Educação Básica (PROEB), foi de aproximadamente 250 do total de 1000 pontos no ano de 2021. Esse resultado é inferior a 2019, com 254, e a 2018, com 256. Já em 2022, o PROEB apresentou uma nova queda de 6 pontos no desempenho médio dos alunos em matemática, para esse ano de escolaridade, que registrou 244. Além da queda no desempenho médio dos alunos, é possível observar na plataforma que 36% dos alunos que participaram da edição de 2022 encontram-se em níveis de proficiência baixo, 52% em nível intermediário (considerado abaixo do esperado), 10% em nível recomendado e apenas 2%, em nível avançado (Minas Gerais, 2023).

Houve um aumento expressivo na porcentagem de alunos nos níveis abaixo do esperado. Esses indicadores auxiliam-nos a compreender se há avanços ou retrocessos na educação em sucessivos ciclos de avaliação. É claro que não podem ser ignoradas as consequências do isolamento social imposto pela pandemia de Covid-19¹, que afastou as crianças da escola.

É importante observarmos que as avaliações de grande escala como o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e o Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública (SIMAVE), oferecem um panorama da eficácia da aprendizagem dos alunos em âmbitos nacional,

¹ O COVID-19, causado pelo coronavírus SARS-CoV-2, foi declarado uma pandemia pela Organização Mundial da Saúde em março de 2020, impactando drasticamente a saúde pública, a economia e os sistemas educacionais em todo o mundo, gerando desafios especialmente significativos no ensino devido ao fechamento de escolas e à necessidade de adaptação a modelos de educação remota.

regional, municipal e institucional. Esses dados fornecem informações essenciais para gestão de políticas públicas da qualidade do ensino como mecanismo de controle.

Há um valor significativo no esforço realizado pelo Brasil para acompanhar de forma sistemática os avanços e as dificuldades dos alunos. Os métodos utilizados para avaliar os estudantes em cada ano letivo geram informações cruciais. No entanto, destacamos que essas medições não são perfeitas e ainda há a necessidade de assegurar que as avaliações possam medir de maneira objetiva o que os alunos aprenderam. Outra implicação das avaliações sistêmicas, como destaca Sousa (2021, p.74) é

[...]o atrelamento do currículo às matrizes de avaliações externas e exames nacionais. Nesse caso, o professor da Educação Básica se torna executor de currículos pensados por pesquisadores. Recai sobre a escola básica a responsabilidade de se tornar competente para encaminhar os alunos para as universidades, as quais simplesmente saem ilesas desse processo.

Considerando a abordagem da autora, entendemos que o vínculo currículo-matrizes de avaliações externas pode engessar o trabalho do professor, reduzindo o conhecimento a “conteúdo, conceito e processo.” (Sousa, 2021, p. 72), transformando o ensino em uma corrida para preparação dos estudantes com vistas a obter resultados satisfatórios nessas avaliações.

Após esse retrato estatístico do desempenho dos estudantes brasileiros e mineiros, interpretamos que os dados apontam para necessidade de refletir e buscar mudanças, com novas pesquisas e aproveitando as já realizadas no campo da educação matemática. Observamos avanços, mas ainda há muito o que se fazer, principalmente na condição socioeducacional pós-pandêmica.

Os resultados insatisfatórios não se limitam aos baixos índices apontados por avaliações sistêmicas. Segundo Sforni (2004, p. 10), “Não é necessário grande esforço para perceber que pouco do conteúdo estudado na escola contribui para uma melhor interação do sujeito com o mundo.” Assim, o conhecimento científico parece estar limitado ao ambiente escolar, quando esse deveria possibilitar ao indivíduo um novo referencial que influenciasse seu modo de pensar e interagir em sociedade.

Essa é uma situação que deve preocupar todos os envolvidos com a educação escolar, hoje. De modo especial, aos professores, a quem cabe a tarefa de ensinar, visando ao desenvolvimento do aluno. Não apenas o desenvolvimento cognitivo, mas o desenvolvimento integral, que inclua outros valores, como a solidariedade, o respeito à vida, dentre outros.

Nessa perspectiva, insere-se o ensino-aprendizagem de matemática, no qual se observa que um dos maiores desafios é a Álgebra. Sobre esse campo do conhecimento, Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 17) afirmam que

[...] não é de se estranhar que a Álgebra, conhecimento científico teórico, um dos grandes ramos da Matemática, seja um dos maiores empecilhos para que nossos jovens passem pela escola sem reprovações ou sem dificuldades na compreensão das ideias matemáticas, ou seja, constitua-se como uma das fontes principais da alienação dos estudantes perante o processo de aprendizagem da Matemática, uma vez que parece estar completamente dissociada da prática social.

Os autores relatam também que, ainda hoje, no ensino da Álgebra, predomina uma tendência baseada em manipulação de regras e símbolos, com percepções simplistas que entendem a Álgebra como o “cálculo das letras”.

Essa é uma demanda histórica e os PCN (Brasil, 1998, p. 115) apontavam a necessidade de avanços no estudo da Álgebra, pois

[...] a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas. Nos resultados do SAEB, por exemplo, os itens referentes à Álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país.

Os PCN (Brasil, 1998, p. 68) indicavam que, devido à complexidade que caracteriza os conceitos e procedimentos algébricos, é desejável que não haja aprofundamento das operações com as expressões algébricas e as equações no terceiro ciclo², 6º e 7º anos, atualmente. “É suficiente nesse ciclo que os alunos compreendam a noção de variável e reconheçam a expressão algébrica como uma forma de traduzir a relação existente entre a variação de duas grandezas.” Para compreensão da relação que se estabelece entre grandezas, é fundamental que os alunos desenvolvam o conceito de Proporcionalidade. A qualidade de ser proporcional é uma premissa básica na compreensão das situações de equilíbrio, representadas na matemática pelo sinal de igualdade. A relação de Proporcionalidade entre variáveis é importante para compreender e lidar com várias situações no mundo, especialmente quando envolvem intensidade, volume, massa ou grau.

² Ciclo Intermediário, com duração de 2 anos de escolaridade, 6º e 7º anos.

No campo da Álgebra, o conceito de Proporcionalidade, cujo ensino é objeto desta pesquisa, destaca-se também pela sua capacidade integradora de conhecimentos e pelo potencial de desenvolvimento cognitivo humano. Esse conceito está proposto no currículo educacional e nos documentos normativos que orientam a matemática, pois desempenha um relevante papel na aprendizagem e é de fundamental importância no desenvolvimento do pensamento matemático. Contribui para a capacidade dos alunos de compreenderem e resolverem problemas do cotidiano que envolvem relações proporcionais. Nesse contexto do ensino da matemática e, especificamente, no ensino da Álgebra, essa pesquisa tem por objeto o estudo do ensino-aprendizagem de Proporcionalidade.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018), a matemática é composta por diferentes campos, sendo equivalência, ordem, Proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação, conceitos fundamentais capazes de produzir articulação entre eles. E ainda orienta que

A Proporcionalidade, por exemplo, deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc. Além disso, essa noção também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc. (Brasil, 2018, p. 268)

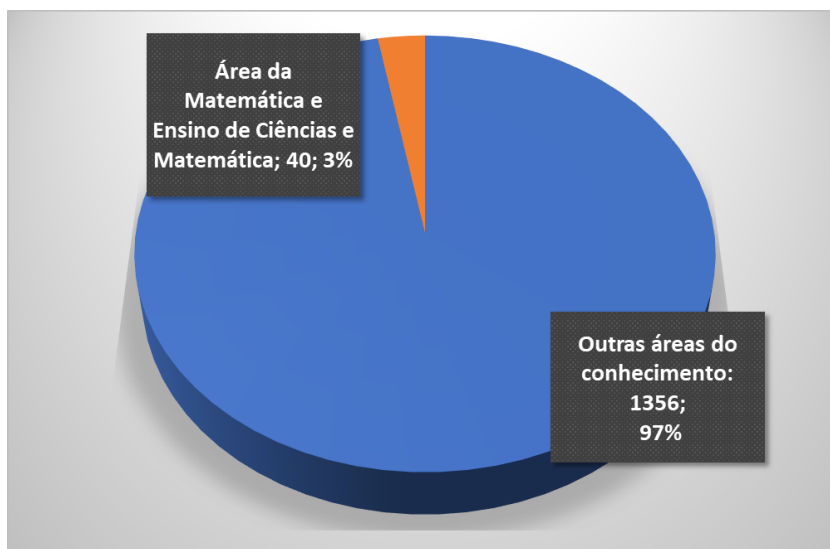
Para compreender a amplitude, tendências teórico-metodológicas e possíveis lacunas das produções científicas acerca do ensino de Proporcionalidade na contemporaneidade, realizamos um mapeamento (Carvalho, 2023) para entendermos o que o campo acadêmico tem estudado acerca desse conhecimento. Utilizando a metodologia Estado do Conhecimento o estudo realizado, intitulado “Ensino-Aprendizagem de Proporcionalidade: o Estado do Conhecimento no período de 2015 a 2023”, foi apresentado em 04 de outubro de 2023 no XII Encontro de Pesquisa em Educação³; Direito à Educação: Pesquisas, inovações e perspectivas / Universidade de Uberaba. No estudo constatamos que ainda é reduzido o número de pesquisas sobre Proporcionalidade na área da educação nas bases pesquisadas: o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD (Carvalho, 2023).

Com o uso do descritor *Proporcionalidade*, o Estado do Conhecimento revelou uma abrangência de 1396 resultados divididos em 120 áreas do conhecimento. Identificamos 27 trabalhos relacionados à área da matemática, e 13 relacionados ao ensino de ciências e matemática.

³ <https://www.uniube.br/arquivos/2024/abril/anais-xii-epeduc-versao-final.pdf>

A soma deles, 40 trabalhos, corresponde a aproximadamente a 2,9% dos resultados como vemos no Gráfico 1.

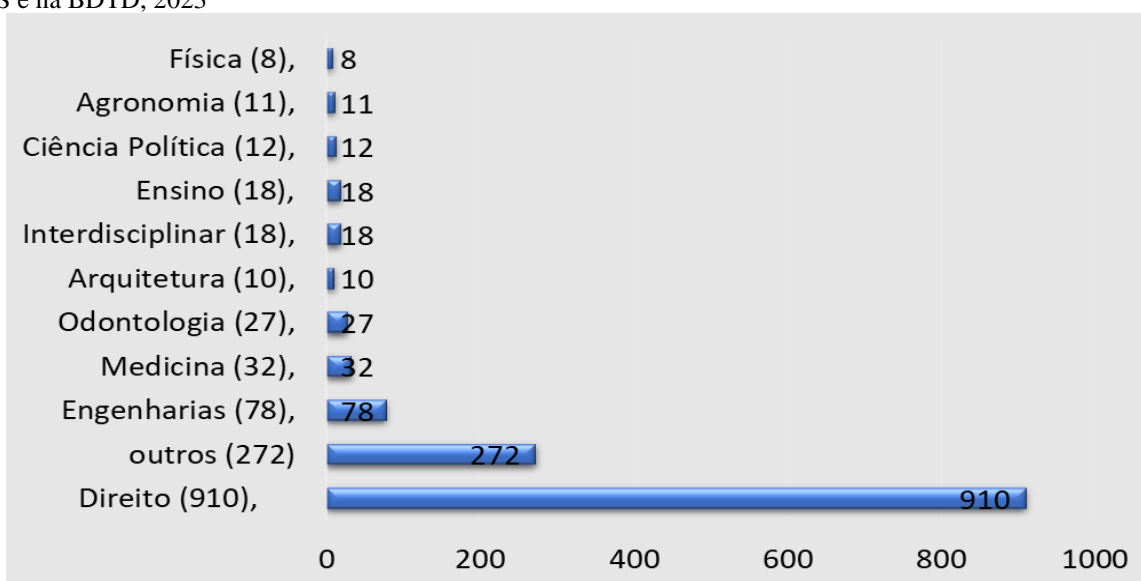
Gráfico 1: Abrangência do descritor Proporcionalidade em teses e dissertações na CAPES e na BDTD, 2023



Fonte: Síntese elaborada pela autora (2023)

Considerando as áreas do conhecimento, nas quais foram encontradas teses e dissertações que abordam a Proporcionalidade, observa-se a seguinte distribuição, como está apresentada no Gráfico 2.

Gráfico 2: Distribuição dos resultados da pesquisa por área de conhecimento em teses e dissertações na CAPES e na BDTD, 2023



Fonte: CAPES, BDTD, elaborado pela autora (2023).

O elevado número de pesquisas na área do Direito se justifica porque o conceito de proporcionalidade é amplamente utilizado como um princípio jurídico fundamental. Ele é aplicado para garantir que as decisões legais, especialmente aquelas envolvendo restrições a direitos individuais, sejam equilibradas e justas.

A abordagem desse objeto sob considerações da perspectiva teórica histórico-cultural não foi encontrada dentre os trabalhos acadêmicos selecionados. Cabe ressaltar que a Teoria Histórico-Cultural, dentro da qual se insere o Ensino Desenvolvimental, oferece fundamentos consistentes para compreender de que forma os indivíduos aprendem. O quadro levantado pelo mapeamento indica que ainda são necessárias mais pesquisas nesse âmbito, sob a perspectiva do Ensino Desenvolvimental.

Assim, essa pesquisa justifica-se, também, na lacuna encontrada pelo Estado do Conhecimento realizado, na qual se busca, então, pesquisar o ensino-aprendizagem de Proporcionalidade sob o foco da formação de conceitos e do pensamento teórico-científico com base na Teoria Histórico-Cultural, alicerçada pelos autores Vygotsky (2009), Leontiev (1983, 2000) e Davidov (1988), visando ao desenvolvimento do aluno. Essa teoria foi escolhida por fornecer bases sólidas que conduzem a um caminho de apropriação de conceitos que contribuem com o rompimento de uma educação de repetição.

Entendemos que o ensino-aprendizagem se organiza em três espaços, o das políticas públicas e curriculares, o dos recursos didáticos, dentre eles o livro didático e o da sala de aula, que precisam dialogar. Esses espaços serão analisados a fim de compreender como se articulam as propostas para o ensino de Proporcionalidade. Assim, a *questão* que norteia essa pesquisa é: As propostas de ensino-aprendizagem de Proporcionalidade no 7º ano do Ensino Fundamental, presentes nos documentos orientadores, no livro didático e nos sentidos e significados atribuídos pelos professores de matemática acerca do conteúdo de proporcionalidade possibilitam a apropriação desse conceito e favorecem o ensino na perspectiva desenvolvimental?

Tem como *objetivo geral*, analisar o ensino-aprendizagem de Proporcionalidade no 7º ano do Ensino Fundamental, proposto nos documentos orientadores, no livro didático e nas significações atribuídas pelos professores, visando a aprendizagem conceitual, na perspectiva do Ensino Desenvolvimental.

Aspirando a esse propósito, definimos os seguintes *objetivos específicos*:

- 1) Compreender quais são os aspectos lógicos e históricos do conceito de proporção.
- 2) Analisar as propostas de ensino de Proporcionalidade na BNCC, nos PCN, no Currículo Referência de Minas Gerais e em livros didáticos mais adotados na Rede Estadual de Ensino de Uberaba.
- 3) Investigar o perfil profissional dos docentes no que se refere à formação e às experiências pedagógicas acerca do ensino de Álgebra e Proporcionalidade.
- 4) Triangular as informações advindas das diferentes fontes (bibliográfica, documental e fala dos professores), buscando indícios do ensino conceitual de Proporcionalidade.
- 5) Apreender os sentidos e significados atribuídos pelos professores de matemática acerca do ensinar matemática, especialmente, sobre o conteúdo de proporcionalidade.

Sob o contexto histórico-social, o estudo se torna necessário para entender quais práticas pedagógicas do ensino-aprendizagem de Proporcionalidade vigoram atualmente na rede estadual de ensino de Uberaba. Espera-se que essa pesquisa possa contribuir para identificar, também, as possíveis necessidades, lacunas e perspectivas de melhoria para promoção de experiências no ensino de Proporcionalidade, que conduzam ao desenvolvimento do aluno.

A pesquisa foi realizada em escolas estaduais de Uberaba, utilizando como instrumento para produção de material empírico, uma entrevista semiestruturada, realizada de forma presencial ou via Google Meet, observadas as orientações da Carta Circular nº 1/2021-CONEP/SECNS/MS de 03 de março de 2021 sobre procedimentos em pesquisas com etapa em ambiente virtual. O projeto foi submetido ao Comitê de Ética em Pesquisa – CEP/Uniube, com o CAEE 74766123.2.0000.5145.

Foram convidados professores de matemática do 7º ano do Ensino Fundamental de 13 escolas públicas estaduais, que correspondem a cerca de 30% do total de escolas da zona urbana⁴ da cidade de Uberaba - MG, selecionadas aleatoriamente por sorteio. O sorteio foi realizado da seguinte forma: os nomes de todas as 41 escolas da rede foram impressos, recortados e dobrados. Em seguida, 13 papéis foram escolhidos aleatoriamente, revelando os nomes das escolas selecionadas. Para definir a amostra utilizamos uma calculadora de tamanho de amostra online, com percentual de confiança de 80% e margem de erro de 15%, calculamos uma amostra de aproximadamente um quarto da população. O limite de tempo disponível para realização da pesquisa e o interesse em entrevistas que proporcionassem diálogos acerca da subjetividade dos

⁴ Não incluímos as escolas da zona rural, pois não haveria tempo hábil para a realização da pesquisa.

professores demandam mais tempo e contribuíram para escolha desses parâmetros que definiram o tamanho da amostra. Essa porcentagem se deve à escolha de um número menor de respondentes para um melhor aproveitamento do tempo de pesquisa, com mais disponibilidade para aprofundamento nas questões analisadas.

Com as escolas definidas, todos os professores que atuam nessas escolas no 7º ano do E.F. como professor de matemática, seja em aulas regulares ou de laboratórios de matemática, foram convidados a participar da entrevista.

As práticas envolvidas no ensino de Proporcionalidade, as dificuldades enfrentadas, os recursos utilizados, os procedimentos didático-metodológicos adotados, as alterações em relação aos documentos norteadores e seu impacto na prática pedagógica também foram investigados.

1.2 Aspectos metodológicos da pesquisa

Para conduzir esta pesquisa, adotamos uma abordagem qualitativa, que considera a subjetividade dos sujeitos envolvidos. A pesquisa foi composta por três etapas principais: pesquisa bibliográfica, pesquisa documental e trabalho de campo.

A pesquisa qualitativa, segundo Lüdke e André (1986), é uma abordagem de pesquisa que se concentra na compreensão profunda e na interpretação das características sociais e humanas. Esta abordagem é amplamente utilizada na educação e em outras áreas onde o contexto e o significado são essenciais para a compreensão de um objeto ou fenômeno. As autoras destacam que uma pesquisa qualitativa se baseia em métodos que permitem aos pesquisadores investigar e analisar dados não-estruturados, como os de entrevistas, observações e análise de documentos, a fim de explorar as complexidades e as nuances dos tópicos de estudo. Também enfatizam a importância da reflexividade na pesquisa qualitativa, na qual os pesquisadores reconhecem e consideram seu próprio papel e influência no processo de pesquisa.

A pesquisa bibliográfica foi a etapa inicial, para o aprofundamento do conhecimento acerca Teoria Histórico-Cultural e da Teoria Desenvolvimental, que servem de alicerce para o estudo do conceito de proporção em seus aspectos lógicos e históricos. Essa metodologia permite explorar o conhecimento historicamente construído acerca desse objeto de estudo. A seleção do material foi realizada após revisão literária de pesquisas científicas, acadêmicas e estudo bibliográfico que servem como fonte para fundamentação teórica. O material foi selecionado, lido, analisado e interpretado.

Para a pesquisa de campo, optamos pelo instrumento de entrevista, pois oferece maior abertura para que os participantes possam relacionar suas experiências e possam falar sobre seu trajeto histórico.

A abordagem aos professores foi realizada em visita às escolas sorteadas para participar dessa pesquisa. Nessa primeira visita, apresentamos o projeto e deixamos uma cópia do projeto em posse dos diretores e professores de matemática do 7º ano. Fizemos o convite aos professores para participarem e contribuíssem com a pesquisa por meio da entrevista, e, aos que concordaram, solicitamos a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE. Então, agendamos o horário e o local para sua realização, conforme disponibilidade dos professores que aceitaram participar. Em local, data e horário previamente combinados, pedimos permissão para gravação do áudio do diálogo. Dada a permissão iniciamos a entrevista. Os áudios foram posteriormente transcritos na íntegra.

Para análise do material empírico, produzido a partir de entrevistas semiestruturadas em trabalho de campo, utilizamos o método de análise de núcleos de significação, conforme referenciado por Aguiar e Ozella (2013). Este método visa compreender os significados atribuídos pelos sujeitos às suas experiências, identificando os núcleos centrais de significado que emergem dos dados. O procedimento de análise de dados por meio dos núcleos de significação e o instrumento de pesquisa entrevista são adequados à perspectiva histórico-cultural pois contemplam o sujeito em seu contexto, favorecendo e enriquecendo a análise.

Para a abordagem do objeto pesquisado, optou-se pela seguinte organização em seções. Na seção 1, faz-se a Introdução, na qual se situa a problemática da pesquisa, definem-se os objetivos e a metodologia. Na seção 2, apresentam-se os fundamentos da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria Desenvolvimental que embasam esse estudo. Na seção 3, o tema é o contexto atual da educação algébrica e o objeto de ensino Proporcionalidade no 7º ano do Ensino Fundamental com foco na aprendizagem conceitual e contribuições do movimento lógico e histórico do conceito de Proporcionalidade para organização do ensino, com intenção de revelar os nexos conceituais e a essência desse conhecimento. Inicia-se a seção 4, analisando as orientações para ensino de Proporcionalidade manifestas em documentos normativos da educação, em livros didáticos e em propostas curriculares do estado de Minas Gerais que alinham o ensino desse componente na rede estadual de escolas do Ensino Fundamental - anos finais. A seção 5 apresenta as contribuições de professores de matemática que atuam no 7º ano em escolas estaduais do município de Uberaba.

Trata-se da análise das entrevistas realizadas acerca das abordagens didáticas, dos conceitos e da constituição da Álgebra e do objeto de ensino Proporcionalidade.

Por fim, nas considerações finais, apresentamos as conclusões acerca do ensino de Álgebra e de Proporcionalidade no 7º ano do Ensino Fundamental e seu papel fundamental no desenvolvimento cognitivo dos estudantes, especialmente sob a perspectiva da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria do Ensino Desenvolvimental. Essa abordagem destaca a importância do aprendizado matemático como um processo social e culturalmente situado, indo além da simples aquisição de habilidades técnicas.

Ao longo do estudo, observou-se que o ensino pode ser enriquecido por uma organização pedagógica que leva em consideração o desenvolvimento do conhecimento teórico-científico dos alunos, criando situações de aprendizagem progressivamente mais complexas e desafiadoras. Além disso, a análise de documentos históricos, bibliográficos e curriculares revelou a importância dos nexos internos do conceito de Proporcionalidade, destacando a necessidade de transcender uma compreensão empírica e superficial.

Entretanto, as falas dos professores evidenciaram dificuldades na prática docente, como a desprofissionalização, a falta de autonomia e de formação teórica adequada, além de uma desconexão entre a formação inicial dos professores e as exigências da sala de aula.

2 ORIGENS E CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL E DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM

Essa pesquisa é alicerçada pela Teoria Histórico-Cultural e pela Teoria Desenvolvimental, que têm como principais referências Lev Semionovich Vygotsky (1896-1934), Alexei Nikolaevich Leontiev (1903- 1979) e Vasily Vasilyevich Davidov (1930-1998). A Teoria Histórico-Cultural, desenvolvida no início do século XX por Vygotsky e com contribuições de Leontiev (1903-1979) e de Luria (1902-1977), entre outros, discute o desenvolvimento humano numa perspectiva social e histórica.

Assim, nesta seção, tratamos de alguns aspectos básicos dessas teorias, que embasam esta pesquisa no que se refere aos processos de ensino e ao desenvolvimento do ser humano, com foco na formação da cognição e na apropriação dos conceitos científicos, a partir das relações sociais e culturais, historicamente construídas.

2.1 Alguns aspectos da origem da Teoria Histórico-Cultural: Vygotsky e Leontiev

Lev Semionovitch Vygotsky nasceu em 1896, na cidade de Orsha, na Bielorrússia, e teve sua vida interrompida precocemente aos 38 anos, em 1934, devido às complicações de tuberculose. Sua jornada acadêmica começou com a conclusão de seus estudos em Direito e Filologia na Universidade de Moscou, em 1917. Posteriormente, Vygotsky decidiu se dedicar ao estudo da medicina.

Ao longo de sua carreira, ele lecionou literatura e psicologia na cidade de Gomel, de 1917 a 1924. No entanto, em 1924, ele mudou de volta para Moscou, onde começou um trabalho no Instituto de Psicologia. Mais tarde, ele foi fundamental na criação do Instituto de Defectologia, onde desenvolveu pesquisas e práticas inovadoras no campo da educação para deficientes físicos e mentais.

Durante o período de 1925 a 1934, Vygotsky lecionou psicologia e pedagogia tanto em Moscou quanto em Leningrado. Foi nesse momento que ele iniciou uma profunda investigação sobre a crise da psicologia, buscando alternativas dentro do materialismo dialético para superar o conflito entre as concepções idealistas e mecanicistas. Esse estudo levou Vygotsky, junto com seu grupo de colaboradores notáveis, como Luria e Leontiev, a propor teorias revolucionárias em questões cruciais, incluindo a relação entre pensamento e linguagem, a natureza do

desenvolvimento infantil e o papel essencial da instrução no processo de desenvolvimento humano. Suas contribuições inovadoras tiveram um impacto duradouro na psicologia, na pedagogia e nas ciências sociais, moldando nosso entendimento sobre o desenvolvimento cognitivo e a aprendizagem.

Vygotsky (2009), principal teórico da Teoria Histórico-Cultural, propôs uma abordagem sociocultural do desenvolvimento humano, enfatizando a importância do ambiente social e cultural na formação da cognição e no desenvolvimento de conceitos científicos. Segundo Vygotsky, as interações sociais e culturais, historicamente construídas, desempenham um papel fundamental no processo de aprendizagem e no desenvolvimento do pensamento científico. Essa teoria compreende o homem como um ser não apenas biológico, mas também um ser social, histórico e cultural. Desse modo, o ser humano se desenvolve a partir das relações sociais que estabelece. Assim o homem se torna humano em um processo de apropriação da cultura constituída histórica e socialmente, acumulada por gerações pregressas. Já as novas gerações podem desfrutar do conhecimento acumulado por meio das relações com os objetos históricos e da relação com o outro.

Essa perspectiva teórica considera o momento histórico, o local, as relações sociais que se estabelecem e o acesso aos bens culturais como sendo fatores determinantes no processo da formação das funções psíquicas superiores humanas. Sobre essa teoria, Resende (2021, p. 2) afirma

Vigotski, buscando estabelecer as bases de uma psicologia apoiada nos pressupostos marxistas do materialismo histórico-dialético, explicou a constituição histórico-social do desenvolvimento humano a partir do mundo objetivo, das relações externas, num movimento interpessoal, para transformar-se em uma atividade regulada pela consciência, num movimento intrapessoal.

Além de líder intelectual de seu grupo, sob a influência das ideias de Marx⁵, o pesquisador bielorrusso chegou à conclusão de que as raízes das formas mais avançadas de comportamento consciente devem ser procuradas nas relações sociais que o indivíduo estabelece com o mundo ao seu redor. No entanto, ele ressaltou que o ser humano não é meramente moldado pelo seu ambiente, mas também desempenha um papel ativo na construção desse ambiente.

Em consonância com Marx, Vygotsky utiliza-se de suas palavras para exemplificar a natureza da consciência humana.

⁵ Karl Marx (1818-1883) foi um filósofo, economista, sociólogo e revolucionário alemão, conhecido principalmente por suas críticas ao capitalismo e por ser o coautor do *Manifesto Comunista* (1848) e autor de *O Capital* (1867). Suas ideias sobre luta de classes, alienação e a teoria da mais-valia influenciaram profundamente o pensamento político e econômico, sendo fundamentais para o desenvolvimento do socialismo e do comunismo.

A aranha executa operações que lembram as de um tecelão, e as caixas que as abelhas constroem no céu poderiam envergonhar o trabalho de muitos arquitetos. Mas mesmo o pior arquiteto difere da mais hábil abelha desde o princípio, pois antes de ele construir uma caixa de tábuas, já a construiu em sua cabeça. No término do processo de trabalho, ele obtém um resultado que já existia em sua mente antes que ele começasse a construir. O arquiteto não apenas muda a forma dada a ele pela natureza, dentro dos limites impostos pela natureza, mas também leva a cabo um objetivo seu que define os meios e o caráter da atividade ao qual ele deve subordinar sua vontade (Marx, 1985, p. 149-150 *apud* Vygotsky, Luria, Leontiev, 2010, p. 25).

Tal declaração considera que, ao transformar a natureza, o homem transforma a si próprio. Para Vygotsky, a herança biológica do homem não determina os estágios de desenvolvimento como sendo algo universal e determinado biologicamente. Ela é restritiva, cabendo à cultura o processo de humanização por meio de dispositivos que nos permitem transcender os limites impostos biologicamente. Nossa herança biológica é responsável pelas funções elementares, e as relações socioculturais pelo desenvolvimento de funções psicológicas superiores. Conforme essa concepção teórica, Sforzi (2004, p. 33) aponta que

O mais importante nessa compreensão do desenvolvimento humano, que, a meu ver, deveria conferir à abordagem histórico-cultural lugar de destaque junto às teorizações sobre o ensino, é o postulado segundo o qual a forma e o modo do desenvolvimento desses processos, próprios do funcionamento psicológico humano, dependem da natureza das experiências sociais a que a criança é exposta. Ou seja, a “interação dialética” dos fatores biológicos e sociais que determinam limites e possibilidades mentais do indivíduo, na condição de espécie, ao nascer, continua ao longo da vida de cada um, conforme o lugar ocupado no quadro social, conferindo qualidades diferenciadas de desenvolvimento psíquico.

Vygotsky (2009, p. 241) ainda destaca o papel da escola no desenvolvimento dos conceitos científicos e esclarece que “O desenvolvimento dos conceitos científicos na idade escolar é, antes de tudo, uma questão prática de imensa importância - talvez até primordial – do ponto de vista das tarefas que a escola tem diante de si quando inicia a criança no sistema de conceitos científicos.”

O psicólogo bielorrusso dedicou-se ao estudo do curso real do desenvolvimento do pensamento em crianças, o que o alertou para o fato de que, no processo escolar, os conceitos científicos, muitas vezes, são apresentados na sua forma final. Como um produto pronto e acabado. Caberia aos educandos apenas o exercício de absorver e memorizar esse conhecimento. Segundo Vygotsky (2009, p. 242), esses aspectos fogem das premissas, segundo as quais os conceitos científicos devem ser desenvolvidos a partir de conceitos espontâneos, “e não são assimilados em forma acabada, é ilegítimo transferir conclusões baseadas em conceitos espontâneos para conceitos científicos, e todo o problema deve passar por verificação experimental.”

Aleksei Nikolaievitch Leontiev, nascido em Moscou no dia 18 de fevereiro de 1903, depois de graduar-se em Ciências Sociais pela Universidade de Moscou, passou a trabalhar sob a direção de Kornílov (1879-1957) no Instituto de Psicologia de Moscou. Fazia então parte de um grupo que objetivava a reestruturação da ciência da psicologia com base na filosofia marxista na União Soviética. Conforme Longarezi e Franco (2013, p.72), Leontiev passa a trabalhar com Alexander Romanovich Luria nesse Instituto e contribui para a formação de uma nova psicologia soviética “sob as bases da filosofia marxista, possibilitando a ‘criação’ da chamada ‘Escola histórico-cultural’.” As autoras ainda destacam que, em meados de 1924, Leontiev passa a compor o trio formado também por Luria e Vygotsky. Responsáveis por impulsionar estudos e pesquisas “acerca do comportamento, formação e desenvolvimento das funções superiores.” (*Ibid.*, p.73)

Uma das principais áreas de interesse de Leontiev estava centrada na investigação das conexões entre o desenvolvimento do psiquismo humano e da cultura. Ele se preocupou profundamente com a relação entre a evolução das funções psíquicas e a maneira como os indivíduos assimilam a experiência histórica em seu processo de desenvolvimento.

Assim como seu contemporâneo, Vygotsky, Leontiev criticou as perspectivas mecanicistas que tentavam explicar o comportamento humano. Em vez disso, ele se comprometeu em estabelecer uma base sólida para a psicologia por meio de um referencial materialista, histórico e dialético. Leontiev defendeu firmemente a ideia de que o psiquismo humano é profundamente influenciado pela dimensão sócio-histórica e que, a partir dessa perspectiva, a teoria marxista do desenvolvimento social se torna necessária para uma compreensão completa e precisa do funcionamento psicológico humano. Suas descobertas contribuíram para moldar o campo da psicologia e destacaram a importância das influências sociais e históricas no desenvolvimento da mente humana. Nas palavras de Leontiev (1978, p. 263),

Cada geração começa, portanto, a sua vida num mundo de objetos e de fenômenos criado pelas gerações precedentes. Ela apropria-se das riquezas deste mundo participando no trabalho, na produção e nas diversas formas de atividade social e desenvolvendo assim as aptidões especificamente humanas que se cristalizaram, encarnaram nesse mundo. Com efeito, mesmo a aptidão para usar a linguagem articulada só se forma, em cada geração, pela aprendizagem da língua. O mesmo se passa com o desenvolvimento do pensamento ou da aquisição do saber. Está fora de questão que a experiência individual de um homem, por mais rica que seja, baste para produzir a formação de um pensamento lógico ou matemático abstrato e sistemas conceituais correspondentes. Seria preciso não uma vida, mas mil. De fato, o mesmo pensamento e o saber de uma geração formam-se a partir da apropriação dos resultados da atividade cognitiva das gerações precedentes.

Cada nova geração herda um mundo já construído pelas gerações anteriores, composto por objetos, fenômenos e conhecimentos acumulados ao longo do tempo. Ao participar ativamente do

trabalho, da produção e das interações sociais, essa nova geração desenvolve habilidades específicas que são consideradas inerentemente humanas e que foram estabelecidas e incorporadas nesse mundo pré-existente.

Leontiev (1978) ressalta que até mesmo habilidades cognitivas complexas, como o pensamento lógico, matemático e a aquisição de conhecimento, não são desenvolvidas unicamente pela experiência individual de alguém, por mais vasta que seja essa experiência. A formação de tais capacidades requer não apenas uma vida, mas muitas vidas para se consolidarem plenamente. Em vez disso, o pensamento e o conhecimento de cada geração são moldados pela absorção e assimilação dos resultados do pensamento e do conhecimento das gerações anteriores. Assim, o desenvolvimento cognitivo humano é um processo que se baseia na acumulação e na transmissão do conhecimento ao longo das gerações, e não apenas na experiência individual de uma pessoa.

Os conhecimentos dos quais desfrutamos hoje já foram vivenciados, testados e até mesmo validados por gerações anteriores. Eles contribuem com a formação humana e possibilitam que os indivíduos possam avançar, interagindo e modificando a realidade. Do contrário, cada nova geração teria que começar do início dificultando seu progresso.

Aqui reside a importância da pesquisa sobre o movimento lógico e histórico do pensamento algébrico e proporcional, que permite explicar como o saber e as experiências das gerações anteriores contribuem para o ensino-aprendizagem da matemática na atualidade. Embora a educação e o ensino sejam, de fato, elementos essenciais no desenvolvimento mental, é importante reconhecer que eles não são os únicos determinantes nesse processo. De acordo com Vygotsky (2007), o conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal⁶ destaca o papel fundamental da mediação social e das interações com os outros para que o aluno possa superar seu nível de desenvolvimento real. No entanto, fatores como o contexto sociocultural, o ambiente familiar e os recursos emocionais também influenciam esse desenvolvimento, tornando-o um processo multifacetado e não exclusivamente dependente do ensino institucionalizado.

O conceito de atividade, para Leontiev (1983), é um componente fundamental da Teoria da Atividade, desenvolvida como parte de uma colaboração mais ampla com Vygotsky e Luria. Ele buscou entender como os processos psicológicos se desenvolvem através das interações sociais e do

⁶ Zona de desenvolvimento proximal é “[...] a distância entre o nível de desenvolvimento real, que costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes” (Vigotski, 2007, p. 97).

engajamento com o mundo material, enfatizando o papel da atividade na formação do psiquismo humano.

Sobre a atividade e seus componentes, afirma Leontiev (1978, p. 13): “De acordo com a definição que aceitamos, chamamos de atividade um processo que é elucidado e dirigido por um motivo - aquele no qual uma ou outra necessidade é objetivada. Em outras palavras: por trás da relação entre atividades, há uma relação entre motivos”. Para Leontiev (1983), a atividade não é apenas um comportamento ou uma ação isolada, mas sim um sistema dinâmico e estruturado de ações que são dirigidas por motivos. Esses motivos refletem as necessidades do indivíduo, que podem ser tanto biológicas quanto socialmente construídas. A atividade é mediada por instrumentos e signos, o que significa que os seres humanos utilizam ferramentas e linguagem no processo de interação com o ambiente, transformando-o e sendo transformados por ele.

Esse teórico também enfatizou a importância da aprendizagem e do desenvolvimento dentro do contexto da atividade. Ele argumentou que a aprendizagem ocorre, quando há uma transformação nas estruturas da atividade, levando a um desenvolvimento psicológico. Este processo é influenciado tanto pelo ambiente social quanto pelo engajamento ativo do indivíduo com o mundo. Resende (2021, p. 7) ainda esclarece que “O conceito de atividade não pode ser separado do conceito de consciência, já que esta surge da atividade, mas também a mediatiza.”

Surgem, dos motivos sociais historicamente estabelecidos, as necessidades individuais que levam os sujeitos a entrarem em atividade. De acordo com Panossian (2013, p. 15,) em consonância com Leontiev (1978),

[...] a atividade é a unidade de análise do desenvolvimento do psiquismo. Por meio de seus elementos (necessidade, motivos, objetivos, ações, operações) se reconhece o movimento de constituição do sujeito. O sujeito constitui-se em sua atividade a partir de uma necessidade que se configure como individual para ele, mas é ao mesmo tempo uma necessidade constituída nas relações sociais que o sujeito estabelece com o mundo ao longo de sua existência. Para satisfazer essa necessidade, o sujeito precisa “encontrar” um objeto adequado a ela, que irá, assim, orientar suas ações nessa atividade e se configurará como o “motivo” para agir. Esse processo envolve, então, a definição de ações e operações necessárias para atingir os objetivos conforme as condições dadas. A atividade do sujeito possibilita a ele, ao mesmo tempo, que atue sobre si mesmo, transformando ou reorganizando os seus processos psíquicos.

Constata-se também, como apontam Moretti e Cedro (2017), o papel e a relevância da escola e da educação escolar para compreensão do mundo e para o desenvolvimento da consciência. A escola desempenha um papel crucial na formação humana, ao ser o espaço privilegiado de aprendizagem e aprofundamento dos conhecimentos científicos e culturais. A atividade cognitiva individual depende das relações coletivas e é inseparável do meio cultural. A escola possibilita interações nas quais os alunos aprendem os instrumentos cognitivos e comunicativos de sua cultura.

Além de fornecer acesso aos saberes acumulados ao longo da história da humanidade, a escola cria (ou deveria criar) um ambiente propício para o desenvolvimento crítico, a reflexão e a ampliação do horizonte cultural dos indivíduos. Por meio da educação matemática, a escola não apenas ensina fatos e teorias científicas, mas contribui com a formação do pensamento lógico, abstrato e de uma rede de sistemas conceituais, capacitando os alunos a compreenderem e participarem ativamente do mundo que os cerca.

A Teoria Histórico-Cultural, em conformidade com Sforni (2004), compreende que o homem constrói uma imagem subjetiva do mundo através de sua interação com a cultura em um processo mediado por signos. Essa interação se dá por meio das atividades que realizamos ao nos relacionarmos com o mundo. Leontiev (1978) formulou então o conceito de “atividade dominante” ou “atividade principal” em que o ser humano desempenha uma atividade principal impulsionadora do desenvolvimento próprio de cada fase da vida. Como a criança, que tem como atividade principal a brincadeira; a criança em idade escolar, que tem como atividade principal o estudo; e o adulto, que tem como atividade principal o trabalho. Desse modo Leontiev (1978, p. 263) esclarece que “Pela sua atividade, os homens não fazem senão adaptar-se à natureza. Eles modificam-na em função do desenvolvimento de suas necessidades.”

O que nos motiva a realizar uma atividade é a necessidade. Ela nos move a buscar um objeto que satisfaça essa necessidade. Assim, de acordo com Leontiev (1978), entramos em atividade quando precisamos satisfazer uma necessidade por meio da manipulação e modificação de objetos que estejam relacionados com a satisfação dessa necessidade. Como exemplo, toma-se uma criança em idade escolar que entra em atividade de estudo motivada pela necessidade de aprender. No processo ensino-aprendizagem, o aluno entra em atividade de estudo, quando encontra motivação para aprender. Essa motivação deve ser o seu próprio desenvolvimento em detrimento das notas classificatórias do processo escolar. Estudar, nesse contexto, é uma atividade que se vincula à necessidade de aprender e que tem como elemento motivador a sua própria transformação. Assim Leontiev (1978, p.263) escreve:

Ao mesmo tempo, no decurso da atividade dos homens, as suas aptidões, os seus conhecimentos e o seu saber-fazer cristalizam-se de certa maneira nos seus produtos (materiais, intelectuais, ideais). Razão por que todo o progresso no aperfeiçoamento, por exemplo, dos instrumentos de trabalho pode considerar-se, deste ponto de vista, como marcando um novo grau do desenvolvimento histórico nas aptidões motoras do homem; também a complexificação da fonética das línguas encarna os progressos realizados na articulação dos sons e do ouvido verbal, os progressos das obras de arte, um desenvolvimento estético, etc.

Em atividade, o homem entra em contato com os produtos materiais ou ideias resultantes da atividade social e histórica que levaram ao desenvolvimento humano. Segundo Sforni (2004, p. 87), em consonância com Leontiev, nesse contato, as novas gerações apreendem e reproduzem “as propriedades, capacidades e procedimentos humanos de conduta formados historicamente e, assim, apropriam-se não só dos produtos, mas do desenvolvimento material e intelectual neles potencializados.”

2.2 Formação do pensamento teórico-científico: Contribuições de Davidov

Sob a perspectiva da formação do pensamento teórico-científico, analisaremos aqui as contribuições de Vasili Vasilievich Davydov. Segundo Libâneo e Freitas (2013), Davidov nasceu em 31 de agosto de 1930, filho de um pai que trabalhava na área metalúrgica e de uma mãe que atuava na indústria têxtil. Ingressou no Departamento de Psicologia da Faculdade de Filosofia da Universidade Estatal de Moscou, onde estudou Filosofia e Psicologia. Concluiu sua graduação em 1953. O estudioso, em sua formação, teve como professores Leontiev e Elkonin, entre outros seguidores da Teoria Histórico-Cultural. Davidov passou então a ser amigo e colaborador de Elkonin com o qual, segundo Libâneo e Freitas (2013, p. 39), trabalhou no Instituto de Investigação Científica de Psicologia Geral e Educacional – da Academia de Ciências Pedagógicas da União Soviética, como chefe do laboratório de psicologia.

De acordo com Libâneo e Freitas (2013), Davidov pautou-se pelas premissas da Teoria Histórico-Cultural e criou, junto com o amigo/mentor, o sistema didático conhecido como Elkonin-Davidov. Foi também por meio da colaboração desses dois pesquisadores que, por volta de 1970, a Teoria do Ensino Desenvolvimental foi formalizada, como um desdobramento da teoria vygotskyana.

Sobre o teórico, Libâneo e Freitas (2013, p. 40) destacam que

[...] seu legado teórico inclui a crítica à pedagogia tradicional, que privilegia o pensamento empírico, contrapondo-a com a concepção inversa de que crianças pequenas podem desenvolver o pensamento teórico, aprendendo o aspecto “essencial” dos objetos, ligado ao modo de operar da ciência, como um método geral para análise e solução de problemas.

A Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davidov (1982) se opõe ao ensino tradicional⁷ ao priorizar tanto os conhecimentos teóricos quanto os métodos de ensino orientados para a atividade

⁷ Compreendemos como ensino tradicional: um modelo educacional centrado na instrução direta do professor, que atua como autoridade principal, transmitindo conhecimento aos alunos que recebem a informação de maneira passiva. Este

criativa e produtiva. O cerne dessa teoria reside na distinção entre dois tipos de conceitos ou formas de conhecimento: **empírico** e **teórico**. Essa abordagem visa direcionar os alunos ao desenvolvimento de generalizações e abstrações, capacitando-os a utilizar os conhecimentos teórico-científicos na resolução de tarefas cognitivas. Para ele, a educação deveria visar o desenvolvimento do pensamento teórico, capacitando os estudantes a compreenderem e operarem com conceitos abstratos e princípios gerais, em vez de se limitar a fatos e procedimentos específicos.

Davidov (1988) considera que a atividade de estudo é o principal guia que impulsiona as crianças em idade escolar. É por meio dela que os alunos avançam para formas mais desenvolvidas de consciência social. O pesquisador trata do papel da escola na formação do pensamento teórico-científico e o distingue do pensamento empírico. Ao formular a Teoria Desenvolvimental, incorporando as contribuições de Vygotsky, Davidov desenvolveu sua pesquisa ampliando-as para a didática. Entre suas principais colaborações, Libâneo e Alves (2012, p. 46) esclarecem que Davidov

[...] investigou os processos de formação dos conceitos teórico-científicos no ensino com base na lógica dialética, pois, no seu entender, os conceitos cotidianos (ou empíricos) e os conceitos científicos (ou teóricos) são dois tipos fundamentalmente diferentes de generalização e de conceitos. Para esse autor, a instrução ou ensino (*obutchenie*) é um sistema de organização e métodos para assegurar o processo de apropriação da experiência socialmente formada, promovendo mudanças qualitativas no desenvolvimento mental. O caminho dessa apropriação é a formação de conceitos científicos pelos quais os alunos podem ter o domínio do modo geral pelo qual o objeto de conhecimento é construído, interiorizando os modos de atividade anteriores aplicados à investigação dos conceitos e modos de agir vinculados a esses conceitos.

Para Davidov (1982), os processos educativos têm como objetivo o desenvolvimento do pensamento teórico. Nesse, os educandos podem realizar ações que conduzem o pensamento do abstrato ao concreto, permitindo a tomada de consciência ao mesmo tempo em que se mobilizam capacidades de análise, reflexão e planificação de ações mentais. Esses elementos são próprios do pensamento teórico e permitem que o aluno elabore conceitos.

Sua pesquisa foi desenvolvida ao longo de mais de 20 anos em escolas russas. Defendia um ensino empenhado na transformação pessoal e social dos educandos. Buscou, de acordo com Libâneo e Freitas (2013, p. 315), desenvolver uma teoria do ensino que possibilitasse a análise dos

objetos de estudo por meio de um pensamento abstrato, generalizado e dialético e que “ensinasse os alunos a orientarem-se com autonomia na informação científica e em qualquer outra esfera de conhecimentos, ou seja, que os ensinasse a pensar dialeticamente mediante um ensino que impulsionasse o desenvolvimento mental.”

Na Teoria do Ensino Desenvolvimental, Davidov (1982) apresenta uma base teórico-metodológica que integra princípios psicológicos com o propósito de atingir objetivos pedagógicos e didáticos relacionados à construção do pensamento teórico-científico dos estudantes. Ele enfatiza a importância do ensino no desenvolvimento do aluno, de acordo com a perspectiva de Vygotsky em relação ao nexos entre aprendizagem e desenvolvimento psicológico. Isso ocorre por meio da organização da atividade de estudo do aluno, com ênfase no conhecimento teórico e nas generalizações teóricas.

Em uma de suas obras mais importantes, “Tipos de generalización en la enseñanza” (Tipos de generalização no ensino), Davidov (1982) elaborou uma organização sistemática de suas pesquisas nas escolas russas, diferenciando duas abordagens de ensino: uma fundamentada no conhecimento empírico e outra centrada no conhecimento teórico. Ele também destacou os fundamentos teóricos de sua Teoria do Ensino Desenvolvimental baseados no pensamento dialético.

Davidov (1982) explicita que conceitos empíricos são compreensões informais, intuitivas e espontâneas, que as pessoas desenvolvem sobre o mundo ao seu redor, com base em suas experiências pessoais e observações do ambiente. Esses conceitos são formados naturalmente, sem instrução formal, e muitas vezes refletem ideias simplificadas e não científicas sobre características naturais.

Em contrapartida, o pesquisador em questão (1982) também orienta acerca dos conceitos científicos, como sendo entendimentos formais e sistemáticos baseados em evidências empíricas, observações cuidadosas, experimentação e julgamento lógico. Esses conceitos são desenvolvidos por meio do método científico e são sujeitos à revisão e ao refinamento à medida que novas informações e descobertas são feitas.

Assim como Davidov (1982), Sforni (2004) esclarece que a diferença entre esses conceitos também se estabelece, no primeiro, pela descrição das características externas e aparentes dos objetos ou fenômenos, enquanto o segundo se ocupa da descoberta da essência como sua conexão interior.

Davidov (1988, p. 104-105) adverte para o fato de que a lógica formal tradicional apenas descreve os resultados do pensamento empírico, limitando assim os processos do pensamento. O

pensamento empírico promove generalizações nas quais não se separam, precisamente, as particularidades essenciais do objeto, a conexão interna de seus aspectos. Tal generalização não assegura, no conhecimento, a separação entre fenômenos e essência.

Para Davidov (1988), a formação do pensamento teórico-científico do aluno é o objetivo primordial do ensino-aprendizagem. Nesse processo, os conceitos científicos integram um sistema de signos que irão intermediar a relação do homem com o mundo. Pensar constitui-se em uma representação mental da coisa em si. Nossas representações mentais da realidade são possíveis por meio dos signos e símbolos que constituem os conceitos. Sobre a formação e generalização dos conceitos para o desenvolvimento do pensamento teórico-científico, Libâneo e Freitas (2013, p. 332-333) defendem que, para cumpri-lo,

[...] ao tomar um determinado objeto de conhecimento como conteúdo do ensino/aprendizagem, o professor deve investigar seu aspecto ou relação nuclear, na qual aparecem as relações fundamentais de sua gênese e transformação histórica, expressando o seu princípio geral. A partir desse princípio geral, o professor estrutura e organiza a atividade de estudo do aluno, de modo que ele realize abstrações e generalizações conceituais, sendo capaz de utilizá-las na análise e solução de problemas específicos da realidade envolvendo o objeto.

De acordo com Vygotsky (2009), o desenvolvimento do conceito científico progride por meio de processos educacionais, que dependem de colaboração sistemática entre professor e aluno. Nesse processo, ocorre o amadurecimento das funções psicológicas superiores. Com o auxílio de um adulto, os educandos apropriam-se dos conceitos científicos. Esses entram na zona de desenvolvimento proximal, uma área em que a criança pode alcançar compreensão e habilidades com assistência. Esse intercâmbio colaborativo é essencial para o crescimento intelectual das crianças, permitindo que elas desenvolvam uma compreensão mais profunda e precisa do mundo ao seu redor. Por outro lado, a fragilidade dos conceitos espontâneos se revela na dificuldade de abstração, levando a operações arbitrárias e utilizações incorretas. O pesquisador ainda argumenta que a evolução dos conceitos científicos em comparação com os conceitos espontâneos abre novos horizontes, abre-lhes caminhos, sendo uma espécie de propedêutica do seu desenvolvimento.

Assim os conhecimentos teóricos precedem, como uma fase preparatória indispensável, ao conhecimento empírico. Como um curso superior intelectual que abrange a essência dos movimentos visíveis aparentes.

Sob a perspectiva do ensino desenvolvimental, Davidov (1988, p. 104) afirma que “A ciência se esforça para passar da descrição dos fenômenos para a descoberta da essência como sua

conexão interior. Sabe-se que a essência tem um conteúdo diferente dos fenômenos e propriedades dos objetos diretamente dados.”

Davidov (1988) aborda que, desde os tempos antigos na história da filosofia, distinguiram-se dois tipos de pensamento: um envolve a atividade mental externa para a separação e registro dos resultados da experiência sensorial, enquanto o outro se concentra em desvendar a essência dos objetos e nas leis internas que regem seu desenvolvimento. Nesse segundo, residem os aspectos fundamentais que caracterizam o desenvolvimento do pensamento científico. O autor ainda cita Hegel que se referia a esse tipo de compreensão do pensamento e da razão como sendo “A Atividade do entendimento” (1988, p. 106).

Ainda segundo esse autor, as funções do entendimento iniciam por aquilo que é universal, em direção oposta àquilo que é particular e isolado. O entendimento age sobre os objetos, separando-os, comparando-os e abstraindo-os a fim de promover uma identidade universal e abstrata, ou seja, uma forma que revela a sua essência. Sobre o entendimento, Davidov (1988, p. 107) escreve:

O entendimento orienta-se, sobretudo, para a separação e comparação das propriedades dos objetos, a fim de abstrair a generalidade formal, isto é, dar-lhe a forma de conceito. Graças a isso, os objetos podem ser divididos e diferenciados com precisão. Esse pensamento é o passo inicial do conhecimento, no qual o conteúdo da contemplação adquire uma universalidade abstrata e formal. No caso de uma ampliação excessiva dessa generalidade, a abstração torna-se pobre e vazia. Essa tendência pode ser superada preservando-se as imagens da contemplação e as representações que estão na base da abstração.

A citação anterior destaca a importância do entendimento na formação de conceitos gerais, mas alerta para o perigo de tornar esses conceitos abstratos e vazios, enfatizando a necessidade de manter conexões com a experiência sensorial, a realidade concreta e as suas representações.

A escolha didático-metodológica, a organização do ensino e do espaço físico podem favorecer a aprendizagem de conceitos. Esse processo de ensino se dá pela generalização, que, segundo Sforni (2004, p. 52), “ocorre na tomada de consciência da existência de características comuns entre objetos, que podem ser designadas por uma palavra que representa a ideia geral do objeto ou fenômeno.”

Segundo os pressupostos de Davidov (1988), ao iniciar uma matéria, os alunos com auxílio dos professores, analisam o material a ser estudado para identificar a relação geral principal, além de observarem que essa relação se manifesta em outros casos particulares. Assim eles detectam as regularidades de vinculação do geral com suas diversas manifestações obtendo então uma generalização substantiva do tema estudado. As abstrações e as generalizações substantivas podem

então ser utilizadas para dedução de outras abstrações mais particulares, unindo-as em sistema acerca do objeto estudado. Esse processo de deduzir e unir as abstrações em uma estrutura forma o conceito que se constitui no núcleo do conteúdo estudado. Então, por meio da ascensão do abstrato ao concreto forma-se um conceito que servirá como princípio geral para orientar o estudo.

De acordo com Resende (2021, p. 14) “Na perspectiva materialista dialética, o método de ascensão do abstrato ao concreto é o único que reproduz teoricamente o real concreto. [...] O concreto, assim, é resultado de um processo de síntese, e não apenas ponto de partida.” Em consonância com Davidov, a autora ainda explica que “no pensamento teórico, o concreto aparece duas vezes – como ponto inicial e como resultado, em processos de análise e síntese que atuam em unidade.”

O conceito é formado a partir da identificação de invariantes substantivas obtidos pelo exercício de comparação entre objetos ou fenômenos diversos. Nessa organização, o professor seleciona e expõe aos alunos uma variedade de exemplos que diferem em qualidades particulares, mas que mantêm em comum e constante as qualidades essenciais. Sforni (2004, p. 55) ressalta que, nessa perspectiva teórica, o papel do professor é fundamental porque “dirige a atenção dos alunos para observações necessárias, orienta a análise e expõe o ‘vocábulo-termo’.”

Um ensino onde os alunos considerem cada tarefa como uma variante particular do princípio deduzido a partir do geral e abstrato, tem-se um processo de abstração teórica ou célula, que de acordo com Resende (2021, p. 13)

[...] consiste em se obter um novo objeto por um processo de elucidação da caracterização da dependência e da interdependência de fatores que caracterizam a existência do objeto. Consiste na criação de modelos que, sendo submetidos a um trabalho sucessivo, vão se tornando independentes de determinados fatores, transformando-se num objeto idealizado. Nesse processo, o homem busca reproduzir e revelar as propriedades dos objetos por meio de suas mútuas relações e conexões. Tanto no pensamento teórico como no pensamento empírico, está presente a abstração, porém com características e finalidades diferentes.

Esse exercício de comparação, que leva o aluno a distinguir aquilo que é primordial daquilo que é secundário, resulta no desenvolvimento da capacidade de abstrair. De acordo com Sforni (2004, p. 53) e, em consonância com Davidov (1982),

Quando a criança separa o que é geral e desconsidera outras qualidades, tomando apenas o que é invariável, designando-o com um signo (vocábulo, gráfico, etc...), esse conhecimento do geral, sendo resultado do ato comparativo e de sua fixação em signo, constitui-se em algo abstrato, não concreto, imaginável, produto exclusivamente de operações mentais.

Os signos, símbolos e gráficos desempenham um papel importante no processo de abstração pois servem como instrumentos de idealização e padronização de objetos. Eles possibilitam a representação teórica do real e concreto. Quanto a essas representações, fundamentais para

aprendizagem da matemática, Resende (2021, p. 13) afirma que “É possível pensar que quanto melhor a qualidade desse símbolo, com níveis mais gerais, pode-se atingir a abstração, haja vista a matemática, cuja linguagem simbólica da Álgebra permitiu atingir níveis mais amplos de abstração e generalização.” Desse modo, o pensamento está intrinsecamente ligado à linguagem. A qualidade da abstração e da generalização depende diretamente da qualidade de seus signos e símbolos. Como veremos mais adiante, à medida que a linguagem se desenvolve, o pensamento também se desenvolve, pois ela permite que o ser humano amplie situações particulares, construa modelos e represente o objeto de sua investigação.

A generalização substantiva ocorre quando há a separação de uma certa qualidade essencial comum a diferentes objetos ou fenômenos, isso inclui seu desmembramento de outras qualidades. E como Resende (2021, p. 16) afirma, “a abstração e a generalização substantivas estão na base da formação do conceito teórico. E este serve de “procedimento de conexão” no processo de trânsito da essência ao fenômeno pelo método dedutivo” (Davidov, 1982, p. 356).

As generalizações permitem que os alunos realizem sistematizações e classificações. Essas são tarefas centrais, que refletem correlações de conceitos em uma área ou outra. Davidov (1988, p. 101) também explica que “A generalização é examinada numa relação inseparável da operação da abstração.”

A formação de uma hierarquização de generalizações está ligada à necessidade de se identificar diversos objetos ou fenômenos como pertencentes a um determinado gênero e espécie, e relacionados, em virtude de suas propriedades, a um determinado lugar na classificação, considerando-os como pertencentes a uma categoria específica, com características que os posicionaram em uma classificação particular. Davidov (1982, p. 27) orienta que, na literatura psicológico-didática, isso é frequentemente descrito como a tarefa de dominar conceitos.

Dominar um conceito pressupõe não apenas conhecer as características dos objetos e fenômenos que ele engloba, mas também saber usar o conceito na prática, saber operar com ele. E que significa que a assimilação do conceito envolve não apenas o caminho de baixo para cima, dos casos singulares e parciais até sua generalização, mas também o caminho inverso, de cima para baixo, do geral para o parcial e singular. Conhecendo o geral, devemos saber percebê-lo em um caso concreto, isolado, com o qual temos uma relação em determinado momento.

Esse parágrafo fala sobre a verdadeira compreensão e domínio de um conceito. Não basta apenas conhecer as características gerais dos objetos ou fenômenos relacionados a esse conceito; é igualmente importante saber como usar esse conceito na prática, saber usá-lo efetivamente. Assimilar um conceito não segue apenas um caminho de entendimento de casos individuais até uma generalização, mas também ocorre de forma inversa. Isso significa que, além de entender a ideia

geral, é crucial ser capaz de identificá-la e utilizá-la em situações específicas e isoladas que nos deparamos no dia a dia. Em resumo, dominar um conceito vai além do conhecimento teórico; envolve a habilidade de utilizá-lo em contextos práticos e reconhecer sua relevância em situações particulares.

A partir dos estudos de Davidov, Sforni (2004, p. 55) também conclui que

O bom encaminhamento metodológico pelo professor é decisivo para que o aluno supere a dificuldade de efetuar o trânsito da percepção à representação, e desta ao conceito. O emprego do conceito é entendido como o ato de identificar os objetos e fenômenos como pertencentes a uma classificação. Ou seja, a sua aquisição ocorre de baixo para cima, mas saber operar com ele envolve o movimento inverso, de cima para baixo. Saber significa ir do geral ao particular. O domínio desse movimento é a finalidade da generalização conceitual para essa linha de organização do ensino.

Então, compreender o conceito implica conhecer seu conteúdo e ter uma percepção de sua essência, além de saber identificá-lo em casos particulares, ou seja, aplicar o conceito. Trata-se de um movimento dialético, do particular para o geral e desse para o particular.

2.3 Pensando o ensino-aprendizagem na perspectiva do ensino desenvolvimental e da formação de conceitos

Coadunando com a Teoria do Ensino Desenvolvimental e a Teoria Histórico-Cultural, Caraça (1998) propõe um olhar sobre a ciência não como é abordada por livros didáticos e professores, como “coisa criada”, mas como um organismo vivo que foi sendo elaborada diante das necessidades da condição humana, com suas forças e fraquezas. Sob esse ponto de vista, Caraça (1998, p. 7) aponta que o desenvolvimento do pensamento científico contempla ações como “hesitações, dúvidas, contradições, que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições”. Concebendo-o como conhecimento em constante construção.

Desse modo, à luz da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria Desenvolvimental, a organização do ensino deve considerar a construção do pensamento teórico-científico, respeitando alguns princípios, como: ensino orientado para o desenvolvimento intelectual dos alunos e focado na formação de conceitos científicos e na capacidade dos alunos de usar esses conceitos na análise e solução de problemas reais; atividade teórica como base da aprendizagem na qual os alunos engajam-se em processos de pensamento abstrato e generalização; organização do ensino que privilegie a aprendizagem baseada em problemas, onde os alunos enfrentam questões e tarefas desafiadoras que requerem o uso e a aplicação de conceitos teóricos; ensino estruturado de forma a

operar dentro da Zona de Desenvolvimento Proximal dos alunos que significa ensinar conceitos que os alunos ainda não conseguem compreender completamente por conta própria, mas podem aprender com a ajuda adequada de professores ou colegas mais capacitados; colaboração e diálogo; integração de conhecimentos. Concordam com as teorias mencionadas autores como: Sforni (2004), Sousa, Panossian e Cedro (2014), Moretti; Cedro (2017), Libâneo (2004-2012), Moura (2010-2022), Rosa (2010), que utilizam fundamentos do ensino desenvolvimental e da Teoria Histórico-Cultural, iniciada pela abordagem psicológica de Vygotsky e expandida por seus seguidores.

Expomos aqui o risco de se abordar o conhecimento como “coisa criada”, pronta e acabada, com excessiva generalidade pobre e vazia. Em consequência disso, tem-se um fazer pedagógico no qual há conteúdos a serem transmitidos, assimilados e reproduzidos. Enquanto a abordagem teórica desenvolvimental e histórico-cultural considera o direito à cultura, a uma visão geral do mundo físico e social historicamente construído.

O ensino que se limita a transmitir conhecimento possivelmente será inadequado para promover o desenvolvimento, e, em muitos casos, pode até limitá-lo. Como afirmam Cedro, Moraes e Rosa (2010, p. 432), quanto ao ensino da matemática, ao ancorá-la “na memorização e repetição, a perspectiva empirista acaba por limitar o processo de pensamento dos estudantes e, com isso, o desenvolvimento humano.”

Contrapondo-se a esse tipo de ensino, Davidov propõe o ensino que favorece a formação do pensamento teórico, assim compreendido:

O conteúdo do pensamento teórico é mediado, refletido, existência essencial. O pensamento teórico é o processo de idealização de um dos aspectos da atividade objeto-prática, a reprodução, nela, das formas universais das coisas. Tal reprodução se dá na atividade de trabalho das pessoas como um experimento obsesso-sensorial peculiar. Esse experimento então assume cada vez mais um caráter cognitivo, permitindo que as pessoas avancem, ao longo do tempo, para experimentos feitos mentalmente (Davidov, 1988, p. 125)

Sobre o desenvolvimento do pensamento teórico, Libâneo (2004, p. 16) expõe que

As pesquisas de Davydov tiveram origem na análise crítica da organização do ensino assentada na concepção tradicional de aprendizagem, que leva à formação do pensamento empírico, descritivo e classificatório. Segundo ele, conhecimento que se adquire por métodos transmissivos e de memorização não se converte em ferramenta para lidar com a diversidade de fenômenos e situações que ocorrem na vida prática. Um ensino mais vivo e eficaz para a formação da personalidade deve basear-se no desenvolvimento do pensamento teórico. Trata-se de um processo pelo qual se revela a essência e o desenvolvimento dos objetos de conhecimento e, com isso, a aquisição de métodos e estratégias cognitivas gerais de cada ciência, em função de analisar e resolver problemas e situações concretas da vida prática. O pensamento teórico se forma pelo domínio dos procedimentos lógicos do

pensamento, que, pelo seu caráter generalizador, permite sua aplicação em vários âmbitos da aprendizagem.

A interação colaborativa entre professor-aluno também é um meio de compreensão mais profunda das nuances culturais e históricas que cercam o conhecimento. Essa relação pode proporcionar um solo fértil para o trabalho de mediação do professor. Como Libâneo (2004, p. 6) orienta:

Mais precisamente, será fundamental entender que o conhecimento supõe o desenvolvimento do pensamento e que desenvolver o pensamento supõe metodologia e procedimentos sistemáticos do pensar. Nesse caso, a característica mais destacada do trabalho do professor é a mediação docente pela qual ele se põe entre o aluno e o conhecimento para possibilitar as condições e os meios de aprendizagem, ou seja, as mediações cognitivas.

A abordagem teórica desenvolvimental considera o desenvolvimento humano como um processo social e culturalmente mediado, conforme preconizado pela Teoria Histórico-Cultural. De acordo com essa perspectiva, Libâneo (2004, p. 15) sintetiza, a partir das ideias de Davidov, lastreadas no pensamento de Vygotsky:

Deve-se levar em consideração as origens sociais do processo de desenvolvimento, ou seja, o desenvolvimento individual depende do desenvolvimento do coletivo. A atividade cognitiva é inseparável do meio cultural, tendo lugar em um sistema interpessoal de forma que, através das interações com esse meio, os alunos apreendem os instrumentos cognitivos e comunicativos de sua cultura. Isto caracteriza o processo de internalização das funções mentais.

Entendemos então que o desenvolvimento não é um fator isolado ou determinado apenas por fatores biológicos, mas é profundamente influenciado pelo ambiente social, cultural e histórico em que uma pessoa está inserida. Dessa forma, Libâneo (2004) ainda destaca o papel da educação no processo do desenvolvimento mental, pois o ensino tem o poder de exceder o limite do desenvolvimento real do aprendente. Sobre a educação, Libâneo (2004, p. 15) afirma ser um “componente da atividade humana orientada para o desenvolvimento do pensamento através da atividade de aprendizagem dos alunos (formação de conceitos teóricos, generalização, análise, síntese, raciocínio teórico, pensamento lógico), desde a escola elementar.”

A Teoria Histórico-Cultural destaca a importância da mediação social, ou seja, a influência de outros indivíduos mais experientes (como pais, professores e colegas) e das ferramentas culturais (como linguagem, tecnologia e símbolos) no processo de aprendizagem e desenvolvimento. Como afirma Libâneo (2004, p. 15), em consonância com Davidov:

A referência básica do processo de ensino são os objetos científicos (os conteúdos), que precisam ser apropriados pelos alunos mediante a descoberta de um princípio interno do objeto e, daí, reconstruído sob forma de conceito teórico na atividade conjunta entre professor e alunos. A interação sujeito–objeto implica o uso de mediações simbólicas (sistemas, esquemas, mapas, modelos, isto é, signos, em sentido amplo) encontradas na cultura e na ciência. A reconstrução e reestruturação do objeto de estudo constituem o processo de internalização, a partir do qual se reestrutura o próprio modo de pensar dos alunos, assegurando, com isso, seu desenvolvimento.

Essa abordagem revela a importância dos contextos sociais e históricos na formação das capacidades cognitivas, na apropriação do conhecimento e na aquisição de habilidades práticas que promovam mudanças no modo de ação e pensar dos indivíduos.

De acordo com Vygotsky (2009), o desenvolvimento de conceitos científicos é um processo sociocultural que envolve interações sociais, linguagem, colaboração e internalização de conhecimento. Ao entender e utilizar esses princípios, nós, educadores, podemos facilitar o desenvolvimento do pensamento científico dos alunos, promovendo uma compreensão mais profunda e significativa dos conceitos científicos. Nessa perspectiva, Libâneo (2004, p. 19) nos lembra que

Davydov recrimina no ensino tradicional a transmissão direta aos alunos dos produtos finais da investigação, sem que possam aprender a investigar por si mesmas. Todavia, a questão não está em descartar os conteúdos, mas em estudar os produtos culturais e científicos da humanidade, seguindo o percurso dos processos de investigação, ou seja, reproduzindo o caminho investigativo percorrido para se chegar a esses produtos. O procedimento prático de se realizar essas estratégias são as ações de aprendizagem. Por meio de atividades de abstração e generalização e exercícios escolares, representativos da disciplina, pode-se ensinar às crianças o modo como aprender a manejar seus processos cognitivos.

Embora o uso do conhecimento no mundo contemporâneo e nas relações que se estabelecem com a realidade sociocultural do educando sejam importantes, somente tais abordagens não dão conta de toda significação do objeto de estudo. Sobre o conhecimento teórico-científico, Sforni (2004, p. 71) elucida que “Compreender as transformações, movimento e desenvolvimento do conhecimento não é importante apenas como aumento quantitativo de informação, mas, principalmente, porque essas transições revelam, junto ao conteúdo, o método de conhecimento científico, expondo a gênese e a natureza dos conceitos [...]”. Enquanto educadores, é necessário que conheçamos os movimentos histórico e lógico dos conceitos para analisar suas implicações na forma como os alunos aprendem. Esses movimentos podem revelar os nexos conceituais do conhecimento em estudo e assim contribuir para a organização do ensino com vistas à formação de conceitos, como advogam Cedro, Moraes e Rosa (2010, p. 434):

Para a formação do pensamento teórico, é necessário organizar o ensino de modo que o estudante realize atividades adequadas para a formação desse pensamento. Assim, Davydov defende que se deve partir das teses gerais da área do saber, e não dos casos particulares, buscando-se a célula, a gênese e a essência do conceito.

Panossian, Sousa e Moura (2017, p. 127) afirmam que o movimento histórico e lógico de conceitos é um princípio para constituição do objeto de ensino, pois contribui para a revelação e a abordagem da essência e dos nexos conceituais desse conhecimento. Sobre esses movimentos, os autores escrevem:

Assim, para a compreensão da relação entre o movimento histórico e lógico dos conceitos e o ensino, é necessário compreender que, quando nos referimos ao movimento histórico e lógico dos conceitos, estamos nos referindo inicialmente ao processo de *objetivação* na forma de instrumentos (materiais ou psíquicos) da experiência histórica da humanidade. (grifo dos autores)

Com a contribuição de Manoel Oriosvaldo de Moura, o livro de Moretti e Cedro (2017, p. 9) traz a reflexão de que “ensinar é sobretudo, dar sentido ao que deve ser aprendido. E aprender um conceito é apropriar-se de um instrumento cognitivo e do modo de usá-lo.”

Compreender esse movimento implica manifestar a sua essência sob a forma de um conceito. Nas relações que o homem estabelece com o mundo, com as outras pessoas e consigo mesmo, ele encontra condições de se apropriar do significado dos conceitos como produto da construção humana. Tais apropriações geram seu próprio desenvolvimento psíquico. Nesse contexto, a escola desempenha papel fundamental na ampliação da prática cultural dos indivíduos como ainda na significação de conceitos historicamente atribuídas a eles.

A mediação apontada pelo autor ocorre pelos símbolos, que não representam sua própria natureza, mas a natureza dos objetos do conhecimento. A função do símbolo reside em seu caráter funcional na qual, de acordo com Davidov (1988, p. 127), “Os diferentes sistemas de símbolos (materiais, gráficos) podem se tornar meios de estabelecer padrões e, assim, idealizar objetos materiais, meios de passagem deles para o plano mental.” Os esquemas de simbolização permitem ainda a comunicação das experiências humana e o acesso à cultura socialmente produzida, do saber que ocorre mediante os conceitos, ampliando as funções psíquicas e cognitivas do ser aprendente.

Sob a perspectiva de Vygotsky, os símbolos são instrumentos psicológicos que regulam as ações sobre o psiquismo das pessoas, ampliando e potencializando suas capacidades. Consoante a abordagem vygotskyana, Sforzi (2004, p. 35) esclarece que “A possibilidade de construção intencional, conservação e, principalmente, transmissão do conteúdo (significado, funções...) dos instrumentos é o que permite que cada indivíduo ou cada nova geração não precise “reinventar a roda”.

A autora ressalta que os instrumentos são resultados das ações sobre os objetos. Sempre que surgir uma nova ação sobre um objeto, ou sobre um novo objeto, cria-se um novo instrumento. Isso se deve às relações que o homem estabelece com a natureza.

Na natureza, a função de transmitir a experiência é realizada principalmente pelos mecanismos de hereditariedade. Na vida humana, isso é minimizado devido à natureza da atividade humana, que garante sua própria existência. Ao contrário da atividade adaptativa dos animais, a atividade dos seres humanos é criativa e transformadora. O homem transforma o que encontra pronto na natureza de acordo com suas necessidades e interesses, criando assim um mundo cultural humanizado e fundamentalmente novo.

Aqui reside uma das funções do processo educativo, que é transferir a experiência da atividade humana para preservar a continuidade do desenvolvimento histórico e cultural e realizar a inclusão das novas gerações em certos tipos de atividades transformadoras. Tais atividades são transformadoras devido ao processo de internalização, como Sforni (2004, p. 35) afirma:

Quando um instrumento é transmitido socialmente, transmitem-se com ele signos e processos mentais que acompanham a sua criação e uso, ou seja, na interação entre as pessoas e na ação física e mental sobre o instrumento carregado de signos realiza-se o processo de internalização. Inúmeras são as situações em que se verifica como o ambiente cultural, mediante signos e instrumentos, vai conferindo propriedade e pertinência às ações individuais, permitindo, nesse processo, o desenvolvimento de funções psicológicas superiores.

A autora discute a transmissão de conhecimento e cultura por meio de instrumentos e símbolos. Quando um instrumento é usado e compartilhado socialmente, ele não é apenas um objeto físico, mas também carrega consigo sinais e processos mentais que foram incorporados durante sua criação e utilização. A interação das pessoas com esse instrumento, tanto física quanto mentalmente, leva a um processo chamado de internalização, em que as pessoas absorvem esses sinais e processos mentais. O ambiente cultural, por meio de símbolos e instrumentos, influencia e dá significado às ações individuais, possibilitando o desenvolvimento de funções psicológicas mais complexas e avançadas. É como se a cultura e os símbolos compartilhados moldassem e enriquecessem as habilidades mentais das pessoas, à medida que elas interagem com o ambiente ao seu redor.

Uma outra maneira de transmitir a rica experiência cultural e histórica das atividades transformadoras seria por meio da recriação dos modos de ação, envolvendo tanto o aluno quanto o professor que já possui domínio desses modos de ação. Isso abriria caminho para o acesso às habilidades fundamentais subjacentes a esses modos de ação. Em vez de simplesmente fornecer

regras para a realização de uma ação, o adulto se engajaria diretamente na ação, realizando-a lado a lado com a criança e discutindo cada passo subjacente do processo.

O resultado dessa abordagem vai além da simples execução da ação desejada: as crianças não apenas realizam a ação, mas também adquirem um domínio mais profundo das habilidades que a sustentam, bem como da norma cultural que a orienta.

Consequentemente, as crianças não apenas desempenham a atividade desejada, mas também compreendem profundamente as habilidades que estão por trás dela, assim como os valores culturais envolvidos. Além disso, ao serem desafiadas com situações que exigem uma mudança em seu modo de ação já previsto, elas descobrem por meio das mesmas normas culturais anteriormente conhecidas. Esse método não apenas transmite conhecimento, mas também fomenta a compreensão, a adaptabilidade e a descoberta independente das normas culturais, enriquecendo assim a experiência de aprendizagem.

Outro aspecto relevante, descrito por Libâneo e Freitas (2013, p. 325), é que, em seus estudos, Davidov e Elkonin

concluíram que crianças em idade escolar poderiam resolver tarefas de aprendizagem se fossem promovidas nelas transformações básicas por meio da atividade de estudo, do pensamento teórico-abstrato e da livre regulação da conduta. Daí a necessidade de organizar um ensino capaz de fazer surgir, nas crianças, zonas de desenvolvimento proximal.

O conceito de Zona de Desenvolvimento Próximo⁸, elaborado por Vygotsky, define a distância entre a capacidade que o indivíduo tem de realizar uma atividade de forma independente – Nível de desenvolvimento real - e a potencialidade de aprender sob a orientação de alguém mais experiente, como um conhecimento que ainda não é possível aprender sozinho, mas que é potencialmente atingível – Nível de desenvolvimento potencial. Assim, como Mello (2007, p. 98) explica:

Para a Teoria Histórico-Cultural, o bom ensino incide no que Vygotsky (1988) chamou zona de desenvolvimento próximo e que se expressa pelo que a criança não é ainda capaz de fazer de forma independente, mas pode fazer com ajuda do outro. Dessa forma, ao realizar, com ajuda de um parceiro mais experiente, uma tarefa que extrapola suas possibilidades de realização independente, a criança se prepara para, num futuro próximo, realizá-la de forma independente. Desse ponto de vista, o bom ensino deve sempre se adiantar ao que a criança já sabe, e, assim, promover novas aprendizagens e desenvolvimento. Em outras palavras, o bom ensino é sempre colaborativo, ou seja, envolve o fazer independente da criança mediado pelo educador e pela educadora – ou mesmo por crianças mais experientes –, que provêm níveis de ajuda necessários.

⁸ O termo Zona de Desenvolvimento Próximo adotado por Mello (2007), corresponde ao Zona de Desenvolvimento Proximal, adotado por Libâneo e Freitas (2013), ou ainda, como prefere Prestes (2010), Zona de Desenvolvimento Iminente.

De acordo com os princípios de Vygotsky, a organização do ensino deve ser concebida de tal forma que possa antecipar e contribuir com o desenvolvimento do aluno, numa perspectiva de aprendizagem colaborativa, operando como uma mola propulsora que promove o desenvolvimento. Nessa visão, o professor é o sujeito do processo ensino-aprendizagem que organiza sua prática pedagógica, a fim de mediar os dois polos da relação, ou seja, busca organizar as atividades de ensino para que se estabeleça uma relação entre os conhecimentos empíricos que os estudantes trazem com os conhecimentos teóricos que o professor deseja ensinar. O professor deve oferecer projeções, fazer perguntas orientadas durante as interações e concentrar-se não apenas nas funções psicológicas já consolidadas, mas sim nas funções em processo de desenvolvimento, que são relevantes para a transição para o próximo estágio de crescimento. Nessa perspectiva, Libâneo e Alves (2012, p. 41-42) expõem:

O trabalho dos professores consiste em ajudar o aluno, por meio dos conteúdos, a adquirir capacidades para novas operações mentais ou modificar as existentes, com o que se operam mudanças qualitativas em sua personalidade. Há, então, três focos articulados da didática: os conteúdos dos saberes a ensinar, a ativação das capacidades intelectuais dos alunos, o ambiente sociocultural e institucional para o ensino e a organização das situações didáticas com os meios adequados.

Sobre a Didática, Libâneo e Alves (2012) defendem que, no patamar de ciência, ela investiga o processo de aprender-ensinar e ensinar-aprender articulando o ensino e a aprendizagem em uma unidade. A Didática busca estudar a relação entre o ensino e o desenvolvimento das capacidades intelectuais, de modo a contribuir com a formação de novas ações mentais do aluno.

É assim que escola e ensino, pela mediação do professor, existem para promover e ampliar o desenvolvimento das capacidades cognitivas e a formação da personalidade. Por isso, o problema pedagógico-didático diz respeito às formas pelas quais práticas sociais formam o desenvolvimento cognitivo, afetivo e moral dos indivíduos, sendo que os resultados social, pedagógico e cultural da escola expressam-se nas aprendizagens efetivamente consumadas. A atividade pedagógica somente é pedagógica se ela mobiliza as ações mentais dos sujeitos, visando à ampliação de suas capacidades cognitivas e à formação de sua personalidade global (Libâneo; Alves, 2012, p. 43).

Essa abordagem teórica defende a intervenção intencional do educador no processo de desenvolvimento do aluno. Além disso, oferece contribuições valiosas para compreender as características peculiares do desenvolvimento psíquico, facilitando a aquisição do conhecimento científico acumulado ao longo da história.

A necessidade contínua de autodesenvolvimento, a atividade criativa-transformadora como fonte de crescimento pessoal constitui-se na livre regulação da conduta. O conteúdo educacional concentra-se em um sistema de conceitos científicos que representam modos generalizados de ação, que tem a assimilação como modo de transferência.

A atividade de estudo é o elemento central dessa teoria, e os objetivos de aprendizagem visam preparar os alunos para participarem ativamente em atividades criativas não reprodutivas, promovendo assim seu autodesenvolvimento contínuo. De acordo com Resende (2021, p. 18), esta atividade compreende:

- 1) a compreensão pelo estudante das tarefas de estudo, que devem estar estreitamente relacionadas com a generalização substantiva, de modo que ele se transforme em sujeito da atividade; 2) a realização das ações de estudo, que conduzem os alunos às relações gerais, à modelação das relações gerais, à passagem do modelo ao objeto e vice-versa; 3) a realização pelos alunos das ações de controle e avaliação.

A Teoria Desenvolvimental, segundo Libâneo (2004, p. 17) apoiado em Davidov (1988), pressupõe que “um ensino baseado na generalização teórica significa: analisar de maneira autônoma os dados da tarefa; separar neles as conexões essenciais; considerar cada tarefa como uma variante particular daquela que havia sido resolvida inicialmente por meios teóricos.”

Conforme Davidov (1988), à medida que os alunos dominam os modos necessários da ação e se tornam agentes de autotransformação, o conteúdo educacional passa a se concentrar em conceitos que revelam a essência dos sistemas funcionais em estudo. Esses conceitos ajudam a compreender os padrões de funcionamento desses sistemas, bem como as possibilidades e métodos para transformá-los. O ensino desenvolvimental considera o conteúdo como uma ferramenta essencial para promover o desenvolvimento planejado dos alunos, adaptando-se às suas necessidades e melhorias de crescimento.

Davidov (1982, p. 26) traz contribuições para nosso entendimento sobre a linguagem como mediadora dos processos de generalização e na formação de conceitos.

No processo de ensino, a palavra do professor organiza a observação dos escolares, especificando o objeto a ser observado, orienta a análise para a diferenciação dos aspectos essenciais dos fenômenos em relação aos não essenciais e, finalmente, a palavra-termo - estando associada aos traços salientes, comuns a toda uma série de fenômenos - torna-se seu generalizante e conceito.

A abordagem davidoviana nos esclarece que o objeto de conhecimento é cuidadosamente colocado em um contexto que permita a revelação de sua essência com maior precisão. O objeto

apresentado sofre alterações mentais subsequentes. No âmbito do experimento, um sistema de conexões mentais se desenvolve no qual o objeto se encaixa.

Na Teoria Desenvolvimental, um conceito é uma estrutura mental que representa um conjunto de objetos, eventos ou ideias que possuem características comuns. Ainda conforme Davidov (1982), não se trata de uma etiqueta ou um nome para um grupo de objetos, eventos ou ideias semelhantes, mas sim como uma estrutura mental complexa que captura a essência das relações e propriedades subjacentes que esses elementos têm em comum. A compreensão dos conceitos está profundamente enraizada na ideia de que o conhecimento não é uma simples acumulação de fatos ou informações, mas uma construção ativa que reflete a compreensão profunda dos princípios e leis que regem a realidade. Essa estrutura é desenvolvida ao longo do tempo, à medida que o sujeito interage com o ambiente e assimila experiências sensoriais e cognitivas.

Desse modo, os conceitos não são inatos, eles são apropriados gradualmente por meio da experiência e da interação com o mundo. À medida que a pessoa vivencia diferentes situações e aprende sobre objetos e eventos, começa a identificar padrões e semelhanças. Esses padrões e semelhanças generalizados em conceitos ajudam as pessoas a organizar e compreender o mundo ao seu redor de forma mais eficaz.

Na Teoria Desenvolvimental, os conceitos são abstrações que generalizam objetos, fenômenos ou ideias, identificando suas características essenciais e as relações que os definem. Essa abstração permite aos indivíduos utilizar o conceito em novas situações, reconhecendo as propriedades comuns em diferentes contextos. Eles são organizados em uma estrutura hierárquica, onde conceitos mais simples são integrados em conceitos mais complexos. Também refletem relações dialéticas, significando que eles surgem da interação e da contradição entre diferentes elementos ou ideias. Isso está alinhado com a visão marxista de que o conhecimento progride através da resolução de contradições, um princípio fundamental na Teoria Histórico-Cultural. Além de terem uma função mediadora no processo de aprendizagem e cognição, servindo como ferramentas que permitem aos indivíduos pensar sobre e interagir com o mundo de maneiras mais complexas e eficazes. Os conceitos são meios pelos quais os indivíduos podem analisar, sintetizar e aplicar o conhecimento.

Os conceitos são cruciais para o pensamento abstrato e a resolução de problemas. Eles permitem que as pessoas generalizem suas experiências e apliquem o conhecimento em novas situações. O desenvolvimento de conceitos está relacionado ao desenvolvimento da linguagem; à

medida em que as crianças aprendem palavras para descrever diferentes objetos e situações, estão, ao mesmo tempo, construindo seus conceitos sobre esses objetos e situações.

Assim, um conceito, próprio do conhecimento científico, é uma representação mental generalizada e abstrata que surge da experiência e da interação com o ambiente e avança para compreensão cada vez mais pautada na análise sistêmica e gradativamente menos dependente das experiências sensoriais. Sobre esse conhecimento, Sforzi (2004, p. 64) aponta que ele

[...] não está somente na apropriação do conteúdo do conceito, mas também no domínio de formas de interação com o conhecimento presentes nos conceitos científicos que, quando apropriados teoricamente, são transformados em instrumentos cognitivos. Não basta descrever, nomear, definir objetos e fenômenos, é preciso ir além do aparente dado. O conhecimento científico tem justamente que passar da descrição dos fenômenos à revelação da essência como nexos internos dos mesmos, através do estudo da constituição e do funcionamento dos objetos e fenômenos.

Diferentemente dos nexos externos, que se limitam aos elementos perceptíveis e ao uso da linguagem, Sousa (2018) explana como os nexos internos compreendem os elementos fundamentais do movimento lógico-histórico do conceito. Sousa (2018, p. 50) afirma que “os nexos conceituais, ou seja, os elos que fundamentam os conceitos contêm a lógica, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento.”

Compreender que as mudanças de ontem, de hoje e do amanhã são resultados das ações humanas cria condições emancipadoras, para que o aprendiz não apenas repita os caminhos já percorridos, mas que possa criar novos modos de ação a partir dos conhecimentos produzidos e codificados durante a história da atividade humana. Isso só é possível apoiado pelo conteúdo das várias ciências. Neste ponto, a educação escolar é importante para o acesso aos conteúdos científicos, como via de entendimento do mundo sociocultural historicamente construído, apropriação de métodos e ampliação dos recursos cognitivos. A tarefa da escola está em possibilitar o domínio de conceitos e o acesso à cultura socialmente produzida. Conforme Sforzi (2004 p. 26), essa tarefa não é simples, pois

O trabalho pedagógico corre um risco constante de degenerar-se em atividades desprovidas de valor formador no plano intelectual. Saber identificar essas situações e organizar outras que realmente contribuam para o desenvolvimento psíquico, tendo como norte o processo de humanização, é um desafio.

O entendimento das bases da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria Desenvolvimental constitui-se em campo fértil para se pensar em uma organização do ensino que possibilite a formação de conceitos e o desenvolvimento psíquico.

O ambiente educacional deve propiciar experiências formativas, considerando o ambiente social no qual o educando está inserido. De acordo com Sformi (2004, p. 39), a escola não transmite “apenas conteúdos, mas também elementos que propiciam o desenvolvimento das capacidades de memória, atenção, abstração, generalização, dentre outras; ou seja, a forma de pensamento também é construída na atividade mediada.”

Na obra de Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 11), em seu prefácio, Manoel Oriosvaldo de Moura esclarece que

O par lógico-histórico muda para par histórico-lógico nas ações de ensinar. O ato do educador é o de apreensão do movimento histórico do conceito para daí retirar o que considera como sendo relevante para ser sistematizado na escola como conteúdo de ensino. É por isso que a história do conceito deve ser vista não como ilustradora do que deve ser ensinado. Ela é o verdadeiro balizador das atividades educativas. Os conceitos são sínteses produzidas na história humana, já nos dizia Vygotsky.

Tomar consciência desses aspectos é fundamental para que possamos compreender os processos humanos de apropriação dos conceitos e assim nos orientarmos quanto à organização das atividades de ensino, de modo que consigamos proporcionar aos educandos experiências educativas que gerem sentido para eles. O ensino-aprendizagem dirigido pelos pressupostos davidovianos e pela concepção da Teoria Histórico-Cultural pode contribuir para a formação de indivíduos mais críticos, reflexivos e socialmente conscientes.

Isso ocorre, porque essas abordagens enfatizam a importância da interação social, do desenvolvimento das capacidades cognitivas superiores e da compreensão das conexões entre o conhecimento e a realidade cultural e histórica em que os alunos estão inseridos. Dessa forma, promovem um ensino que, não apenas, transmite informações, mas também desenvolve a capacidade dos alunos de pensar criticamente, resolver problemas e utilizar seu conhecimento de maneira relevante em diferentes contextos.

Essas teorias nos embasam para organizar o ensino e construir dispositivos didáticos sólidos que permitam, conforme Libâneo e Alves (2012, p. 49) “a identificação das operações mentais a realizar, a partir dos conteúdos, e prever as situações pedagógico-didáticas em que serão postas em prática.”

Sob esse aspecto, Libâneo e Alves (2012) afirmam que a didática tem a característica de mediar o processo ensino-aprendizagem e destacam o papel do professor nessa organização e na orientação da atividade de aprendizagem do aluno. Com isso, Libâneo e Alves (2012, p. 51) revelam que

[..] a dinâmica entre três elementos constitutivos do ato didático - o professor, o aluno, a matéria - forma as categorias da didática: Para que ensinar? O que ensinar? Quem ensina? Para quem se ensina? Como se ensina? Sob que condições se ensina e se aprende? Tais categorias formam, por sua vez, o conteúdo da didática.

Examinando essas categorias, Libâneo e Alves (2012, p. 51) ponderam a respeito dos objetivos da educação, do papel da escola e do ensino “em relação à formação humana, consideradas as demandas e exigências da sociedade, da localidade, do desenvolvimento científico e tecnológico, das exigências pela qualidade de vida”.

Eles apontam para: a organização dos conteúdos como fruto das intenções sociais e políticas do ensino, a relação indissociável entre quem aprende e quem ensina, as práticas organizativas e institucionais da cultura escolar, os métodos e procedimentos implementados na organização do ensino. As categorias, segundo Libâneo e Alves (2012, p. 52), também supõem as condições nas quais ocorrem as ações didáticas que englobam aspectos como “as políticas educacionais e diretrizes normativas para o ensino; as práticas socioculturais, familiares, locais; [..]”

Portanto, a abordagem teórica desenvolvimental à luz da Teoria Histórico-Cultural registra a natureza social e cultural do desenvolvimento humano, focando a interação dinâmica entre o indivíduo e seu ambiente social como um motor essencial para o crescimento e aprendizado ao longo da vida.

3. TECENDO CONEXÕES: EXPLORANDO O ENSINO DE ÁLGEBRA E PROPORCIONALIDADE

Na prática profissional docente, o trabalho pedagógico é orientado por uma base comum curricular que organiza e discrimina os conteúdos a serem ensinados. Em conformidade com essa base, estados e municípios estruturam o ano letivo, dividindo o conteúdo em anos e bimestres. São disponibilizados documentos de caráter normativo e o currículo escolar, que ordena e sistematiza o conteúdo, além de serem distribuídos livros didáticos gratuitamente na rede pública.

Na matemática, encontra-se nesses materiais a Álgebra a ser ensinada, já organizada e com certo viés didático que cabe ao professor determinar suas estratégias para ensinar o que já está previamente definido. Até mesmo para não correr o risco de não atender às demandas de avaliações externas, cujos resultados atendem a necessidades políticas de formulação e monitoramento de políticas públicas voltadas à educação.

Cabe considerarmos importante a análise dos documentos normativos, uma vez que, segundo Sousa (2021, p. 73) seus fundamentos

[...] estão ancorados por uma visão que privilegia as matrizes de avaliações externas e exames nacionais, tais como: Pisa, Saeb, Prova Brasil, Olimpíadas, ENEM dentre outras, a primeira implicação para as práticas escolares está relacionada à fragmentação dos conceitos matemáticos e à padronização na organização do ensino, uma vez que, tanto os materiais didáticos, quanto as aulas estão praticamente prontas, disponíveis em sites, apostilas e livros didáticos. Cabe aos professores da Educação Básica apenas treinar os alunos para se saírem bem nas avaliações.

Sousa (2021) alerta sobre a perda de autonomia dos professores e quanto ao foco da BNCC, que visto da perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, vincula o conceito de competência à atividade prática, ao “fazer” e “saber fazer” e à adaptação do sujeito à realidade social. A autora ainda destaca que, no caso específico da história da matemática, ela se restringe a um recurso didático como podemos ver no texto do documento:

Além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos (Brasil, 2018, p. 298).

Considerando todos esses aspectos e como eles incidem sobre o ensino-aprendizagem da Álgebra e da formação do conceito de Proporcionalidade, nas abordagens metodológicas desse conhecimento e em sua organização, trataremos nesta seção a abordagem didático-metodológica nessa área do conhecimento, orientada pela Teoria Histórico-Cultural e pela Teoria Desenvolvimental.

3.1 A Álgebra e o seu ensino – alguns elementos empíricos e teóricos

A forma como o professor organiza o ensino é relevante para sua prática pedagógica e para constituição de significado pelo aluno, como Panossian (2013, p. 16) compreende sob a ótica da teoria da atividade de Leontiev:

As relações entre o conhecimento matemático específico e o modo de organização do ensino eram estabelecidas pela própria professora, conforme as condições e os conhecimentos apropriados. Entende-se que isso está de acordo com os pressupostos da atividade como unidade de análise do psiquismo, pois o sujeito parte de uma necessidade, estabelece seus objetivos, ações e operações em busca do objeto que concretiza sua necessidade. Nesse momento inicial de atuação como professora, pode-se dizer que o objeto eram os conhecimentos pedagógicos que permitiam a compreensão e a superação da própria atuação profissional.

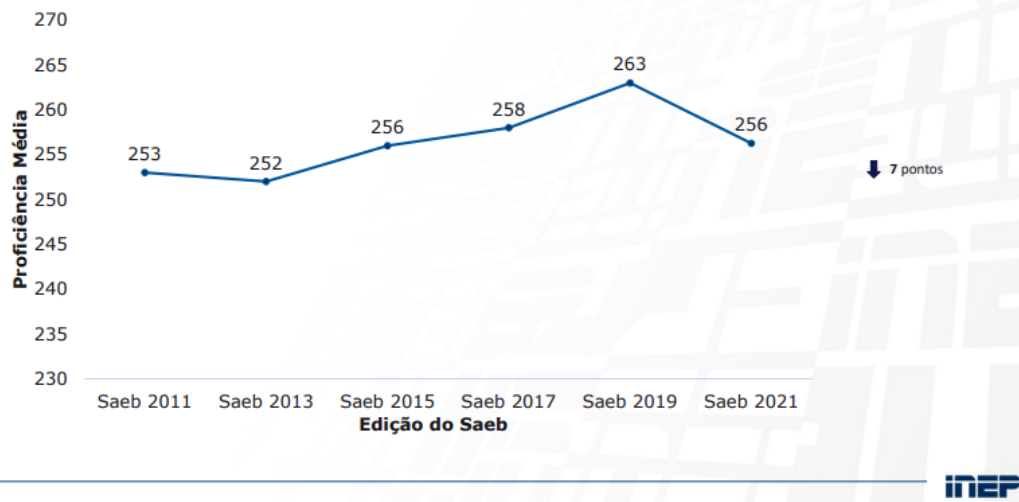
Para essa superação é importante alinharmos teoria e prática, em um exercício dialético, constante e reflexivo, que conduza ao ensino-aprendizagem da Álgebra capaz de contribuir com a ascensão do pensamento abstrato ao concreto pensado. Esse movimento a generalização, que ocorre na tomada de consciência da existência daquilo que é imutável entre os atributos dos objetos estudados, é propriedade fundamental do pensamento algébrico. Ela emerge da essência ou síntese resultante da comparação das características dos traços e elementos que compõem o objeto e apoia-se em uma linguagem que possibilita a representação da ideia geral do objeto ou fenômeno. Assim, Resende (2021, p. 14) cita Davidov (1982), para explicar que a essência ou síntese é obtida a partir de

[...] um processo de análise das relações particulares, buscando apreender aquela que tem “caráter de generalidade e que apareça como base genética do todo a estudar”. Assim, a tarefa principal da análise é reduzir o concreto, ou seja, as diferenças existentes, ao abstrato, que, por um processo de ascensão, permite chegar ao concreto como finalidade. Nesse processo não se desprezam os dados fáticos, porém está presente a reflexão com base nos conceitos já existentes formulados pela ciência, o que é tarefa do pensamento teórico.

Também, é importante considerarmos as necessidades e dificuldades vivenciadas no ensino-aprendizagem da Álgebra e do conceito de Proporcionalidade em sua vasta utilidade, tanto nas áreas do conhecimento quanto na vida social.

As manifestações do pensamento e da linguagem algébrica aparecem em uma diversidade de situações e, para muitos, elas causam estranheza, acarretando dificuldades em seu entendimento. Isso fica revelado em nossas vivências de sala de aula e nos resultados apresentados em avaliações sistêmicas, que, historicamente, apresentam-se baixos e inadequados nessa área do conhecimento, como podemos constatar no Gráfico 3 a seguir.

Gráfico 3- Evolução das proficiências médias no Saeb em matemática no 9º ano do E. F. - Brasil - 2011 a 2021



Fonte: Brasil (2022, p. 41)

Embora o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) alerte sobre os resultados de 2021, já que foram colhidos no contexto da pandemia da covid-19, em seu histórico, o Brasil apresenta resultados abaixo de 275, pontuação mínima considerada como adequada pelo Inep. Observamos que o Brasil, em uma década, pouco avançou. A escala do SAEB para o 9º do Ensino Fundamental, que vai de 0 a 500, está dividida em 10 níveis. Sendo esses expressos no Tabela 1.

Tabela 1: Escala SAEB – Níveis de desempenho para o 9º ano do Ensino Fundamental

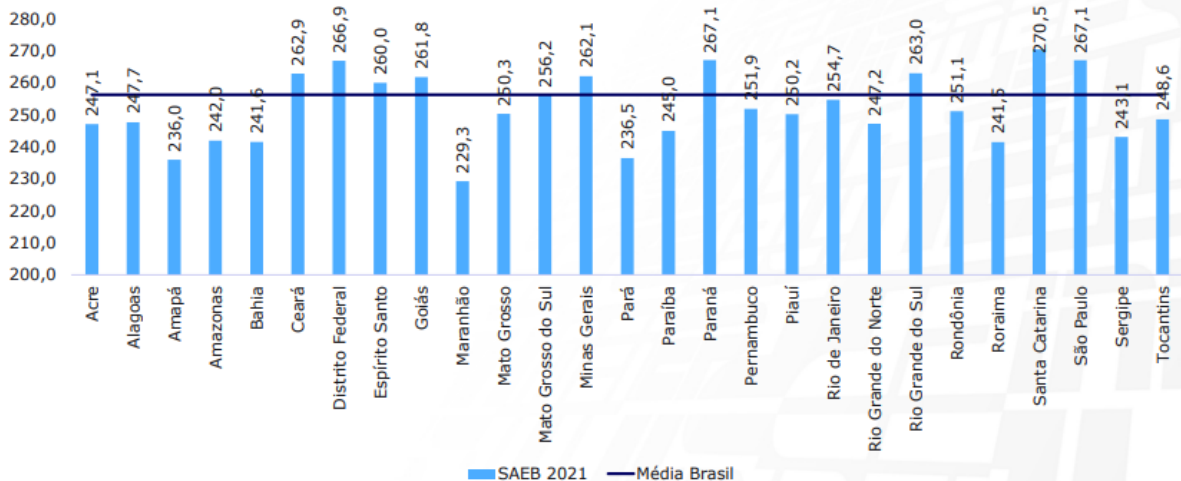
Insuficiente	Nível 0	Desempenho menor que 199.
	Nível 1	Desempenho maior ou igual a 200 e menor que 225.
Básico	Nível 2	Desempenho maior ou igual a 225 e menor que 250.
	Nível 3	Desempenho maior ou igual a 250 e menor que 275.

	Nível 4	Desempenho maior ou igual a 275 e menor que 300.
Proficiente	Nível 5	Desempenho maior ou igual a 300 e menor que 325.
	Nível 6	Desempenho maior ou igual a 325 e menor que 350.
Avançado	Nível 7	Desempenho maior ou igual a 350 e menor que 375.
	Nível 8	Desempenho maior ou igual a 375 e menor que 400.
	Nível 9	Desempenho maior ou igual a 400.

Fonte: EDU-Uberaba (2024)

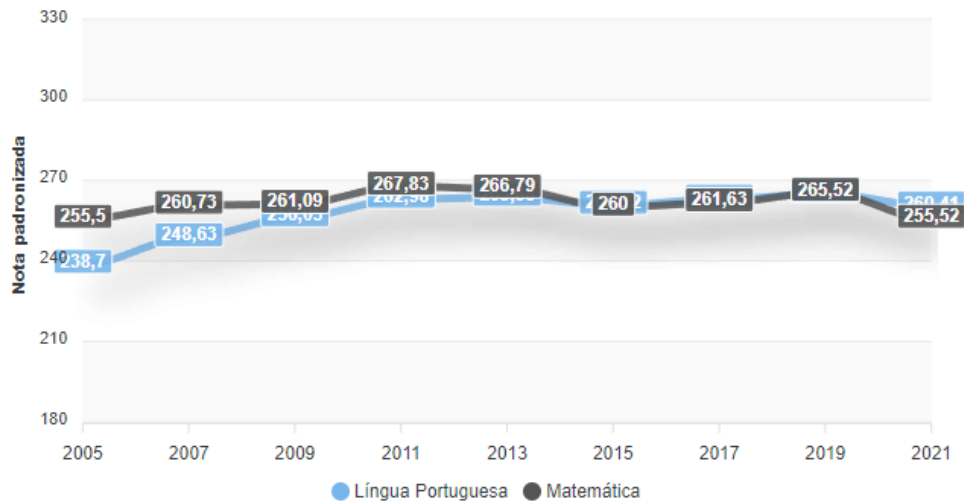
Os resultados do Brasil, nos 10 anos estudados, apresentam-se no nível 3 da escala Saeb, e Minas Gerais, embora tenha pontuação superior à média nacional que foi de 256 em 2021, também mantém seu desempenho entre os níveis mais baixos de proficiência em matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, de acordo com os dados apresentados no Gráfico 4 a seguir.

Gráfico 4 - Proficiência média no Saeb em Matemática no 9º do E. F. - Unidade da Federação - 2021



Fonte: Brasil (2022, p.42).

No município de Uberaba, onde nossa pesquisa de campo foi realizada, o desempenho dos estudantes também se apresenta no nível 3 da Tabela 1 anterior (desempenho maior ou igual a 250 e menor que 275), considerado Básico para o 9º ano do E. F., conforme apresentado no Gráfico 5, no qual observamos que em Uberaba, em duas décadas, as notas do SAEB ficaram praticamente estagnadas.

Gráfico 5- Evolução da nota de matemática e de português para 9º do E.F. Saeb/Uberaba**Evolução nota SAEB**

Fonte: IDEB 2021, INEP.

Fonte: EDU-Uberaba (2024)

Quando observamos resultados insatisfatórios em matemática, como pode ser o caso de Minas Gerais em uma avaliação específica do Saeb, há diversos fatores que podem contribuir para esse cenário, como: a formação de professores, recursos didáticos e infraestrutura, metodologias de ensino, apoio pedagógico, contexto socioeconômico, motivação e atitudes em relação à matemática, assim como fatores ligados à própria avaliação.

Com média de proficiência em matemática de 255,52 no 9º ano do E. F., a cidade de Uberaba fechou o ano de 2021, com um Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) de 4,7 e ainda se manteve no nível Básico. Índice abaixo da meta que é de 5,7, em uma escala que vai de 0 a 10.

Embora tenhamos que considerar o período pandêmico, os dados revelam que no momento analisado não houve expressivo crescimento na nota do Saeb nesse município. Chama-nos também a atenção o fato de que os resultados em língua portuguesa estão bem próximos aos de matemática, mantendo-se sempre no nível Básico. Isso nos alerta para as necessidades de melhoria no ensino-aprendizagem dessas disciplinas e, ainda, de avanço da educação em nosso País. Por isso, a necessidade de pesquisas nesse âmbito, que contribuam de forma efetiva para desenvolvimento e aprendizagem de nossos estudantes, além de mais investimentos na educação, de valorização do professor, de melhorias das condições de exercício da docência, dentre outros aspectos.

Os resultados em matemática nas turmas do 9º ano do E.F. são ainda piores, quando analisamos o sistema mineiro SIMAVE, que, em 2021, foi de, aproximadamente, 250 em uma escala que varia de 0 a 1000. Há concentração dos estudantes do estado mineiro nos níveis: baixo (32%) e intermediário (53%), como vemos na Tabela 2.

Tabela 2: Resultado SIMAVE 2021 - Percentual de estudantes por padrão de desempenho em matemática, em Minas Gerais

Etapa	Matemática			
	Baixo	Intermediário	Recomendado	Avançado
9º ano EF	32	53	13	2

Fonte: Elaborada pela autora com base em Minas Gerais (2021, p. 14).

Ao fazermos um filtro nos dados do SIMAVE, é possível visualizar o desempenho médio dos estudantes da rede estadual de Uberaba, que foi de 250. Nesse município, o percentual de estudantes distribuídos por padrão de desempenho, apresenta-se semelhante ao do Estado mineiro, como ilustrado na Tabela 3.

Tabela 3 - Resultado SIMAVE 2021 - Percentual de estudantes por padrão de desempenho em Matemática- Uberaba-MG

Etapa	Matemática			
	Baixo	Intermediário	Recomendado	Avançado
9º ano EF	31%	55%	12%	2%

Fonte: Elaborada pela autora com base em Minas Gerais (2021, p. 14).

Do instrumento avaliativo utilizado - PROEB, em 2021, destacamos as habilidades avaliadas que estão propostas na unidade temática “Álgebra” e seus respectivos percentuais de acerto no âmbito do Estado de Minas Gerais, apresentado na Tabela 4.

Tabela 4: Unidade temática Álgebra: Habilidades da avaliação PROEB-2021

Habilidades	Percentual de acerto em Minas Gerais	Percentual de acerto na Rede Estadual de Uberaba
H 24 (HMT089) Utilizar relações de Proporcionalidade entre duas ou mais grandezas na resolução de problema.	49%	50%
H 25 (HMT090) Identificar uma equação ou inequação polinomial do 1º grau que expressa um problema.	38%	37%
H 26 (HMT091) Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema.	43%	43%

H 27 (HMT092) Executar algoritmo de resolução de um sistema linear de duas equações polinomiais de 1º grau, com duas incógnitas.	34%	33%
H 28 (HMT093) Utilizar equação ou inequação polinomial de 1º grau na resolução de problemas.	34%	35%
H 29 (HMT094) Utilizar sistema de equações polinomiais de 1º grau com duas incógnitas na resolução de problemas.	29%	29%
H 30 (HMT095) Executar o cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica.	27%	28%
H 31 (HMT096) Determinar o conjunto solução de uma equação do 2º grau.	25%	24%
H 32 (HMT097) Utilizar equação polinomial de 2º grau na resolução de problema.	20%	20%

Fonte: SIMAVE (2024).

Os baixos índices de acerto nos alertam para as dificuldades encontradas no ensino-aprendizagem do pensamento algébrico. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p. 115), em suas orientações didáticas para o ensino da Álgebra, já nos alertavam que

[...] a ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que têm ocorrido em muitas escolas. Nos resultados do SAEB, por exemplo, os itens referentes à Álgebra raramente atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país.

Sabemos que ainda hoje essa é uma realidade, como podemos constatar com os resultados analisados. E como aponta Panossian (2013, p. 17), as pesquisas acerca das manifestações do pensamento e da linguagem algébrica dos estudantes destacam

- a) a necessidade de ações do professor que gerem nos estudantes o pensamento teórico, pois as generalizações realizadas pelos estudantes a partir de casos particulares não se consolidaram como conhecimento para a resolução de outras situações;
- b) o reconhecimento de que é necessário estabelecer inter-relações entre o conhecimento algébrico e aritmético;
- c) a apropriação dos conceitos algébricos como necessidade para o estudante para que esse conhecimento seja mobilizado mesmo em situações que existem estratégias aritméticas de resolução;
- d) a necessidade de que, ao longo do processo escolar, os estudantes se apropriem do significado do simbolismo algébrico com os conceitos a ele subjacentes, considerando que os estudantes atribuem sentidos pessoais ou ainda significados compartilhados, no grupo, aos signos e símbolos, significados esses que nem sempre se aproximam dos significados atribuídos historicamente;
- e) e o reconhecimento de que os estudantes têm possibilidades restritas de compreender a essência de um conceito, no seu movimento lógico-histórico, se esta não estiver contemplada em várias e diferentes situações de estudo propostas a eles.

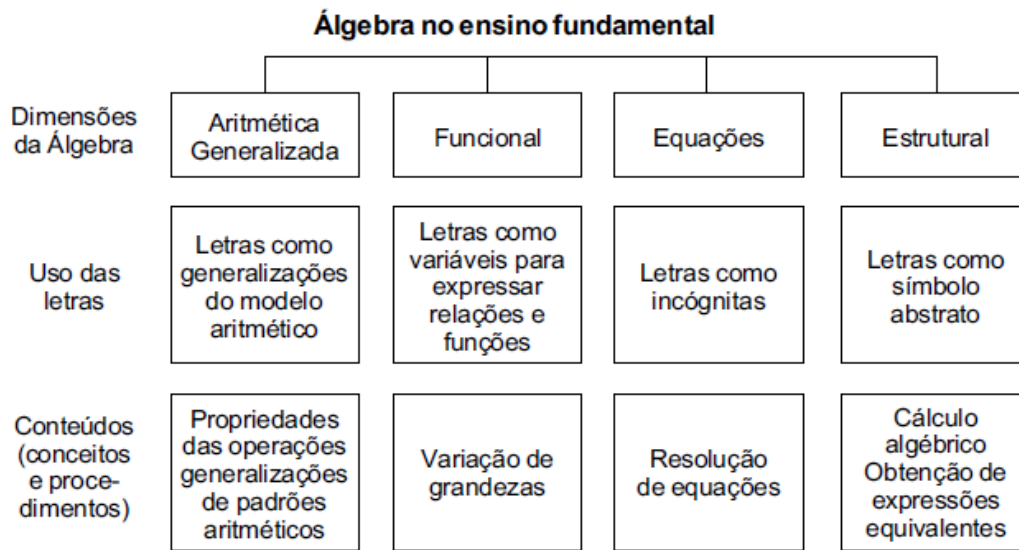
Segundo a autora, essa síntese nos revela que tanto o objeto de ensino quanto as abordagens metodológicas do ensino da Álgebra que vigoram na atualidade necessitam de análise crítica e, acrescentaríamos, de busca de alternativas. Contudo, ela esclarece que o movimento lógico e histórico dos conceitos algébricos fornece bases para o ensino-aprendizagem da Álgebra, visando a formação do pensamento teórico dos estudantes. Esse movimento revela os nexos internos do conceito, que, segundo Sousa (2018, p. 51), são importantes porque

[...] mobilizam mais o movimento do aluno do que os nexos externos. Os nexos externos não deixam de ser uma linguagem de comunicação do conceito apresentada em seu estado formal, mas que não necessariamente denotam sua história. Dão pouca mobilidade ao sujeito para elaborar o conceito.

A autora, ainda, esclarece que organizar o ensino da Álgebra considerando os "nexos externos" pode resultar em resultados parciais para o estudante, porque isso não apenas compromete a subjetividade do aprendizado, tornando-o menos significativo e envolvente para o aluno, como também impacta a formação do pensamento teórico. O pensamento teórico na matemática é destacado como crucial, pois envolve a capacidade de generalizar conceitos. O exemplo dado é a aprendizagem do conceito de variável a partir da incógnita. A incógnita é um exemplo específico de variável, e aprender sobre variáveis apenas por meio da abordagem da incógnita pode limitar a compreensão do aluno sobre a natureza mais abrangente e aplicável do conceito de variabilidade em contextos matemáticos e da vida real. Para compreendermos melhor, Sousa define "nexo conceitual como o elo entre as formas de pensar o conceito, que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens que representam o conceito matemático." (2018, p. 51).

O trabalho com a Álgebra não se limita aos objetivos estabelecidos nos currículos e documentos normativos tamanha sua abrangência. Para tomar decisões acerca do ensino da Álgebra, é essencial ter uma compreensão clara do movimento lógico-histórico da formação de conceitos algébricos o que pode contribuir para a organização do ensino e de práticas pedagógicas que possibilitem ao aluno apropriar-se do conhecimento matemático por meio de observações e comparações para compreensão da essência das ideias envolvidas. Especialmente, por meio de diversas representações e elaboração de estratégias diferenciadas, de modo a garantir o desenvolvimento das várias concepções de Álgebra, que aparecem sistematizadas na Figura 1. Dessa forma, é mais benéfico propor situações que levem os alunos a desenvolver noções algébricas ao observarem padrões em tabelas e gráficos, estabelecendo conexões e buscando aquilo que é geral, em vez de abordar o estudo da Álgebra apenas com ênfase na manipulação mecânica de expressões e equações.

Figura 1- Concepções de Álgebra/PCN



Fonte: Brasil (1998, p. 116)

Vemos nesse esquema uma variedade de dimensões e concepções da Álgebra, semelhantes às concepções propostas por Usiskin (1998 [1995]) de acordo com Sousa, Panossian e Cedro (2014), apresentado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN-1988), que orientaram o ensino até a implementação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC-2017), um instrumento normativo, que estabelece o que deve ser ensinado em âmbito nacional. O esquema apresentado mostra a importância de se abordar as diversas perspectivas da Álgebra para o entendimento de seus conceitos e procedimentos. Como a abordagem da Álgebra é abrangente, faz-se necessária a implementação de propostas diversificadas que relacionem suas dimensões, principalmente com a Aritmética, facilitando para os estudantes o desenvolvimento de uma fundamentação consistente no estudo da Álgebra. Nesse sentido, a BNCC, ao ter como foco o conceito de competências, ou seja, o saber-fazer, pode obscurecer essa abrangência da álgebra que os PCN enfatizaram.

Sobre as orientações dadas nos PCN (Brasil, 1998, p. 116), “Existe um razoável consenso de que, para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico, o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra.” Assim, as atividades pedagógicas podem ser organizadas intencionando o desenvolvimento das diversas funções da Álgebra, como: generalização de padrões ou sequências aritméticas e/ou geométricas, relações entre duas grandezas, representações de situações por meio de linguagem adequada diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, modelizar tomando contato com fórmulas.

Sousa (2021, p. 72), porém, faz ponderações sobre as atividades pedagógicas. Para promoverem situações desencadeadoras de aprendizagem, devem considerar: “1) o movimento histórico do conceito, ou seja, o lógico-histórico do conceito que está sendo estudado; 2) os momentos dialéticos de sua formação e 3) a vivência na participação dos sujeitos vinculada a um processo reflexivo-ativo-explicativo, dimensionado pela dinâmica relacional indivíduo-grupo-classe.”

De acordo com Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 40), essa ampla abordagem da Álgebra “ocorre a fim de garantir significado às ideias matemáticas, à elaboração de estratégias diferenciadas. Nesse sentido, também são sugeridos o trabalho com gráficos, planilhas etc.” A Álgebra deixa de ser estudada por si mesma, mas como um importante conhecimento social que promove a capacidade de pensar de maneira abstrata e lógica, fortalecendo habilidades de resolver problemas complexos, de analisar e generalizar relações matemáticas. Nesse cenário entendemos que o conceito de Proporcionalidade desempenha um papel fundamental na Álgebra por várias razões:

- Base para Equações e Inequações: Muitas relações proporcionais podem ser expressas por equações ou inequações algébricas. Entender a Proporcionalidade é crucial para a resolução e manipulação dessas expressões matemáticas.
- Regras de Três e Proporções Diretas e Inversas: Conceitos básicos de Proporcionalidade, como regra de três simples ou composta, envolvem diretamente variáveis proporcionais. Essas relações são comuns em situações do mundo real e fornecem uma base para a compreensão de relações mais complexas na Álgebra.
- Interpretação Gráfica: Em gráficos, a Proporcionalidade é visualizada por meio relação que se estabelece entre variáveis x e y . Compreender essas relações proporcionais é essencial para interpretar e criar gráficos algébricos, que representam fenômenos diversos, o que facilita o estudo deles.
- Resolução de Problemas: Muitos problemas da vida real envolvem grandezas proporcionais, como taxas de variação ou relações de quantidade. A Álgebra fornece ferramentas para modelar e resolver esses problemas, utilizando conceitos de Proporcionalidade.
- Conceitos Fundamentais em Álgebra: O entendimento de Proporcionalidade é crucial para conceitos mais avançados em Álgebra, como funções lineares e suas propriedades. Relações proporcionais servem como uma base sólida para o estudo de funções algébricas.

- Relação entre Aritmética e Álgebra: A Proporcionalidade é um conceito-chave que atua como uma ponte entre a Aritmética e a Álgebra, facilitando a compreensão e a aplicação de ambos os campos da Matemática. Ela contribui para essa relação de várias maneiras importantes e como é frequentemente explorada através de problemas de razões e proporções na Aritmética, introduz os alunos ao pensamento algébrico sem que eles necessariamente utilizem variáveis. Resolver problemas de proporção requer que os alunos reconheçam relações entre números e apliquem operações de forma a manter essas relações, o que é um precursor do uso de equações algébricas para representar e resolver problemas.
- Generalização de Padrões: A Proporcionalidade ajuda os alunos a identificar e generalizar padrões numéricos, uma habilidade fundamental na Álgebra. Ao trabalhar com proporções, os alunos começam a entender como as relações entre quantidades podem ser expressas e manipuladas de forma geral, preparando-os para a abstração algébrica.

Ainda sobre a Álgebra, Sousa (2021, p. 76) nos revela que

[...]o pensamento algébrico tem como nexos conceituais: a fluência, a interdependência, a variável, o campo de variação, o reconhecimento das grandezas, a forma e o conteúdo do conhecimento algébrico, o reconhecimento de grandezas variáveis e a generalização de objetos e métodos matemáticos. Dessa forma, os nexos conceituais da função que deveriam ser tratados no Ensino Médio relacionam-se aos três pensamentos citados (aritmético, geométrico e algébrico), uma vez que estão diretamente relacionados aos movimentos da vida (irregulares e regulares), à variável, ao campo de variação, à relação e à representação.

Dois dos nexos da álgebra, indicados por Sousa (2021), a interdependência e a fluência, já estavam presentes na obra de Caraça (1988), *Conceitos Fundamentais da Matemática*, na qual o autor refuta a ideia de que a matemática é uma ciência desligada da realidade, da vida do homem. A matemática tenta captar e expressar essas características fundamentais, ao buscar compreender a realidade. Assim, ele esclarece acerca desses conceitos:

- 1- Interdependência. Todas as coisas estão relacionadas umas com as outras; o Mundo, toda esta Realidade em que estamos mergulhados, é um organismo vivo, uno, cujos compartimentos comunicam e participam, todos, da vida um do outro.
- 2- Fluência. O mundo está em permanente evolução; todas as coisas, a todo momento, se transformam, tudo flui, tudo devém (Caraça, 1998, p. 103)

Em relação ao objeto desta investigação, em consonância com Costa Júnior (2013), concebemos a Proporcionalidade como a relação entre grandezas variáveis. Esse autor referencia-se em Spinollo (1993) para aclarar que o “pensamento proporcional refere-se basicamente à habilidade de estabelecer relações.” E em Nunes (2003) que “esclarece que o conceito de Proporcionalidade,

em sua origem bastante simples, nada mais é do que a relação entre duas variáveis” (Costa Júnior, 2013, p. 37).

Costa Júnior (2013, p. 38), de acordo com Brolezzi (1991), ainda acrescenta que

a ordem lógica mais adequada para o ensino da matemática não é a do conhecimento matemático sistematizado, mas sim aquela que revela a matemática enquanto ciência em construção. Nesse sentido, identificar fatos históricos que envolveram a Proporcionalidade poderá ser útil para a compreensão deste conceito e, conseqüentemente, para seu ensino.

Temos que a Proporcionalidade é um conceito matemático e lógico que descreve uma relação entre quantidades em que a razão entre elas é constante. Isso significa que ao aumentar ou diminuir uma quantidade, a outra muda numa taxa que mantém essa razão constante.

Em Matemática, isso é frequentemente expresso como uma equação do tipo $y=kx$, onde y e x são as quantidades relacionadas e k é a constante de Proporcionalidade. Dependendo do contexto, a Proporcionalidade pode ser:

- Proporcionalidade Direta: Quando uma quantidade aumenta, a outra também aumenta na mesma razão. Por exemplo, quanto mais horas você trabalha, mais você ganha, assumindo uma taxa de pagamento constante.
- Proporcionalidade Inversa: Quando uma quantidade aumenta, a outra diminui proporcionalmente. Por exemplo, quanto mais rápido um carro viaja, menos tempo leva para chegar ao seu destino, supondo uma distância constante.

A Proporcionalidade desempenha um papel central na Álgebra, pois fornece a base para entender e resolver uma variedade de problemas matemáticos e modelar relações entre grandezas.

No contexto da relação entre pensamento e linguagem, a linguagem algébrica tem um papel importante, embora a Álgebra a ela não se reduza. Com ela, os estudantes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar abstratamente em um trabalho articulado com a Aritmética. Como Sousa (2018, p. 52) escreve, “A linguagem alimenta o pensamento. Os nexos conceituais alimentam as premissas. As premissas alimentam o conhecimento científico. Os nexos conceituais são lógico-históricos e se apresentam no movimento do pensamento, tanto daquele que ensina, quanto daquele que aprende.” Logo, a linguagem abre a possibilidade do desenvolvimento de um tipo de pensamento específico que não seria possível sem sua estrutura. Ela é de fundamental importância no desenvolvimento cognitivo humano, pois não é apenas um meio de comunicação, mas também uma ferramenta essencial para o pensamento e o raciocínio. A estrutura e as características da linguagem permitem formas de pensamento que seriam inacessíveis na sua ausência. A linguagem, com sua complexa estrutura, oferece um esquema para organizar e

processar informações. A maneira como categorizamos o mundo, conceituamos ideias e formulamos relações entre objetos e conceitos é profundamente influenciada pela linguagem que usamos. Ela nos permite abstrair e generalizar experiências, o que é essencial para o desenvolvimento de conceitos. É um sistema simbólico imprescindível para o desenvolvimento do pensamento simbólico, possibilitando que pensemos sobre o passado, planejemos o futuro e imaginemos cenários hipotéticos. Além de facilitar o pensamento individual, a linguagem é crucial para a transmissão, registro do conhecimento e das ideias complexas entre indivíduos, ela permite a colaboração, o debate e a construção coletiva do conhecimento, aspectos essenciais para o avanço científico, cultural e social.

Sem a linguagem, estaríamos limitados a percepções e experiências concretas e imediatas. Por meio dela, adquirimos a capacidade de abstrair e generalizar contribuindo para a formação de conceitos mais complexos e o raciocínio sobre entidades e processos não presentes fisicamente. Há ainda aspectos ligados à reflexão, pois, de acordo com Vygotsky, a linguagem é internalizada pelas crianças à medida que se desenvolvem, transformando-se em linguagem interior ou pensamento verbal. Esse processo permite a reflexão, a análise crítica e a resolução de problemas de maneira mais eficaz, pois os indivíduos podem dialogar consigo mesmos e ponderar sobre suas ações e decisões.

Pautando-nos nos estudos desse teórico, sabemos que, à medida que a linguagem se desenvolve, o pensamento e a capacidade de generalização também se desenvolvem. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados por meio da linguagem algébrica.

O ensino da Álgebra pode superar o formalismo dos conceitos e de suas meras aplicações para uma abordagem que manifeste os movimentos da prática social. Como Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 43) escrevem,

[...]propomos que o ponto de partida das aulas seja o estudo de conceitos de movimento, fluência, número e Álgebra não simbólica; variável e campo de variação presentes na vida fluente. [...] Essa abordagem diferencia-se do ensino tradicional de Álgebra por considerar, durante a construção do pensamento algébrico por aqueles que ensinam e aprendem, as conexões internas ou ainda os nexos conceituais do pensamento algébrico, conforme apontam os estudos de Davidov (1972[1982]). Parte-se do pressuposto de que o desenvolvimento do objeto na forma de conceitos só é possível por meio das generalizações que podem revelar o conhecimento de sua totalidade.

Como já preconizava Caraça (1998, p. 103) ao destacar a Interdependência e a Fluência como duas características fundamentais da inteligência humana, necessárias para a compreensão do mundo no seu sentido mais amplo.

Assim, compreendemos que os conceitos matemáticos surgem da necessidade humana, postos em problemas práticos ou teóricos, compreendidos em seu contexto histórico e social e mediados pela linguagem. Caraça (1998, p. 118) ainda revela que não se deve esperar que o conhecimento tenha saído rápido, pronto e acabado. O estudo de um objeto ou fenômeno dá-se por meio de “uma gestação lenta em que necessidade e instrumento interagiram, ajudando-se e esclarecendo-se mutuamente.” Neste sentido, na perspectiva da Teoria Histórico-cultural, temos então a motivação coincidindo com o objeto de estudo, condição basilar para que o aprendiz entre em atividade, podendo modificar o mundo e a si mesmo por meio do conhecimento.

O estudo do movimento lógico e histórico da Álgebra contribui para o entendimento de como os sujeitos aprendem e se apropriam desses conceitos científicos. Diferente do pensamento empírico, o conhecimento científico provoca modificações psíquicas, propiciadas pelas operações mentais decorrentes do processo de aprendizagem de conceitos científicos.

Também Sousa (2018, p. 51) nos orienta acerca do ensino da Álgebra, apontando que:

Ensinar e organizar o ensino de Matemática, a partir dos nexos externos, traz resultados parciais ao aluno. Os prejuízos podem ser comprovados não só na falta da subjetividade do sujeito, enquanto aprende, como também na formação do pensamento teórico. O pensamento teórico generaliza o conceito. Prova disso é aprender o conceito de variável só a partir da incógnita.

Essa base teórica permite-nos conceber o ensino da Álgebra não apenas pelo movimento lógico e histórico do conhecimento, mas também buscando transformar o aluno, capacitando-o a ser mais autônomo em suas ações. O ser humano humaniza-se por intermédio do conhecimento reconhecendo-se como um ser social e histórico.

3.2. Nexos lógicos e históricos do conceito de Proporcionalidade

Em um contexto geral, a ideia de Proporcionalidade, ou ainda, a qualidade daquilo que é proporcional, relaciona-se diretamente com a ideia de equilíbrio, que, na matemática aparece traduzida pelo símbolo de igualdade. Porém, se notarmos na vida cotidiana e escolar, inundada de símbolos matemáticos, é comum encontrarmos abordagens nas quais a ideia de Proporcionalidade é rotulada e reduzida a definições que enfatizam os nexos externos desse conceito, como: igualdade

entre duas razões; grandezas onde a variação de uma provoca a variação da outra na mesma razão; quando duas razões possuem o mesmo resultado; e até mesmo há quem diga que Proporcionalidade é a regra de três, demonstrando clara confusão entre a definição e a técnica operatória.

Considerando que o conceito de Proporcionalidade pode ser situado no campo da Álgebra, os seus nexos conceituais se vinculam aos da Álgebra, que, segundo Panossian, Sousa e Moura (2017, p. 131), após análise do seu movimento lógico e histórico, são: “o reconhecimento das grandezas; o movimento dos campos numéricos para o controle das quantidades; forma e conteúdo do conhecimento algébrico; o reconhecimento de grandezas variáveis; a generalização de objetos e métodos matemáticos.”

Não é objetivo desta pesquisa definir os nexos conceituais do conceito de Proporcionalidade, mas levantar elementos para a construção de um esquema conceitual, que poderá ser aprimorado por um estudo mais rigoroso. Um deles é o conceito de *grandeza*, que surge, quando se considera que os fenômenos da realidade objetiva são marcados pela fluência, ou seja, pelo movimento, pela mudança. É, portanto, de acordo com Panossian, Sousa e Moura (2017, p. 133), “a qualidade de um objeto. E compreende-se que as mudanças que ocorrem no conhecimento matemático vão possibilitando que a essa qualidade seja atribuída uma quantidade.” Desse modo grandeza é a qualidade que um objeto ou fenômeno tem e que pode ser quantificada.

Os autores ainda esclarecem que no movimento “constante dos fenômenos da realidade objetiva e, com os objetos e ação humana de controle, identifica-se uma necessidade de reconhecer o que hoje chamamos de grandezas.” (*Ibid.* p. 133). Para eles, “a correlação entre as mudanças qualitativas e quantitativas estabelece a lei fundamental do movimento e desenvolvimento do objeto”, que é explicada pelo materialismo dialético.

Os autores supracitados abordam, também, a relação qualidade/quantidade no estudo das leis e fenômenos da realidade objetiva, referenciando-se em Caraça (1941 [1952]). Para esse autor, as características fundamentais desses fenômenos, fluência e interdependência, só são possíveis de serem estudadas, se forem analisadas sobre recortes da totalidade, por ele chamado de *isolados*.

[...]Caraça (1941 [1952]) considera que qualidade são as relações de interdependência entre os componentes do isolado. Assim, não existem qualidades intrínsecas a um objeto ou fenômeno, mas estas são consideradas em relação a outro objeto ou fenômeno. Se a estas qualidades podem ser atribuídos diferentes graus de intensidade (mais que, menos que, maior que e outros), então admitem a variação conforme a intensidade (Panossian, Sousa; Moura, 2017, p. 134).

Aqui reside a essência das relações proporcionais, em que as grandezas matemáticas são descritas por um movimento contínuo visto no estudo dos isolados sob uma condição de comparação e igualdade entre objetos ou fenômenos.

Historicamente, o estudo das relações proporcionais apresenta-se pelo estudo do movimento entre grandezas. Como podemos ver no exemplo apresentado por Panossian, Sousa e Moura (2017, p.135),

Já nos séculos XIV e XV, o movimento era um dos assuntos-chave da filosofia natural (Roque 2013). Contudo, o movimento era determinado por uma qualidade e essa era entendida como uma propriedade essencial de um corpo, assim, por exemplo, a velocidade para os pensadores medievais não se dissociava do movimento e não podia ser tratada como grandeza, mas como atributo de um corpo. Nicolas Oresme, pensador francês do século XIV, se opunha a essa noção e destacava a intensidade de uma qualidade, por exemplo, a noção de que um corpo não é frio em si, mas pode ser mais ou menos frio, e dessa forma destaca a quantidade atribuída à qualidade. No caso da velocidade, considera-a como qualidade relativa ao espaço ou ao tempo, e desta forma próximo ao conceito de qualidade conforme apresentado por Caraça (1941 [1952]).

Essa abordagem representava uma mudança significativa na compreensão do movimento e suas características, sinalizando uma evolução nas concepções filosóficas da época. Logo, para se medir ou mensurar a grandeza de algo, se atribui um valor de grandeza numérica que permita fazer comparações com outros objetos ou fenômenos.

A investigação do movimento e da fluência dos fenômenos, em diferentes momentos históricos, revela, segundo os autores supracitados (2017, p. 136-137), “a resolução de situações problemas associados ao controle das quantidades.” Como podemos ver em conhecimentos matemáticos difundidos pelos babilônios, egípcios, hindus, chineses, árabes e outros, nos quais pode-se perceber que o uso de símbolos numéricos e as operações que se realizam com eles resolvia grande parte dos problemas cotidianos das sociedades em seus respectivos momentos históricos. Assim sendo, Panossian, Sousa e Moura (2017, p.138) esclarecem que “Dessa forma reduziam as coisas a propriedades contábeis e conseguiam compará-las por meio da razão entre esses números.” A razão, como a conhecemos hoje, expressa uma relação entre números. O estudo do movimento dos objetos ou fenômenos consiste então na busca da relação numérica que se encontra escondida nesses e cuja revelação pode descrevê-la.

Ainda é importante destacar que a limitação do número como grandeza discreta, impulsionou o homem a ampliar o campo numérico buscando representar, com auxílio da geometria (no uso das retas), a continuidade numérica estabelecendo novos conjuntos numéricos que permitissem a representação de grandezas contínuas. Dessa forma fez surgir o campo dos números racionais, como modelo ideal de continuidade, possível pela equivalência entre unidades e infinitos

pontos de uma reta. Assim, os números racionais, expressos por uma razão, têm como nexo conceitual a questão da *variação*, pois foram instrumentos criados pela negação da negação da impossibilidade da divisão de números inteiros ou da medida, quando a unidade de medida não cabe um número inteiro de vezes naquilo que se quer medir.

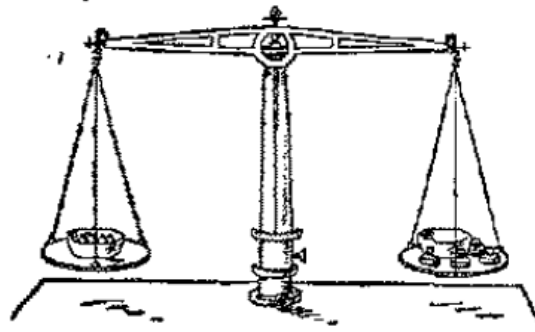
Depreende-se então, que ao ponto em que os problemas se tornaram cada vez mais complexos, os símbolos numéricos tiveram que evoluir adaptando-se às necessidades de seu contexto histórico-social. Contudo, o homem libertou-se da necessidade da presença física do número, desencadeando o inevitável uso do conhecimento algébrico.

Dessa forma, concorda-se com Sousa (2004, p. 66) quando afirma que: “o pensar algébrico, ao considerar o conceito mais geral do número não pode estar apenas relacionado à presença física e formal do número: o numeral”, sendo necessário no conhecimento algébrico pensar o número, sem o numeral. Por isso, compreender o movimento dos campos numéricos para o controle das quantidades é elemento para o reconhecimento dos nexos conceituais do pensamento algébrico (Panossian; Sousa; Moura, 2017, p.139).

Como já visto, a Proporcionalidade é uma noção fundamental em matemática e é aplicada em diversas situações. A ideia subjacente é a relação que se estabelece entre grandezas, independentemente das unidades de medida escolhidas. Entendemos que orientarmos nossa prática pedagógica apenas pelas definições, pela linguagem matemática e pelas aplicações do raciocínio proporcional é tratar apenas dos nexos externos desse conceito. À vista disso, buscamos destacar elementos dos movimentos lógicos e históricos desse conceito, examinando os nexos internos desse conhecimento teórico, embasado pelas concepções da Teoria Histórico-Cultural e pela Teoria Desenvolvimental.

Como exemplo de sua relevância, trazemos a descrição que Karlson (1961, p. 35-36) faz da visita que realizou ao seu amigo químico Pedro. Em tal episódio, Karlson é surpreendido por argumentos do amigo contra a matemática. “Pedro protestou energicamente: — não era matemático, nunca o fora e pedia a Deus para que jamais viesse a sê-lo.” Determinado a convencê-lo do contrário, Karlson intervém na atividade do amigo que, naquele momento, utilizava uma balança para medir o peso de cristais de foliculina. Como podemos observar na Figura 2 abaixo, o matemático se deparou com uma balança contendo quatro cristais de igual tamanho em um cadinho no prato esquerdo, enquanto no prato direito, havia um cadinho de igual tamanho e peso rodeado de quatro pesos de cinco gramas cada.

Figura 2- Balança: representação de igualdade por equilíbrio

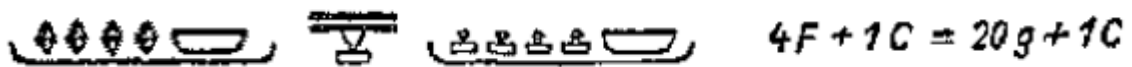


Fonte: Karlson (1961, p. 35)

Karlson (1961, p. 35) se esforça para explicar ao amigo aquela ação que está sendo realizada de forma intuitiva, mas que, na verdade, só era possível devido à Proporcionalidade existente entre as grandezas envolvidas e à força da gravidade, assim descrita por ele: “Na realidade estás determinando a relação que guarda a força de atração da Terra, que age sobre essa substância repelente, com o peso de um certo número de fragmentos de metal. Como vês, não estás determinando o peso da foliculina, mas sim a relação entre duas grandezas.”

Utilizando então sua instrução clássica, adquirida pelo estudo dos sistemas de numeração e seu senso de organização, Karlson se pôs a rearranjar os objetos convenientemente para conferir clareza a situação, como podemos ver na Figura 3 abaixo.

Figura 3- Esquema simbólico



Fonte: Karlson (1961, p.36)

Mesmo diante dos protestos de Pedro, o matemático reproduziu simbolicamente o equilíbrio da balança. E, assim, Karlson (1961, p. 36) concluiu:

Vislumbramos já o fim em vista: o travessão da balança transformou-se no sinal matemático de igualdade, tão nosso conhecido. Aliás, na realidade, Pedro nada mais fazia do que comparar entre si duas quantidades de matéria, ou melhor, determinava a massa da foliculina. Resolvera uma equação matemática, embora de maneira muito primitiva. É

verdade que o fez, empiricamente, por simples tentativa — que vergonha! Contudo é este o caminho mais curto.

Segundo o autor, o esquema simbólico, além de traduzir e simplificar o experimento, permite a dedução de todas as leis fundamentais do estudo das equações. Leis que são demonstradas por ele a partir da condição de equilíbrio entre as grandezas dispostas nos dois pratos da balança. Assim sempre que se modifica a massa contida em um dos pratos, pela adição, subtração, multiplicação ou divisão, deve-se alterar do mesmo modo a massa contida no outro prato a fim de se reestabelecer a situação primitiva de equilíbrio. A verificação do resultado, ou prova da verdade, se dá pela garantia da igualdade numérica entre as massas analisadas. Assim a Proporcionalidade constante entre as grandezas garante o equilíbrio da balança.

A ideia de Proporcionalidade já era empregada por civilizações antigas, como os egípcios e babilônios, que utilizavam métodos práticos de Proporcionalidade para resolver problemas do cotidiano, como divisão de terras e distribuição de recursos. Suas abordagens práticas refletiam um entendimento intuitivo da Proporcionalidade.

Começemos por analisar a ideia de Proporcionalidade presente no método da falsa posição utilizado na resolução de problemas descritos no Papiro de Rhind. Também conhecido como Papiro de Ahmes, esse é um antigo documento matemático que remonta ao Antigo Egito. Datado de 1650 a.C. é composto por 85 problemas e contém uma variedade de problemas matemáticos, fórmulas e métodos de resolução. Grande parte do conteúdo está relacionada a questões práticas, como cálculos de áreas de campos, volumes de recipientes e divisões de pão e cerveja de acordo com Lima, Andrade e Albuquerque (2018).

Esse método antigo, empregado pelos egípcios, consiste na estimativa de uma solução inicial, seguida pela avaliação da discrepância entre essa suposição e o resultado desejado. De acordo com Costa Júnior (2013, p. 44), “O método da falsa posição, em sua essência, consiste em um procedimento de tentativas e erros. O problema de número 24 do Papiro de Rhind ilustra o método: sabendo que aha (nome dado ao valor desconhecido) mais um sétimo de aha dá 24, encontre o valor aha.”

Transcrevendo para linguagem que utilizamos atualmente teríamos: $aha + \frac{1}{7} aha = 24$. Para a resolução dessa situação, primeiramente os egípcios escolhiam um valor que anulasse a fração de denominador 7. Desse modo ao escolher o próprio 7 a expressão passa a ser $7 + \frac{1}{7} \cdot 7 \neq 24$. Obtemos uma falsa solução para aha. Esse valor passa a ser o ponto de partida para se chegar ao valor verdadeiro. O primeiro valor escolhido para compor a situação dada não era

aleatório, nem tinha a intenção de resolver o problema, mas sim de eliminar a fração facilitando o processo de resolução. Com isso a situação passaria a ser dada por: $7 + 1 = 8$.

Como o valor desejado é o triplo do valor obtido ($3 \cdot 8 = 24$) nessa primeira tentativa, então conclui-se, com base no raciocínio proporcional, que o valor aha também deva ser o triplo do valor inicial escolhido ($3 \cdot 7 = 21$). Sendo então aha igual a 21 como podemos constatar a seguir.

$$\begin{array}{ccc} 7 + \frac{1}{7} \cdot 7 = 8 & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 21 + \frac{1}{7} \cdot 21 = 24 & & \end{array}$$

Os problemas do tipo “aha” se referiam à procura de um valor desconhecido que conhecemos hoje como incógnitas. Bernal (2004, p. 24) chama de algébricos esses problemas que “equivalem a equações lineares da forma $x + ax = b$ ou $x + ax + bx = c$, onde a , b e c são conhecidos e x é “aha”.” E que para sua resolução era utilizado o método da falsa posição.

Sobre o método da falsa posição, Lima, Andrade e Albuquerque (2018, p. 4) afirmam que

A relação do método com a Proporcionalidade não se resume somente em multiplicar o valor obtido por um fator de Proporcionalidade para se chegar ao valor desejado e na mesma proporção multiplicar a falsa posição para se obter o valor correto da incógnita. Tal método pode ser explicitado de modo a favorecer a viabilidade clara do conceito dentro do método da falsa posição.

A partir dessa diferença encontrada entre os valores utilizados no cálculo e aquele que se deseja, ajustes são feitos para obter uma aproximação mais precisa. No contexto da Proporcionalidade, os egípcios utilizavam esse método para resolver equações lineares e problemas relacionados à distribuição justa de recursos, como divisão de terras e bens. A ideia era encontrar uma solução que mantivesse uma relação proporcional entre as grandezas envolvidas. Este método reflete a abordagem prática e intuitiva dos egípcios para lidar com questões de Proporcionalidade, mostrando como suas técnicas matemáticas eram aplicadas de maneira eficaz em situações do cotidiano e nas demandas práticas de suas sociedades antigas.

Nas situações problemáticas, a Proporcionalidade envolvia a correspondência entre grandezas onde, de acordo com Lima, Andrade e Albuquerque (2018, p. 4), “cada valor da grandeza x terá um valor definido na grandeza y , de modo que se uma dobra, a outra dobra e assim sucessivamente. A relação entre x e y é chamada de Proporcionalidade.” Os autores abordam a Proporcionalidade como uma comparação entre grandezas em diferentes contextos.

No contexto da função, Lima, Andrade e Albuquerque (2018, p. 5) descrevem o conceito de Proporcionalidade relacionando-o ao método do falso pressuposto e escrevendo-o na forma da função linear $f(x) = ax$, ou ainda, $y = ax$, “onde **a** é chamado de constante de Proporcionalidade, de modo que os valores de **x** são diretamente proporcionais de **y** e **x** é a incógnita que corresponde à falsa posição.”

Transcrevendo para uma linguagem moderna, teríamos:

$$y = x + \frac{1}{7}x$$

$$y = \frac{8}{7}x$$

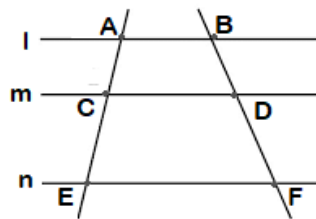
Função linear

Sob o contexto da proporção entre razões, os autores fundamentam a resolução do problema 24 do Papiro de Rhind pelo Teorema de Tales. Posto isso, o falso resultado 7 está para 8 assim como o verdadeiro resultado **x** está para 24.

No campo da Geometria, o Teorema de Tales é um importante teorema que leva o nome do matemático grego Tales de Mileto, que viveu por volta do século VI a.C. O Teorema estabelece uma relação fundamental entre segmentos de retas paralelas cortadas por transversais em um sistema geométrico. A afirmação do Teorema de Tales é a seguinte: Se três ou mais retas paralelas são cortadas por duas transversais, então os segmentos correspondentes nas transversais são proporcionais.

Na linguagem matemática, se as retas AE e BF são duas transversais que cortam três retas paralelas l, m e n, então o Teorema afirma que: $\frac{AC}{CE} = \frac{BD}{DF}$, ou ainda, $\frac{AC}{BD} = \frac{CE}{DF}$. Em que AC, CE, BD, e DF são os segmentos correspondentes nas transversais AE e DF. Como podemos ver na Figura 4.

Figura 4- Retas paralelas cortadas por transversais



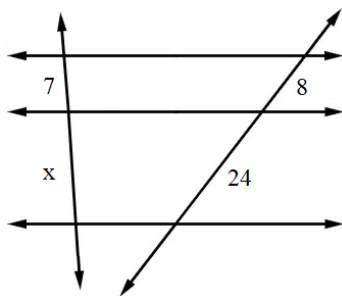
Fonte: A autora (2024)

Alguns pontos-chave relacionados ao Teorema de Tales incluem:

- Retas Paralelas: O teorema exige a presença de retas paralelas.
- Transversais: São as linhas que cortam as retas paralelas.
- Proporcionalidade: A principal conclusão é a Proporcionalidade dos segmentos formados nas transversais.

O Teorema de Tales é amplamente aplicado na resolução de problemas geométricos e na demonstração de outros resultados matemáticos. Sua simplicidade e utilidade o tornam um dos teoremas mais fundamentais da Geometria. Logo, o Teorema de Tales também pode ser usado como embasamento para resolução do problema 24, ficando representado como podemos ver na Figura 5.

Figura 5- Teorema de Tales



$$\frac{7}{x} = \frac{8}{24}$$

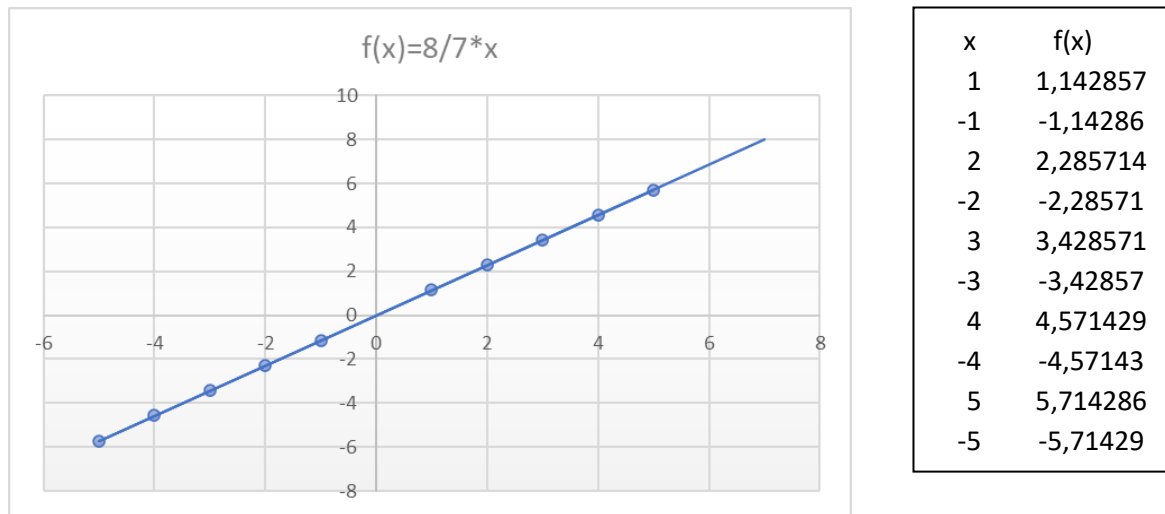
$$3 \cdot \frac{7}{x} = \frac{8}{24} \cdot 3$$

$$x = 21$$

Fonte: A autora (2024)

Assim, o método da falsa posição ilustra o conceito de Proporcionalidade tanto no âmbito da função, quanto no da proporção entre razões. Essas abordagens contemporâneas de resolução revelam a evolução da linguagem, dos métodos de solução e do próprio conceito ao longo do tempo. A evolução da linguagem também nos fez avançar nas formas de conceber o raciocínio proporcional, bem como as relações que ele estabelece.

A ligação do Teorema de Tales com outros saberes está relacionada também com as representações gráficas das funções lineares. É conhecido que tais representações são retas. Representemos, graficamente, as correspondências que podem ocorrer a partir do problema proposto anteriormente. Para sua construção, atribuem-se valores a x , obtendo seu resultado correspondente em $f(x)$, ou y pelo cálculo da função linear cuja constante a equivale a $8/7$, obtendo o Gráfico 6.

Gráfico 6 – Função linear

Fonte: Elaborado pela autora (2024)

A representação gráfica expõe que a variação dos valores em y acompanha proporcionalmente a variação dos valores em x .

Segundo Menduni-Bortoloti (2016, p. 40), “É possível caracterizar o conceito de Proporcionalidade em termos de regularidades, função, razão e escalas”. A autora aborda a Proporcionalidade em três cenários, sendo que, no primeiro, a Proporcionalidade se estabelece pela relação entre grandezas constituindo uma razão. No segundo, ela aborda a Proporcionalidade como igualdade entre razões. E no terceiro, ela explora o conceito de Proporcionalidade como função.

No caso da função, como vimos no exemplo anterior, há uma constante de Proporcionalidade, que no nosso exemplo corresponde à fração $8/7$. Os valores que formam o conjunto x correspondem respectivamente aos valores do conjunto y pela multiplicação dessa constante. Essa relação multiplicativa descreve o conceito de Proporcionalidade. Temos então uma relação funcional, onde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = ax$, com $a \in \mathbb{R}$.

A função linear descrita caracteriza uma diversidade de cenários que podem se fundamentar sobre esse modelo. Lembrando ainda que, segundo Menduni-Bortoloti (2016, p. 55), o conceito de Proporcionalidade pode ser explorado sob três cenários. Esses cenários são definidos por rotinas que se assemelham e que são descritas por metarregras⁹ fundamentadas em regras de resolução.

⁹ Menduni-Bortoloti (2016) explica que o prefixo meta é usado em seu estudo no sentido de direcionar as realizações e apontar para uma visão mais ampla, em que se buscam conexões entre cenários, criando outra realização.

Como exposto no Quadro 1.

Quadro 1: Cenários para construção do conceito de Proporcionalidade

Proporcionalidade realizada como:	Tem a rotina descrita por metarregras que comunicaram:	Tem a rotina sustentada:
Razão	Comparação entre partes; Razões equivalentes; Taxa; Escala - operador fator-escala; Divisão; Vetor; Intervalos musicais.	por uma relação entre grandezas de mesma natureza ou de naturezas diferentes, denotadas por $a/b = a:b$ (a está para b).
Igualdade entre duas razões	Regra de três; Porcentagem.	pela proporção entre razões, que pode ser explicada pelo Teorema de Tales.
Função	Relações multiplicativas; Taxa de variação; Escala; Porcentagem (como operador).	pela regra de realização – função do tipo linear.

Fonte: Menduni-Bortoloti (2016)

A autora (2016, p. 55) defende a diversificação das abordagens do conceito de Proporcionalidade, pois ela entende que

Disponibilizar aos alunos da Educação Básica, futuros professores e professoras de matemática uma variedade de modos de realizar o conceito de Proporcionalidade, conforme diferentes cenários, amplia a comunicação desse conceito, por exemplo, compreendendo-o como um conceito que agrega outros da própria matemática e de outras áreas do conhecimento.

Compreendemos que a diversificação de atividades didáticas agrupadas pela semelhança com cada cenário potencializa, no processo ensino-aprendizagem, a formação do conceito de Proporcionalidade, contribuindo para a percepção dos nexos internos desse conceito, considerando o campo teórico dentro do qual estamos desenvolvendo nossa pesquisa. Mesmo que não haja possibilidade de abordar todas as suas formas de ocorrência, Menduni-Bortoloti (2016) escreve que é possível compreendermos a Matemática para o ensino “como um modelo teórico que captura uma diversidade de modos de ensinar um conceito matemático, o qual pode ser rerepresentado por meio de uma estrutura teórica que organiza suas formas de ocorrência.”

A Proporcionalidade também foi a base para os cálculos aritméticos de multiplicação e divisão no antigo Egito. O procedimento utilizado pelos escribas egípcios constituía-se basicamente em um processo de multiplicação por dois (dobro) com um ajuste no final, quando necessário.

Vejam os exemplos da multiplicação de 15 por 54 (Tabela 5) e o exemplo da multiplicação de 9 por 16 (Tabela 6).

Tabela 5: Multiplicação 15 x 54

1	54
2	108
4	216
8	432
8+4+2+1=15	432+216+108+54=810

Fonte: A autora

Tabela 6: Multiplicação 9 x 16

1	16
2	32
4	64
8	128
8+1=9	128+16=144

Fonte: A autora

Segundo Bertato (2018), os escribas efetuavam sucessivas multiplicações por 2 e obtinham o resultado final pela soma dos respectivos produtos. Já a divisão era obtida do mesmo modo, porém com uma variação na expressão. Vejamos o exemplo de uma divisão (Tabela 7): multiplique 15 para obter 195; e a divisão: multiplique $\frac{1}{4}$ para obter 5 (Tabela 8).

Tabela 7: Divisão $15x?=195$

1	15
2	30
4	60
8	120
8+4+1=13	120+60+15=195

Fonte: A autora

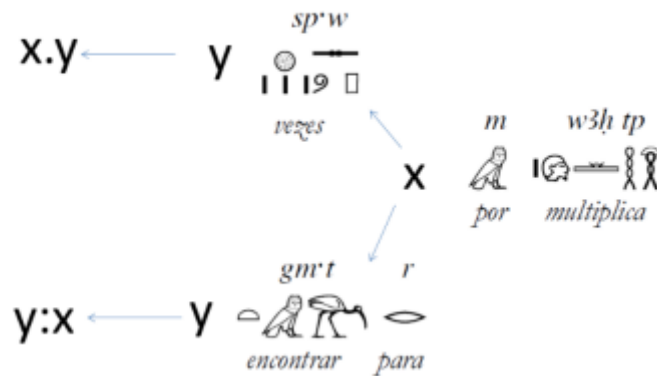
Tabela 8: Divisão $\frac{1}{4}x?=5$

1	$\frac{1}{4}$
2	$\frac{1}{2}$
4	1
8	2
16	4
16+4=20	4+1=5

Fonte: A autora

Aqui, os elementos da coluna da esquerda vão sendo obtidos em correspondência aos respectivos elementos da coluna da direita, operando sobre cada um deles a mesma relação de dobro, ajustando os valores, por soma ou subtração, de modo a atingir o resultado desejado com seu correspondente. De acordo com Bertato (2018, p. 16), “multiplicação e divisão seguiam basicamente o mesmo procedimento” e assim eram representadas as operações de multiplicação e divisão pelos escribas egípcios (Figura 6).

Figura 6- Procedimento de multiplicação e divisão egípcio



Fonte: Bertato (2018, p. 17)

O entendimento das grandezas variáveis traz outro nexos para o pensamento algébrico. Essa forma egípcia de calcular a multiplicação e a divisão estabelece uma relação direta entre a grandeza que varia e a grandeza que a acompanha transformando-se, até que se obtenha o valor desconhecido. Esses movimentos lógicos e históricos contribuíram para constituição dos conceitos algébricos que temos hoje. Ademais, Panossian, Sousa e Moura (2017, p. 147) relatam que

[...] o campo numérico e o campo geométrico que se destacam nas antigas civilizações (babilônios, mesopotâmicos, egípcios), Radford (2011), em suas investigações históricas, demonstra que em ambos os campos o raciocínio proporcional era usado como meio de resolução de problemas. Essa forma de raciocínio era muito desenvolvida no pensamento matemático e de forma mais sofisticada eram usados os métodos de falsa posição.

Tal método demonstra um grau maior conceitual acerca do raciocínio proporcional. Porém somente com a evolução da linguagem simbólica para representar os valores desconhecidos (incógnitas) é que foi possível calcular diretamente a grandeza desejada ou invés de calcular um número falso. Isso se deve ao fato de que a falta de uma linguagem apropriada restringia o pensamento egípcio. À medida que a linguagem algébrica se desenvolveu, desenvolveram-se também a qualidade de abstração e a generalização do pensamento humano.

Entendemos que, a partir do desenvolvimento da linguagem, o homem pode superar o estudo de casos particulares, ampliando suas possibilidades fazendo uso da linguagem em função da generalidade. Panossian, Sousa e Moura (2017, p. 149) consideram “que o salto de qualidade, em relação à manifestação da linguagem e forma de pensamento, é dado com Viète (1540-1603) [...] O fato de atribuir letras para os valores desconhecidos e também conhecidos da equação, o que hoje pode ser entendido por parâmetros, ajudou muito no desenvolvimento da Álgebra.”

Ainda que os símbolos favoreçam a representação da relação entre grandezas, os autores advertem para o fato de que é imprescindível a compreensão dos significados universais atribuídos a eles. Os símbolos permitem uma forma de pensamento teórico responsável pela realização de abstrações. E, como já vimos, o pensamento também transita do geral para situações particulares, relacionadas a uma variedade de objetos matemáticos. Não se trata do estudo de métodos de resolução ou representações, mas sim, de acordo com Radford (1996 *apud* Panossian, Sousa e Moura 2017, p. 149):

[...] uma das principais diferenças entre as incógnitas e variáveis pode estar em relação ao contexto, ao objeto e à intencionalidade proposta. Assim, a situação pode estar relacionada à resolução de um problema, e, nesse caso, é necessário encontrar um valor desconhecido e, portanto, se tem uma incógnita. Ou então em outra situação, de se estabelecer a relação entre grandezas de forma geral e, portanto, é necessário considerar que elas variam e esta situação remete à variável.

Assim, segundo os autores, o papel dos símbolos em Álgebra é proporcionar a representação de grandezas, além de possibilitar o trabalho de relacionar grandezas, contribuindo para generalização dessas relações, independentemente de estarem associadas a entes numéricos ou geométricos.

Bernal (2004, p. 23) nos apresenta o problema aritmético 72 do Papiro de Rhind, que propõe calcular o número de pães, de 45 unidades de volume por grão, que se obtém com a mesma quantidade de grãos utilizada para fazer 100 pães, de 10 unidades de volume por grão. Temos, então, uma situação na qual três grandezas, correlacionadas proporcionalmente, são dadas e busca-se conhecer a quarta grandeza.

O cálculo inicial estabelecia o valor unitário. Se são utilizadas 10 unidades de volume de grãos para fazer 100 pães, temos $\frac{100}{10} = 10$, sendo 10 pães feitos a cada unidade de volume de grão. Logo, com 45 unidades de volume por grão, é possível fazer $45 \times 10 = 450$ pães.

Temos então um exemplo de problema resolvido pela regra de três. Bernal (2004, p. 47) descreve essa regra de três como “uma técnica de resolução de um certo tipo de tarefa: achar a quantidade desconhecida, quando são dadas três quantidades conhecidas e proporcionais. Este tipo de tarefa dá lugar aos problemas identificados por sua técnica de resolução, ou seja, “problemas de regra de três”.”

A técnica de resolução para os problemas do tipo regra de três, partem, segundo Bernal (2004, p. 48) “de duas etapas distintas: análise e síntese.” Na primeira, faz-se o estudo da natureza

do problema e do estudo da incógnita x (valor a ser descoberto). Reconhecimento da proporção e do comportamento das grandezas que podem variar em uma relação direta ou inversamente proporcional. Sobre a segunda, tem-se a organização e a designação dos termos em suas respectivas razões. Como no exemplo do problema 72, a síntese se daria pela construção da proporção: Se 100 pães são produzidos com 10 unidades de volume por grão, então, com 45 unidades de volume por grão produz-se...

Para dispor estes quatro termos em uma proporção, escreveremos $\frac{100}{10} = \frac{x}{45}$.

$$\frac{100}{10} = \frac{x}{45}$$

$$10 \cdot \frac{100}{10} = \frac{x}{45} \cdot 10$$

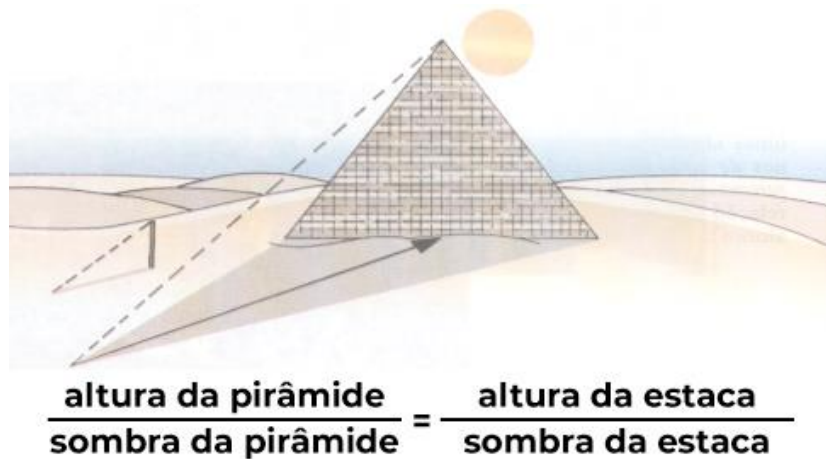
$$X = 450$$

A autora (2004, p. 38) enfatiza que a conexão entre a regra de três e a proporção se estabeleceu a partir do período do Renascimento nas

[...] aritméticas comerciais, pois era usada pelos mercadores orientais que obtinham, assim, de modo fácil, resultados seguros para certos problemas numéricos. Era chamada pelo nome Regra de Três pelos hindus e árabes, e por escritores latinos medievais. Foi chamada, também, de Regra de Ouro, de Chave dos Mercadores e de Regra dos Mercadores.

Consta que Tales de Mileto trouxe para a Grécia conhecimentos acerca do uso de proporções após experienciar a medida da altura das pirâmides no Egito. Mas não há evidências históricas específicas que indiquem que ele tenha realmente medido a altura de uma pirâmide utilizando a proporção. No entanto, podemos explorar como a proporção poderia ser aplicada para medir a altura de uma pirâmide, um método que poderia ter sido concebido usando princípios semelhantes aos que Tales e outros geométricos antigos já utilizavam.

Imagine uma pirâmide e uma estaca fora dela. Podemos formar um triângulo considerando o topo da pirâmide, o comprimento de sua sombra e o ponto onde ela toca o solo. Esse triângulo é semelhante a um triângulo menor formado pela altura da estaca e o comprimento de sua sombra, como representado na Figura 7 a seguir.

Figura 7- Cálculo da altura da pirâmide

Fonte: Beduka (2019)

Se denotarmos:

H: altura da pirâmide,

D: comprimento da sombra da pirâmide mais a metade de sua base,

d: comprimento da base da estaca,

h: altura da estaca,

então, pela semelhança dos triângulos, teremos a seguinte proporção: $\frac{H}{D} = \frac{h}{d}$

Sobre a regra de três é comum nos depararmos com a técnica de resolução “produtos cruzados” que consiste na igualdade entre o produto dos extremos e o produto dos meios, assim denominados, porque se optarmos pela construção da proporção utilizando a divisão, teremos a seguinte notação $H : D = h : d$ em que H e d ficam nos extremos da igualdade e D e h ficam no meio da igualdade.

$$\begin{array}{c} \text{meios} \\ \text{┌───┐} \\ H : D = h : d \\ \text{└───┘} \\ \text{extremos} \end{array}$$

Assim sendo, considera-se como propriedade fundamental das proporções que o produto dos termos extremos é igual ao produto dos termos médios. Algebricamente isso significa que

$$H \cdot d = D \cdot h$$

Essa propriedade é extremamente útil para a resolução de problemas envolvendo proporções entre grandezas. Ela permite estabelecer uma relação entre essas grandezas a partir de algumas de suas medidas, observadas em situações particulares de um fenômeno. Com base nessa propriedade, é possível sistematizar a relação proporcional, o que conhecemos como "regra de três".

No entanto, é fundamental destacar que a regra de três é uma estratégia convencional que não deve ser ensinada isoladamente, sem a compreensão dos conceitos e princípios que fundamentam o raciocínio proporcional. Do contrário, sua aplicação pode se tornar mecânica, podendo não contribuir de forma efetiva para o entendimento dos fenômenos proporcionais em estudo.

Na situação hipotética da altura da pirâmide, a Proporcionalidade é revelada na comparação entre as medidas dos lados dos triângulos retângulos formados. Compreende-se também, por esse experimento, a possibilidade de ampliação ou redução, tendo a proporção a garantia da não distorção da imagem nesse processo.

Além dos exemplos abordados até aqui, Bernal (2004, p. 24) apresenta, como exemplo da utilização da ideia de divisão em partes proporcionais, o problema 63 do Papiro de Rhind. Nele consta que “sejam repartidos 700 pães entre 4 pessoas, em partes proporcionais a $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$.”

Os egípcios juntam as frações em uma única parte formando uma unidade fracionária.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$$

Se $\frac{7}{4}$ corresponde ao total, então $\frac{7}{4} = 700$. Consequentemente um inteiro corresponde a 400.

Assim determina-se

- $\frac{2}{3}$ de 400 ~ 266,66...
- $\frac{1}{2}$ de 400 = 200
- $\frac{1}{3}$ de 400 ~ 133,33...
- $\frac{1}{4}$ de 400 = 100

Contudo entre os fenômenos observados, temos que a utilização de estratégias intuitivas e não convencionais vigoram na utilização da resolução de problemas que envolvem Proporcionalidade. Algoritmos e regras institucionalizadas, como a regra de três, contribuem para o desenvolvimento dos cálculos e ajudam a organizar as informações, mas como nexos externos desse

conhecimento, não correspondem à essência do pensamento proporcional. Esse se estabelece pela relação de equilíbrio e correspondência entre duas grandezas.

Podemos apontar ainda os escritos de Euclides, no livro "Os Elementos", onde explorou a Proporcionalidade de segmentos em linhas, áreas em figuras geométricas e volumes em sólidos. Seus postulados e teoremas estabeleceram bases lógicas para compreender a Proporcionalidade na Geometria.

Durante o Renascimento (século XIV a XVI), o desenvolvimento da Álgebra ampliou a compreensão da Proporcionalidade. Matemáticos como Viète e Descartes contribuíram para a formalização algébrica das relações proporcionais. Nos séculos XIX e XX, a Proporcionalidade continuou a ser explorada e refinada com o surgimento da análise matemática. Novos conceitos, como derivadas e integrais, foram incorporados, fornecendo ferramentas mais avançadas para analisar relações proporcionais.

Não podemos confundir o movimento lógico e histórico com a história do objeto. Não se trata de seguir cronologicamente a manifestação desse conceito, seguindo-o passo a passo pela história da humanidade. Mas, sim, compreender as necessidades que levaram ao surgimento de conhecimento, o movimento de sua formação, as mudanças que ocorreram na evolução histórica dele, seus nexos internos e sua relação teórica, isto é, identificar aqueles momentos que trouxeram transformações marcantes para o objeto, que provocaram rupturas.

Nessa perspectiva, busca-se compreender como a Proporcionalidade, enquanto conhecimento científico se constituiu. Também cabe compreendê-la como um campo de conhecimento conectado ao conhecimento algébrico, no qual observam-se íntimas singularidades com os registros históricos da Álgebra. Como apontam Panossian, Sousa e Moura (2017, p. 130),

[...]como particular as formas de pensamento, suas manifestações na linguagem, e os processos de formação de conceitos analisados por meio de categorias do materialismo dialético, em busca de revelar algumas mudanças ocorridas no conhecimento algébrico. Parte-se da compreensão de que o conhecimento algébrico, assim como outras formas de conhecimento, é produto da atividade humana (Leontiev 1978[1983]). Assim, busca-se a compreensão das necessidades humanas que desencadearam o aparecimento e o desenvolvimento da Álgebra, bem como as ações, operações e condições que marcaram cada período de seu desenvolvimento.

Segundo os autores, a história da matemática nos revela as necessidades, o desenvolvimento e os nexos lógicos da formação de um conceito científico, atribuindo-lhe sentido e significado. Portanto, os nexos lógicos e históricos do conceito de Proporcionalidade refletem sua importância

contínua para as demandas humanas e sociais, desde suas raízes antigas até suas aplicações modernas.

Por que haveríamos de conhecer tal conceito senão pela História que o trouxe até nossa geração? Que importância e relevância residem nessa forma de pensar, que a torna tão mutável, consistente e capaz de movimentar-se através dos tempos para chegar até nós? A evolução lógica e histórica desse conceito demonstra sua versatilidade e centralidade em diferentes ramos da Matemática. Conseqüentemente, como ciência da humanidade, da vida social contemporânea, têm-se suas conexões com diversas áreas do conhecimento.

E hoje, a BNCC (Brasil, 2018, p. 268), ainda que coloque o foco nas competências, trata desse conceito como sendo uma das ideias fundamentais capazes de produzir articulações entre os diferentes campos de conhecimento. Fica a tarefa de explorar esse conceito, de modo que essa importância seja percebida pelo professor e pelos alunos. Para isso, o estudo do movimento lógico e histórico é um caminho possível.

Com base nos recentes documentos curriculares brasileiros, a BNCC leva em conta que os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de **ideias fundamentais** que produzem articulações entre eles: **equivalência, ordem, Proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação**. Essas ideias fundamentais são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e devem se converter, na escola, em objetos de conhecimento.

A Proporcionalidade, por exemplo, deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidades etc. Além disso, essa noção também se evidencia em muitas ações cotidianas e de outras áreas do conhecimento, como vendas e trocas mercantis, balanços químicos, representações gráficas etc.

O movimento dos campos numéricos para o controle das quantidades é um conceito que reflete a evolução do pensamento matemático e sua aplicação no entendimento e manipulação do mundo físico e das ideias abstratas. Esse movimento se dá por meio da transição de um conjunto numérico para outro, que surge a partir da negação da negação em situações de contagem e medida. Essa transição pode ser vista como uma progressão do concreto para o abstrato, do quantitativo para o relacional e é fundamental na história da matemática e no desenvolvimento do pensamento algébrico.

O início dessa transição ocorre com o estágio mais básico (números naturais) de controle quantitativo, onde os números são usados para representar quantidades específicas de itens concretos. A introdução dos números inteiros, que ocorre frequentemente no 7º ano do E. F., expande o conceito de quantidade para incluir a ideia de dívidas ou ausências, permitindo operações aritméticas mais complexas como a subtração e a adição em um contexto mais amplo que apenas a

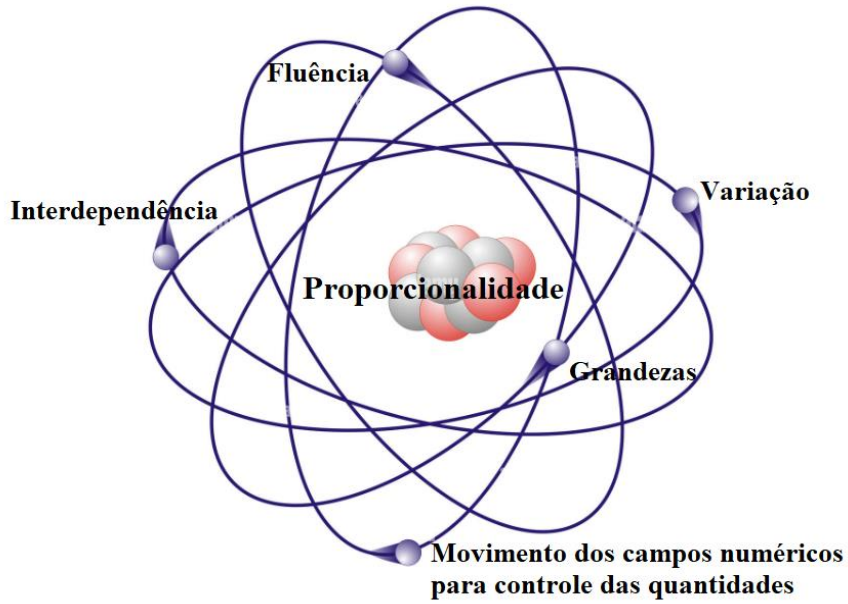
contagem. Com os números racionais (frações e decimais), o controle das quantidades alcança um nível de precisão e flexibilidade maior. Isso permite lidar com partes de um todo e com a comparação entre quantidades diferentes, introduzindo conceitos de proporção e taxa.

A introdução dos números reais, incluindo os irracionais, amplia ainda mais o controle sobre as quantidades ao permitir a medição precisa de grandezas contínuas, como distâncias e volumes, e a solução de equações que não possuem soluções racionais, como a raiz quadrada de 2. A expansão para os números complexos (que incluem uma unidade imaginária i , onde $i^2 = -1$) permite o controle e a compreensão de fenômenos que não são facilmente descritos pelos números reais, como a solução de todas as equações polinomiais. Além disso, abre caminho para a exploração de dimensões e conceitos matemáticos ainda mais abstratos. A Álgebra marca um ponto crucial nessa transição, na qual os números e operações começam a ser representados por símbolos, permitindo a formulação e manipulação de relações e funções de maneira geral e abstrata. Assim, o pensamento matemático atinge uma dimensão mais elaborada.

Segundo Panossian, Sousa e Moura (2017), os aspectos históricos resultam de momentos/eventos que representam rupturas. Essas rupturas emergem dos obstáculos e desafios que o homem busca superar. A cada nova necessidade de contagem ou medida que surgiu, abriu a oportunidade da criação de um novo campo numérico, capaz de atender e superar as necessidades. A negação da negação, neste contexto, não retorna simplesmente ao ponto de partida, mas alcança uma nova síntese que reconcilia e supera as contradições anteriores. Como conceito-chave da dialética hegeliana, a negação da negação desempenha um papel fundamental na explicação do progresso histórico e social. Para Marx, a história é um processo dialético marcado por contradições e conflitos. Isso reflete uma compreensão de que a realidade e o pensamento são dinâmicos e processuais, movendo-se através de contradições e superações que não simplesmente cancelam o passado, mas o integram em formas novas e mais avançadas de organização e compreensão.

O contexto histórico nos revela os nexos envolvidos no estudo da Proporcionalidade. Na Figura 8 a seguir utilizamos a imagem de modelo atômico como elemento figurativo para representar o dinamismo que existe entre os nexos que constituem a Proporcionalidade. Como elementos “vivos” e conectados, os nexos proporcionam um entendimento da composição da essência e das propriedades comuns desse conceito central.

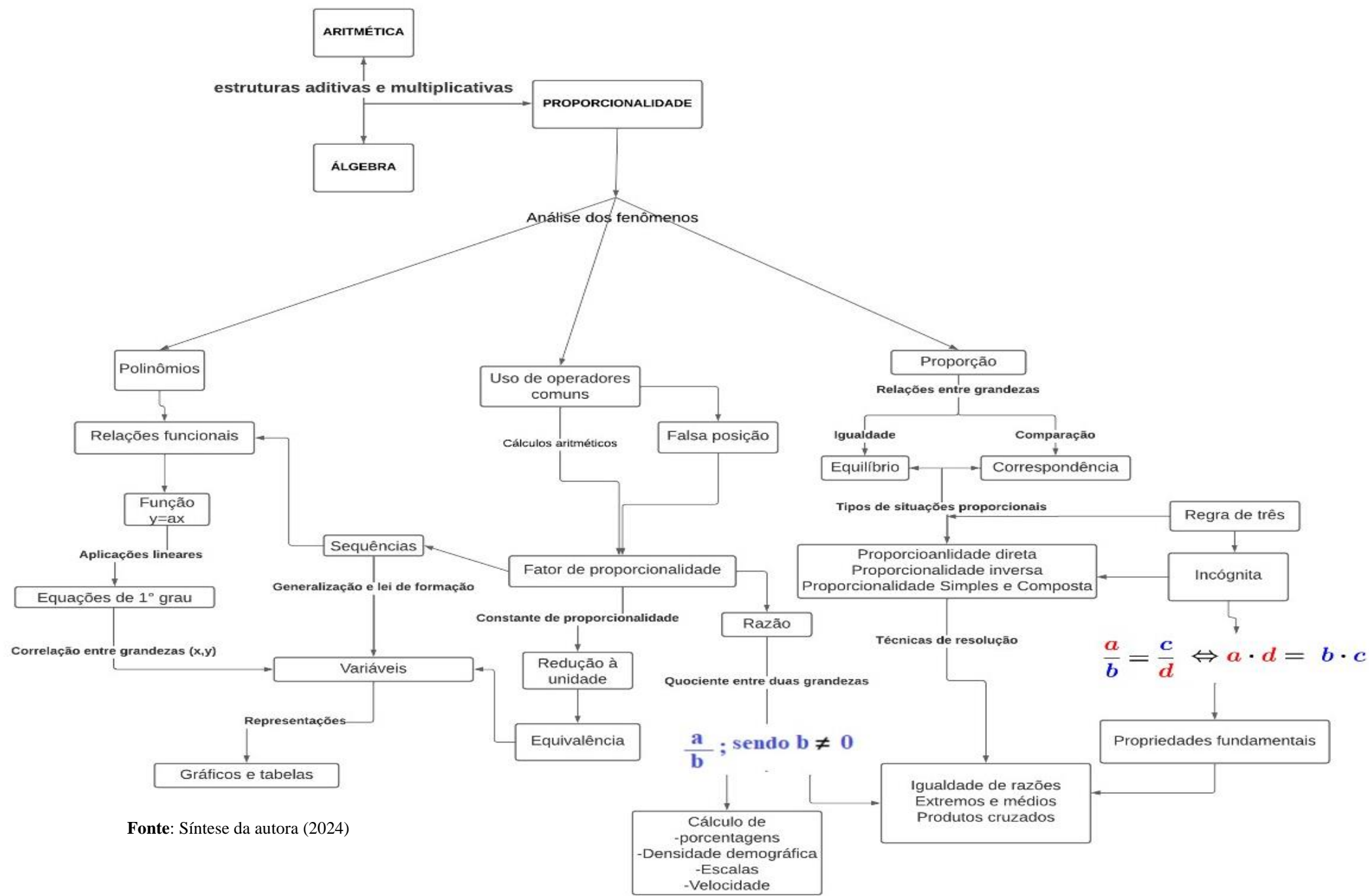
Figura 8: Os nexos fundamentais do conceito de Proporcionalidade



Fonte: Síntese da autora (2023).

Vejamos alguns fenômenos exemplificados nesse texto que utilizam o conceito de Proporcionalidade e suas possíveis conexões, conforme mostra a Figura 9 na página a seguir.

Figura 9- Mapa conceitual dos fenômenos estudados de Proporcionalidade



Fonte: Síntese da autora (2024)

Aprofundando um pouco mais podemos descrever Proporcionalidade como sendo uma relação matemática entre grandezas, que mantêm uma constante ou uma taxa invariável entre si. Em outras palavras, duas grandezas são proporcionais quando a razão entre elas é constante. Esta relação é frequentemente expressa através de uma igualdade de razões, conhecida como proporção.

Na linguagem matemática, se **a** é proporcional a **b**, então a razão $\frac{a}{b}$ é constante.

Aqui o termo razão refere-se a uma relação entre duas grandezas, mostrando como uma grandeza se compara à outra. Uma razão é uma relação entre duas grandezas traduzidas por quantidades, que indica quantas vezes uma contém a outra. Geralmente, é expressa como a fração a/b ou como dois números separados por dois pontos, $a:b$, onde $b \neq 0$. As razões são usadas para comparar quantidades de maneira proporcional e para descrever relações quantitativas entre variáveis, permitindo-nos entender e trabalhar com a escala e a comparação de quantidades em diversas situações, como em proporções, taxas e densidades.

É importante destacar que, em sua forma mais básica, uma razão expressa a quantidade de uma grandeza em relação a outra. Essa relação de interdependência entre grandezas foi explorada pelos egípcios na criação das frações. Sua origem se deve provavelmente à divisão das terras egípcias ao longo do rio Nilo entre os cidadãos. Como, anualmente, as águas do Nilo subiam significativamente acima do seu curso normal, apagando as demarcações das divisões territoriais ao recuarem, os oficiais governamentais eram encarregados de redefinir os limites de cada propriedade. Para realizar as medições, utilizavam uma corda marcada com uma unidade de medida pré-determinada, calculando quantas vezes essa unidade se encaixava nos limites de cada terreno. Contudo, era raro que a unidade de medida selecionada se ajustasse exatamente um número inteiro de vezes aos limites do terreno, o que levou os egípcios a desenvolverem um tipo inédito de número: a fração.

Na criação das frações, e conseqüentemente na razão, compreende-se uma relação entre grandezas de: interdependência, fluência, e do movimento dos campos numéricos, como nexos constituintes da identidade dessa forma de pensamento.

O saber decorre da busca do homem pela compreensão dos fenômenos, suas causas e efeitos, sobre os quais Panossian, Sousa e Moura (2017, p.132) asseveram: “conforme os fundamentos do materialismo dialético, a categoria causa está associada à interação de objetos e fenômenos que lhe provocam mudanças. O efeito, por sua vez, está associado às mudanças provocadas nos objetos e fenômenos em função de sua interação.”

À luz da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria do Ensino Desenvolvimental, em sua prática pedagógica, é importante que o professor considere em seu planejamento as causas das mudanças que ocorreram historicamente, ou seja, as rupturas que ocorreram com os objetos e fenômenos a fim de revelar, não somente suas ações externas, mas principalmente sua natureza interna.

Tais nexos podem ser observados em diversas situações contemporâneas. Para essa análise, tomemos como exemplo o estudo do princípio dos gases ideais. De acordo com Hougen, Watson e Ragatz (1964), gases constituem-se por moléculas que se movimentam em um determinado espaço (volume). E para compreendermos, aqui, o comportamento desses gases é importante sabermos que eles são substâncias que consistem em moléculas compostas por apenas um tipo de átomo. Isso significa que todas as moléculas presentes nesse gás são idênticas em termos de átomos constituintes.

Segundo os autores (1964), os gases ideais possuem moléculas que não ocupam volume próprio, ou seja, possuem dimensões desprezíveis. Não há interações entre suas moléculas. Isso significa que as moléculas se movem livremente e não exercem forças umas sobre as outras, exceto durante colisões. A temperatura e a pressão desse tipo de gás são diretamente proporcionais à energia cinética¹⁰ média das moléculas. Como não há interação entre as moléculas de um gás ideal, sua energia total é dada pela soma da energia cinética de todas as partículas que o constituem. Assim a velocidade das partículas desses gases é diretamente proporcional à temperatura.

Podemos aumentar a velocidade das moléculas de um gás ideal fornecendo mais energia, obtida pelo aumento da temperatura e, conseqüentemente, teremos também o aumento da pressão do gás dentro de seu recipiente. Hougen, Watson e Ragatz (1964) explicam que todos os gases ideais ocupam o mesmo volume, quando submetidos à mesma temperatura e pressão. Nessas condições, pode-se comparar o comportamento dos gases ideais, pois é possível determinar uma constante de comportamento. Os autores (1964) escrevem sobre essa constante, denominando-a por “O Princípio de Avogadro”, como uma lei fundamental da Química que descreve a relação entre o volume de um gás e o número de moléculas presentes, mantendo-se a pressão e a temperatura constantes. Esse princípio afirma que volumes iguais de gases diferentes, nas mesmas condições de temperatura e pressão, contêm o mesmo número de moléculas. Em outras palavras, isso significa que o volume de um gás é diretamente proporcional ao número de moléculas do gás.

¹⁰ Conforme Hougen, Watson e Ragatz (1964), energia cinética está associada ao movimento de um objeto. Quanto maior a velocidade de um objeto, maior é sua energia cinética.

Hougen, Watson e Ragatz (1964) apresentam que, matematicamente, o Princípio de Avogadro pode ser expresso da seguinte forma:

$$\frac{V_1}{n_1} = \frac{V_2}{n_2}$$

Onde:

V_1 e V_2 são os volumes dos gases 1 e 2, respectivamente.

n_1 e n_2 são os números de moléculas dos gases 1 e 2, respectivamente.

De acordo com o modelo de gás ideal, esses autores escrevem que a relação entre pressão (P), volume (V), número de moléculas (n) e temperatura (T) é descrita pela Equação dos Gases Ideais:

$$PV = nRT$$

Onde:

P é a pressão do gás (em pascals)

V é o volume ocupado pelo gás (em metros cúbicos)

n é o número de moles de gás

R é a constante dos gases ideais (aproximadamente 8,314 J/(mol·K))

T é a temperatura do gás (em kelvins)

Sob essa relação é possível considerarmos ainda o estudo da constante R, podendo ser dada por:

$$PV = nRT \quad \text{em que, ao isolarmos a constante, obtemos:} \quad \mathbf{R = \frac{PV}{nT}}$$

Se considerarmos um gás ideal submetido a condição 1 de temperatura e pressão, mantendo seu número de moléculas e conseqüentemente, seu volume, teremos o mesmo comportamento desse gás, quando submetido a uma condição 2 de temperatura e pressão. Vejamos:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} = R$$

$$\frac{P_1 \cancel{V_1}}{\cancel{n_1} T_1} = \frac{P_2 \cancel{V_2}}{\cancel{n_2} T_2} = R \implies \text{Número de moléculas e volume constantes se anulam.}$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} = R$$

As grandezas, temperatura e pressão, variam proporcionalmente.

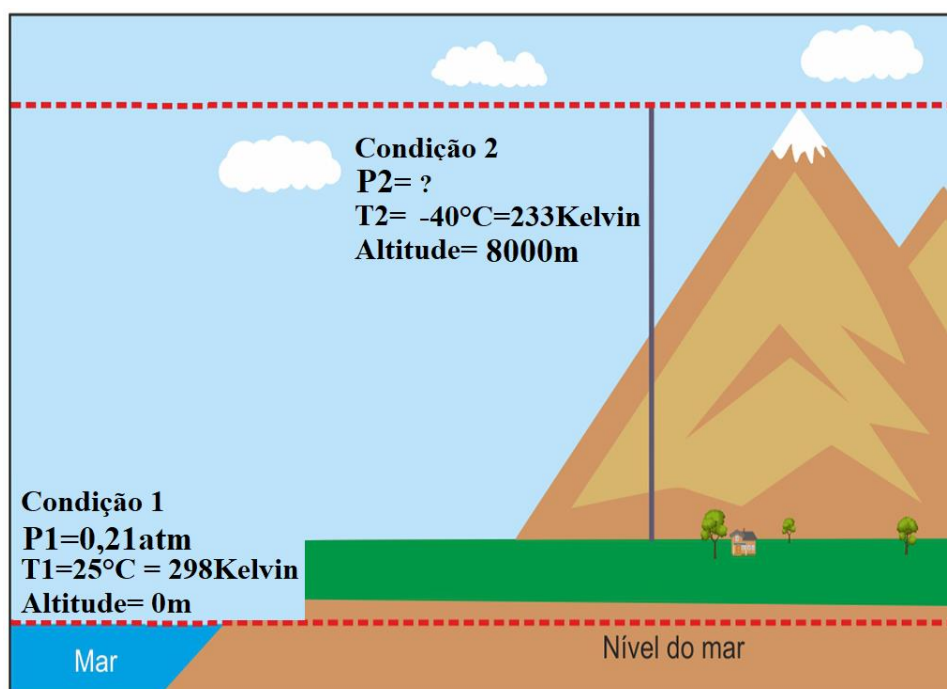
A partir dessa condição de comportamento dos gases ideais, podemos avaliar proporcionalmente o comportamento em uma nova condição de temperatura, pressão e volume. A constante de Proporcionalidade fornece condições de prever ou dimensionar um fenômeno, quando se variam suas circunstâncias termodinâmicas.

Entendemos que esses elementos não são apenas uma teoria que se traduz em processos. Esse estudo serve de embasamento para avaliação das condições do comportamento de um gás ideal em determinado evento. Em termos práticos, é possível compreender por que o ar que respiramos é diferente em grandes altitudes em comparação ao ar que respiramos ao nível do mar. Nesse fenômeno, o gás oxigênio (O_2), que compõe cerca de 21% do ar que respiramos, é submetido a diferentes condições de temperatura e pressão com a mudança de altitude.

Na Figura 10, podemos observar algumas condições para análise desse fenômeno. Considerando o mesmo volume de ar nas duas altitudes, investigaremos então a variação de temperatura e pressão.

A pressão atmosférica do gás O_2 , à temperatura de $25^\circ C$, ao nível do mar, é de 0,21 atm, pois, esse gás constitui aproximadamente 21% da pressão total do ar (1atm) nessa altitude, conforme se visualiza na Figura 10 a seguir.

Figura 10: Fenômeno da pressão atmosférica



Fonte: Elaborada pela autora (2024)

A mudança de altitude e temperatura modifica a concentração de gás oxigênio presente no ar e isso se verifica pela mudança na pressão atmosférica. Desse modo:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\frac{0,21}{298} = \frac{P_2}{233}$$

$$P_2 = \frac{0,21 \cdot 233}{298}$$

$$P_2 \cong 0,16 \text{ atm}$$

Concluimos que na condição 2 a pressão exercida pelo gás oxigênio corresponde a 0,16 atm, o que implica uma concentração de 16% de O₂ no ar que respiramos a uma altitude de 8000m e à temperatura de -40°C.

Estudar esse fenômeno contribui para o entendimento de como a mudança de temperatura e pressão afeta o organismo humano. Como exemplo, podemos indagar sobre o porquê de os jogadores de futebol precisarem de treinamento especial e adaptação para participar de jogos em altitudes elevadas, ou ainda, porque aviões necessitam de máscaras de ar. Entendemos que as ideias matemáticas contribuem com o entendimento do fenômeno. O comportamento das grandezas envolvidas, bem como a constante de Proporcionalidade, possibilita a previsão e o dimensionamento dos elementos em relação às condições estabelecidas.

Apesar de sua simplicidade e limitações, conforme Hougen, Watson e Ragatz (1964) observam, temos que o modelo do gás ideal é amplamente utilizado em ciências físicas e engenharia para fazer previsões e análises em uma variedade de situações, especialmente quando os gases estão em baixas pressões e altas temperaturas. Contudo, mesmo que os eventos apresentados não revelem alterações substanciais no conceito de Proporcionalidade, observamos ganhos nos mecanismos simbólicos e na linguagem que abrem possibilidades de ativação do pensamento, proporcionando um modo de pensar diferente, favorecendo o entendimento do conhecimento matemático como elemento indispensável para compreensão e interação com o mundo que nos rodeia.

Presente em diversos contextos, a Proporcionalidade ganha nova “roupagem”, ou ainda, nova linguagem, conforme as grandezas envolvidas em estudo, porém mantendo seus nexos conceituais. No campo da tecnologia, escolhemos investigar o pensamento proporcional presente no

cálculo da distância entre um satélite e um receptor GPS (Sistema de Posicionamento Global). Nesse sistema, segundo Fiorio (2020) o cálculo da distância de um receptor de sinal de GPS até os satélites envolve um processo chamado trilateração, que usa o tempo de viagem dos sinais de pelo menos quatro satélites de GPS até o receptor para determinar a posição exata do receptor na Terra.

O tempo de viagem do sinal que cada satélite GPS transmite é determinado pela hora precisa em que o sinal é enviado e a hora em que o receptor de GPS recebe esse sinal. A diferença entre o tempo de transmissão e o tempo de recepção permite calcular quanto tempo o sinal levou para chegar ao receptor. A velocidade desse sinal é constante, pois os sinais de GPS viajam à velocidade da luz, que é aproximadamente 300 000 quilômetros por segundo no vácuo.

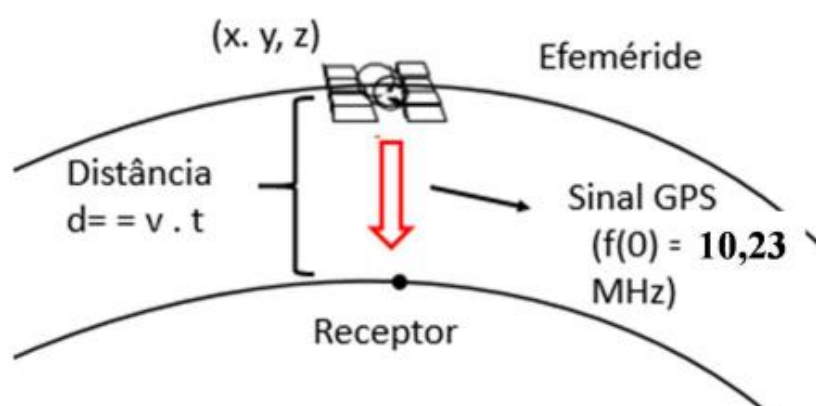
$$d = v \cdot t,$$

sendo:

- d = distância (entre satélite e receptor GPS);
- v = velocidade (constante: velocidade da luz, 300.000 Km/s);
- t = tempo.

Assim, de acordo com Fiorio (2020, p. 15), o cálculo da distância entre cada satélite e o receptor GPS, “de uma forma bem simples” pode ser assim traduzido e visto na Figura 11 a seguir

Figura 11: Exemplificação arquitetura de recepção de dados GPS.



Fonte: Fiorio (2020, p. 16)

Fiorio (2020, p. 16) destaca ainda que, “ao observar a fórmula do cálculo da distância e a ilustração acima, temos que a velocidade da luz no vácuo é constante (300.000 Km/s aproximadamente); assim o cálculo da distância se resume a como obter o tempo.”

Aqui se estabelece uma relação proporcional entre as grandezas distância e tempo, em uma estrutura que equivale à função $y=a.x$, ou ainda, $f(x)=a.x$. Utilizando a linguagem e o sistema simbólico empregados por Fiorio temos: $\Delta s=v.t$, sendo Δs a distância ou variação entre o satélite e o receptor de localização.

Conforme Fiorio (2020), ainda é necessário fazer correções para a influência da atmosfera na velocidade do sinal e nos erros do relógio do receptor. Para localizar sua posição exata em três dimensões (latitude, longitude e altitude), o receptor de GPS precisa calcular sua distância de, pelo menos, quatro satélites. Com essas distâncias e as posições conhecidas dos satélites, o receptor pode calcular sua própria posição através de um processo matemático chamado trilateração.

Os desdobramentos lógico-históricos da Proporcionalidade encontram conexões em várias áreas de conhecimento, destacando-se como uma ferramenta excepcional para interpretar a realidade, seja no contexto científico ou em outras esferas do entendimento humano. Nossa pesquisa ocupa-se da busca de manifestações que evidenciem os nexos internos do conceito de Proporcionalidade. Desse modo entendemos que a falta de orientações acerca dos desdobramentos das abordagens desse conceito ainda se constitui como uma lacuna que também deve ser trabalhada pelos documentos normativos.

4. UM OLHAR SOBRE PROPORCIONALIDADE NOS DOCUMENTOS ORIENTADORES DO ENSINO DA MATEMÁTICA E NOS LIVROS DIDÁTICOS

A pesquisa documental, como segunda etapa desse trabalho, trata as informações e dados obtidos em documentos normativos da educação como base para construção da investigação sobre o tema Álgebra e Proporcionalidade. Esse procedimento metodológico, aliado à pesquisa bibliográfica, ajuda a esclarecer as singularidades e os parâmetros historicamente constituídos sobre o objeto de estudo. Nessa etapa, a pesquisa se pauta em fontes primárias como os PCN, a BNCC, o Currículo Referência de Minas Gerais e o Plano de Curso do Ensino Fundamental Anos Finais 7º ano, proposto pela Secretaria de Estado da Educação de Minas Gerais, para análise das orientações didático-metodológicas postas para o ensino de Álgebra e para o conceito de Proporcionalidade. Os documentos permitem a contextualização histórica, cultural e social do ensino da Matemática, contribuindo para a análise qualitativa do fenômeno estudado. Sobre a análise documental, Bardin (2016, p. 51) define

Podemos defini-la como “uma operação ou um conjunto de operações visando representar o conteúdo de um documento sob uma forma diferente da original, a fim de facilitar, num estado ulterior, a sua consulta e referência”. Enquanto tratamento da informação contida nos documentos acumulados, a análise documental tem por objetivo dar forma conveniente e representar de outro modo essa informação, por intermédio de procedimentos de transformação. O propósito a atingir é o armazenamento sob uma forma variável e a facilitação do acesso ao observador, de tal forma que se obtenha o máximo de informação (aspecto quantitativo), com o máximo de pertinência (aspecto qualitativo). (destaque da autora).

A Base Nacional Comum Curricular Nacional – BNCC é um documento normativo, conforme já indicamos, previsto na Constituição Federal de 1988 e na LDB/96. Foi homologado, inicialmente, pelo Ministério da Educação em 20 de dezembro de 2017 e, em 14 de dezembro de 2018, foi homologada a Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio. A BNCC deve nortear a elaboração de todos os currículos do território nacional. Como qualquer documento de política pública é resultado de negociações, de jogo de interesses diversos. Assim, têm aspectos importantes, mas, também, pontos de controvérsias e de reações, que não nos cabe discutir neste texto.

Iniciamos por conhecer a abordagem proposta para o trabalho com a Álgebra exposta na BNCC (Brasil, 2018, p. 270). Ela esclarece sobre o estudo de relações quantitativas entre grandezas, bem como a finalidade do estudo da Álgebra.

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: **equivalência, variação, interdependência e Proporcionalidade**. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações. (destaque do documento).

Esse trecho revela a análise da interdependência de grandezas como conhecimento substancial para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Esse pensamento envolve a abstração e a generalização de padrões numéricos e não numéricos, permitindo aos estudantes estabelecer leis matemáticas universais que vão além de casos específicos. A linguagem algébrica contribui para a construção desses modelos matemáticos, construídos a partir da compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas, segundo a BNCC. No entanto, é preciso cuidar para que não se desenvolva, apenas o pensamento empírico, baseado nas evidências externas dos conceitos.

A ênfase em identificar regularidades e padrões, assim como em estabelecer relações de interdependência entre grandezas, reflete a natureza fundamental da Matemática como uma linguagem que descreve o mundo em termos quantitativos e estruturais. A habilidade de criar, interpretar e alternar entre diferentes representações gráficas e simbólicas é essencial para a comunicação de ideias matemáticas e para a resolução eficaz de problemas.

Aqui revela-se o caráter que o documento em foco explora na abordagem da matemática, demonstrando seu direcionamento para o desenvolvimento de habilidades e competências. O que pressupõe uma prática voltada à construção e ao aperfeiçoamento de aptidões que remetem à ideia da capacidade de resolver problemas. Nesse ponto destacamos que esse documento normativo não apresenta, em sua organização e em sua base, relevantes orientações que conduzam a uma prática ou a uma abordagem do ensino-aprendizagem da matemática voltada ao desenvolvimento de capacidades psíquicas superiores, visando a formação integral do aluno, pois o desenvolvimento de habilidades exige conhecimento, exige conceitos e não, apenas, conceitos espontâneos baseados em observações.

Lembramos, que também não há, nesse documento, considerável destaque para os modos culturais que influenciam fortemente o desenvolvimento e a articulação de funções como: memória, consciência, linguagem, motivação, formação de conceitos e emoções, importantes para a formação de uma rede de nexos e um sistema psicológico. Trata-se de uma orientação mais voltada ao saber-fazer dos alunos, em vez de garantir o desenvolvimento de suas funções mentais. Ela destaca a importância de estabelecer generalizações, analisar relações quantitativas entre grandezas e estruturais, e resolver problemas.

As ideias matemáticas de equivalência, variação, interdependência e Proporcionalidade são apresentadas como conceitos-chave que subjazem ao estudo da Álgebra e são aplicáveis em uma variedade de contextos dentro e fora da matemática. Nelas, exploram-se relações fundamentais como interdependência entre grandezas e variação, porém, compreendemos que os nexos fluência e o movimento do campo numérico para o controle das quantidades, ainda não se constituem como encadeamentos identitários para o desenvolvimento do conceito de Proporcionalidade.

O documento trata do desenvolvimento do raciocínio lógico, do espírito investigativo e da capacidade de argumentação como sendo habilidades essenciais cultivadas através dos conhecimentos matemáticos. A BNCC (2018, p. 266) assim postula:

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do **letramento matemático**¹¹, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição).

Para os anos finais do E.F., a BNCC destaca a importância de considerar as experiências matemáticas prévias dos alunos para alcançar o desenvolvimento das habilidades esperadas. Isso implica criar situações que permitam observações sistemáticas, tanto quantitativas quanto qualitativas, da realidade. O objetivo é estabelecer inter-relações entre esses aspectos, promovendo o desenvolvimento de ideias mais complexas. Essa abordagem visa especialmente cultivar as ideias

¹¹ O texto da BNCC (2018, p. 266) conceitua letramento matemático com base no texto da Matriz de Avaliação de Matemática do Pisa (2012, p. 1), que apresenta a seguinte definição: “Letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar, e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias.”

fundamentais da matemática, como equivalência, ordem, Proporcionalidade, variação e interdependência, proporcionando aos alunos uma compreensão mais profunda desses conceitos, considerando que não há um “saber-fazer” consciente, sem o conhecimento que foi construído historicamente.

Como preconiza a teoria vygotskyana, o aprendizado não pode ser dissociado de seu contexto histórico, social e cultural, a abordagem dessa normativa, quanto à Proporcionalidade, trata esse conceito como sendo fundamental para síntese e articulação de conhecimentos mais complexos, porém a concepção de aprendizagem está assentada no conceito de competências (saber-fazer), enquanto na perspectiva desenvolvimental pretende-se desenvolver o pensamento do aluno, de modo que ele possa se humanizar, à medida que desenvolve capacidades psíquicas superiores mediadas pelos conhecimentos historicamente acumulados. Essa perspectiva foge a uma visão pragmática de ensino, que visa o imediato. Embora alguns nexos internos da Álgebra estejam presentes na descrição da unidade temática, chamada Álgebra, eles aparecem desconectados de uma base teórica que lhes dê sustentação. Mas há pouca abordagem do movimento lógico e histórico desse conceito, bem como seus nexos internos capazes de contribuir com o desenvolvimento das funções psíquicas superiores do ser humano. Trata-se da história da Matemática como recurso, que aparece ao lado dos recursos materiais, como sendo capaz de “despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar matemática” (Brasil, 2018, p. 298).

O documento aborda ainda a resolução, a elaboração e reelaboração de problemas como forma de favorecer o aprendizado. Pois entende-se que, nesse processo, os alunos podem refletir sobre as variações que ocorrem nas situações-problema dadas, sejam situações do cotidiano, de outra área do conhecimento ou sobre a história da matemática. Tais situações devem ser significativas para o contexto do aluno. Na BNCC (2018, p. 299), encontra-se o seguinte texto acerca do trabalho com resolução de problemas:

Cumpra também considerar que, para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática. No entanto, é necessário que eles desenvolvam **a capacidade de abstrair o contexto, apreendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos**. Para favorecer essa abstração, é importante que os alunos reelaborem os problemas propostos após os terem resolvido. Por esse motivo, nas diversas habilidades relativas à resolução de problemas, consta também a elaboração de problemas. Assim, pretende-se que os alunos formulem novos problemas, baseando-se na reflexão e no questionamento sobre o que ocorreria se alguma condição fosse modificada ou se algum dado fosse acrescentado ou retirado do problema proposto. (grifos nossos)

Lembramos aqui, com base na perspectiva da teoria da atividade, mais especificamente na teoria da atividade de estudo, da importância da necessidade de se ter um motivo para aprender determinado conceito, visto que esse é o elemento impulsionador para que o aluno entre em atividade, tornando-o consciente do processo e responsável por sua aprendizagem. Essa é uma constante que atribui significado ao aprendizado do aluno. Até mesmo porque um dos grandes desafios de se ensinar e aprender matemática reside na falta de compreensão do propósito dos fazeres escolares nessa área. Assim voltamos à necessidade de se organizar o ensino de maneira que o aluno consiga, diante de propostas diversas, extrair a essência daquilo que foi estudado. Só, assim, será capaz de “abstrair o contexto, apreendendo relações e significados”, como se lê na citação acima. E, em um movimento contrário, seja capaz de usá-la em contextos diferenciados, potencializando a internalização desses conceitos. Assim a teoria do Ensino Desenvolvimental é base para o aprendizado que permite a apropriação dos conceitos, num movimento do geral ao particular e que passa do concreto ao abstrato e deste ao concreto pensado.

Embora as normativas contribuam com a organização da estrutura dos conteúdos a serem trabalhados, sua abordagem tem diversos hiatos que devem ser preenchidos por estudos e pesquisas na área da educação e contradições. Visto que os aspectos da Álgebra e da Proporcionalidade, que aparecem nos diferentes referenciais, podem não servir ao interesse educacional proposto pelo referencial teórico utilizado nesse trabalho.

Como exemplo dessa lacuna, ressaltamos que não encontramos orientações acerca da prática do ensino de Proporcionalidade na BNCC. Sua abordagem, nesse documento, limita-se à apresentação da Proporcionalidade como conhecimento basilar e constituinte do pensamento algébrico. Assim, partimos à procura de orientações acerca desse conhecimento nos PCN¹², documento que antecede a BNCC. O documento apresentava. No documento voltado para o ensino de matemática no ensino fundamental, os PCNs destacavam a importância do ensino de grandezas e medidas, incluindo a proporcionalidade, como um conceito fundamental para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos. A proporcionalidade era vista como uma habilidade essencial para o entendimento de diversos fenômenos e situações do cotidiano, e o ensino desse conceito era incentivado de forma prática e contextualizada, estimulado o uso de tabelas, gráficos, e notações

¹² Criado na década de 1990, os PCNs serviram como um guia de referência para a construção dos currículos em todo o Brasil, estabelecendo diretrizes gerais para a educação básica. Embora não fosse obrigatório como a BNCC, os PCNs foram amplamente utilizados pelas redes de ensino até a criação e implementação da BNCC, que passou a ser o documento normativo para a organização dos currículos.

diversas, sempre associada à resolução de problemas do dia a dia, como cálculos de razão, escalas e porcentagens.

Propostos pelo Ministério da Educação e do Desporto após a aprovação da LDB/96, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) forneciam diretrizes pedagógicas para orientar as práticas educativas nas escolas. Embora não tivessem caráter normativo, os PCN foram amplamente adotados por apresentarem orientações claras e estruturadas. No que diz respeito ao ensino de proporcionalidade, pode-se argumentar que houve um retrocesso histórico quando se comparam os princípios defendidos nos PCN com as abordagens adotadas pela BNCC.

Hoje a BNCC é o principal documento normativo que orienta o ensino nos anos finais do E.F. Porém, entendemos ser importante resgatar aqui, orientações sobre o trabalho com o conceito de Proporcionalidade elaborados nos antigos PCN (Brasil, 1998, p. 65), por apresentarem esse objeto de estudo com mais especificidade, como podemos ver nos objetivos do ensino:

O ensino da matemática deve visar o desenvolvimento: Do raciocínio que envolva a Proporcionalidade, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a observar a variação entre grandezas, estabelecendo relação entre elas e construir estratégias de solução para resolver situações que envolvam Proporcionalidade.

Os PCN (Brasil, 1998, p. 82) também apontavam entre esses objetivos o

[...]do raciocínio proporcional, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a resolver situações-problema que envolvam a variação de grandezas direta ou inversamente proporcionais, utilizando estratégias não-convencionais e convencionais, como as regras de três.

Os PCN reforçavam a forma de tratamento, de abordagem, sugerida em seus objetivos, em diferentes momentos, como por exemplo (Brasil, 1988):

Reconhecimento de números racionais em diferentes contextos cotidianos e históricos e exploração de situações-problema em que indicam relação parte/todo, quociente, razão ou funcionam como operador (terceiro ciclo, p. 71).

Resolução de situações-problema que envolvam a ideia de Proporcionalidade, incluindo o cálculo com porcentagens, pelo uso de estratégias não-convencionais. (terceiro ciclo, p 72).
Compreensão da noção de variável pela interdependência da variação de grandeza (terceiro ciclo, p.72).

Do raciocínio proporcional, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: *representar em um sistema de coordenadas cartesianas a variação de grandezas, analisando e caracterizando o comportamento dessa variação em diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não proporcional; *resolver situações-problema que envolvam a variação de grandezas direta ou inversamente proporcionais, utilizando estratégias não-convencionais e convencionais, como as regras de três (quarto ciclo, p. 82).

[...] Para a compreensão da Proporcionalidade é preciso também explorar situações em que as relações não sejam proporcionais – Os contraexemplos (quarto ciclo, p. 84).

Identificação da natureza da variação de duas grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não-proporcionais (afim ou quadrática), expressando a relação existente por meio de uma sentença algébrica e representando-a no plano cartesiano (quarto ciclo, p. 87).

Resolução de problemas que envolvam grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais com estratégias variadas, incluindo regra de três (quarto ciclo, p. 87).

Divisão de segmentos em partes proporcionais e construção de retas paralelas e retas perpendiculares com régua e compasso (quarto ciclo, p. 88).

A análise dos objetivos nos permitiu compreender que o objeto matemático Proporcionalidade alimenta a resolução de uma diversidade de situações que se baseiam essencialmente em: interpretar, descobrir, identificar e aplicar nas atividades as estratégias convencionais e não-convencionais de cálculo de grandezas quando essas forem proporcionais. Muitas vezes os currículos não abrem espaço para abordagens que envolvam a observação, as conjecturas e a verificação, que se sustentam por uma abordagem pedagógica que considere a forma de organização do ensino, segundo os pressupostos da Teoria Desenvolvimental.

O Currículo Referência de Minas Gerais – Infantil e Fundamental (Minas Gerais, 2018, p. 412) trata as competências do componente curricular Matemática em consonância com a BNCC e define “O conceito de competências consiste na mobilização de conhecimentos, seja de conteúdos, de procedimentos ou de habilidades, sejam elas práticas, cognitivas, socioemocionais, de atitudes ou valores para resolver questões cotidianas mais complexas ou menos complexas.”

Assim como a BNCC, o Currículo Referência de Minas Gerais direciona suas instruções para o desenvolvimento de competências e habilidades, sendo as habilidades, componentes das competências. Nessa ótica, a educação conduz à *mobilização* de conhecimentos e conteúdos para resolução de problemas. A própria palavra *mobilização* traduz a ênfase no saber fazer, ficando a aprendizagem dos conceitos em segundo plano.

Revela-se aqui, uma crítica importante ao enfoque que prioriza o "saber fazer" em detrimento da compreensão conceitual. Segundo os proponentes da Teoria Histórico-Cultural, a aprendizagem é um processo mediado socialmente, que envolve não apenas a prática, mas também a construção de significados e a apropriação de conceitos.

Quando a mobilização se concentra unicamente nas ações práticas, corre-se o risco de reduzir o aprendizado a uma mera execução de tarefas, sem a devida compreensão dos fundamentos teóricos que sustentam essas ações. Essa abordagem superficial pode levar os alunos a uma aprendizagem fragmentada, onde os conceitos permanecem abstratos e desconectados das suas experiências e vivências.

Sobre o trabalho com a Álgebra, o Currículo Referência de Minas Gerais-CRMG (Minas Gerais, 2018, p. 420) reafirma o exposto na BNCC e ainda complementa que essa unidade temática

[...]tem como finalidade o desenvolvimento do pensamento algébrico, que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Deve-se enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas.

Fundamentado na BNCC e nas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs), o CRMG apresenta os princípios orientadores para as escolas de Minas Gerais “capaz de promover as competências indispensáveis ao enfrentamento dos desafios sociais, culturais e profissionais do mundo contemporâneo” (Minas Gerais, 2018, p. 414). Para isso o documento orienta que o Projeto Político Pedagógico (PPP) contemple, sempre que possível, os conhecimentos matemáticos associando-os às especificidades regionais e ao cotidiano dos alunos a fim de tornar o aprendizado significativo.

Tendo em vista que o contexto social e cultural é fundamental para o aprendizado, tal orientação é pertinente e importante para a construção do PPP nas unidades escolares. Porém, aqui ainda temos um apontamento acerca da abordagem do objeto de ensino, não se faz referência ao processo de formação de conceitos, o que implica considerar o movimento lógico e histórico, como forma significativa de apropriação do conhecimento.

Sobre as práticas de ensino voltadas ao componente curricular de Matemática, enfatiza-se “a utilização de atividades investigativas, o trabalho colaborativo e o estudo sistemático a cada etapa de ensino” (Minas Gerais, 2018, p. 415). O ensino da matemática é concebido nesse documento como maneira de desenvolver habilidades necessárias à resolução de problemas. Nele, temos a definição de situações-problema tidas como “aquelas que envolvem o processo de tradução do enunciado, seja contextualizado ou não, em linguagem matemática e a tomada de decisão sobre quais ferramentas matemáticas serão usadas em sua resolução.” (Minas Gerais, 2018, p. 415)

Os problemas, nessa abordagem, têm grande relevância para o o estudo-aprendizagem da Matemática, como podemos ver no trecho a seguir:

Os problemas são aqueles que levam a uma compreensão do que realmente é Matemática, pois se passam em um ambiente onde coexistem os modos de pensamento formal e intuitivo, bem como as linguagens formal e verbal. Eles estimulam o trabalho em grupo, a crítica aos modelos adotados e estimulam o confronto dos resultados obtidos com o enunciado original do problema. Assim, a solução de uma ampla variedade de problemas

desenvolve a competência de abstração do estudante, bem como a habilidade de atribuir significado aos conceitos abstratos estudados (Minas Gerais, 2018, p. 417).

O CRMG propõe o desenvolvimento de habilidades para a resolução de problemas envolvendo estratégias como

- Usar figuras, diagramas e gráficos, tanto de forma analítica quanto intuitiva.
- Expressar oralmente ou por escrito, com suas próprias palavras, propriedades matemáticas, atribuindo significado aos conceitos abstratos e formulando por meio do uso da linguagem simbólica questões expressas verbalmente.
- Perceber padrões e regularidades em situações aparentemente diversas.
- Estudar casos especiais mais simples para usá-los na elaboração de estratégias de resolução de casos mais complexos ou gerais.
- Fazer uso do método de tentativa e erro, elaborando novas estratégias de solução a partir da análise crítica dos erros.
- Usar a simbologia matemática (sentenças) com variáveis e equações. Usar a analogia como ferramenta de trabalho, recorrendo a métodos já utilizados, adaptando-os para a resolução de novos problemas.
- Trabalhar de trás para diante, supondo conhecida a solução de um problema e deduzir suas propriedades para obter um caminho para encontrá-la.
- Compartilhar e discutir observações e estratégias de outros estudantes, adquirindo, assim, experiência e novas perspectivas (“insights”) para abordar um problema (Minas Gerais, 2018, p. 415).

Nessas estratégias temos orientações pedagógicas que norteiam o trabalho docente baseadas nas concepções que alicerçam esse documento, que podem ser incorporadas às práticas pedagógicas dos professores, mas com a clareza de que a formação do conceito, nas suas múltiplas relações, é condição para que essas estratégias tenham sucesso. Temos também esclarecimentos acerca da autonomia do aluno.

A proposta é estimular a aprendizagem, a autonomia intelectual dos estudantes por meio de atividades planejadas pelo professor para promover o uso de diversas habilidades de pensamento como interpretar, analisar, sintetizar, classificar, relacionar e comparar, trazendo para a aula questões práticas de vivências para serem analisadas à luz da teoria, dando significado ao conhecimento acadêmico. Todo esse processo deve se dar através de uma aprendizagem ativa, onde compreende-se que o estudante não é um mero “recebedor” de informações, por isso deve ser engajado, de maneira participativa, na aquisição do conhecimento (Minas Gerais, 2018, p. 417).

Compreendemos que essa abordagem visa promover a aprendizagem ativa e a autonomia intelectual dos estudantes. O professor planeja situações para estimular o uso de diversas habilidades de pensamento, como interpretação, análise, síntese, classificação, relação e comparação. O objetivo é trazer questões práticas do cotidiano para a sala de aula, permitindo que os alunos as analisem à luz do conhecimento teórico, conferindo significado ao conhecimento acadêmico.

Um dos objetivos do ensino de Álgebra no ensino dos anos finais do E.F., apresentado no CRMG (Minas Gerais, 2018, p. 420), é promover o desenvolvimento do pensamento algébrico, de modo que

Nessa fase, os estudantes devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário que os estudantes estabeleçam relações entre variável e função e entre incógnita e equação.

Essa habilidade é crucial para a utilização de modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas entre grandezas, assim como em situações e estruturas matemáticas que fazem uso de letras e outros símbolos.

O CRMG concebe que o trabalho com pensamento algébrico deve estar na construção de uma linguagem específica, na formulação de generalizações, na análise da interdependência de grandezas e na resolução de problemas. Ao enfatizar esses aspectos, busca-se capacitar os alunos a abordarem de forma mais eficiente e abrangente a aplicação da Álgebra em diversas situações, fortalecendo suas habilidades analíticas e a compreensão mais ampla do raciocínio algébrico. Para isso, a formação dos professores tem papel fundamental.

Para os anos finais do E. F., esse currículo aponta que

[...]os estudantes devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário que os estudantes estabeleçam relações entre variável e função e entre incógnita e equação.

Para o 7º ano do E.F., *locus* desta pesquisa, os objetos do conhecimento da unidade temática - Álgebra, tanto na BNCC (Brasil, 2018, p. 306-307) quanto no CRMG (Minas Gerais, 2018, p. 456-457), ficam assim discriminados:

Linguagem algébrica: variável e incógnita.
 Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica.
 Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.
 Equações polinomiais do 1º grau.

O objeto *Proporcionalidade* aparece mais detalhado no Plano de Curso do Estado de Minas Gerais, que, no ano de 2023, foi encaminhado pela Secretaria de Educação às unidades escolares estaduais, no qual encontram-se os conteúdos relacionados apresentados no Quadro 2.

Quadro 2 - Plano de Curso do Estado de Minas Gerais - Objeto Proporcionalidade -2023

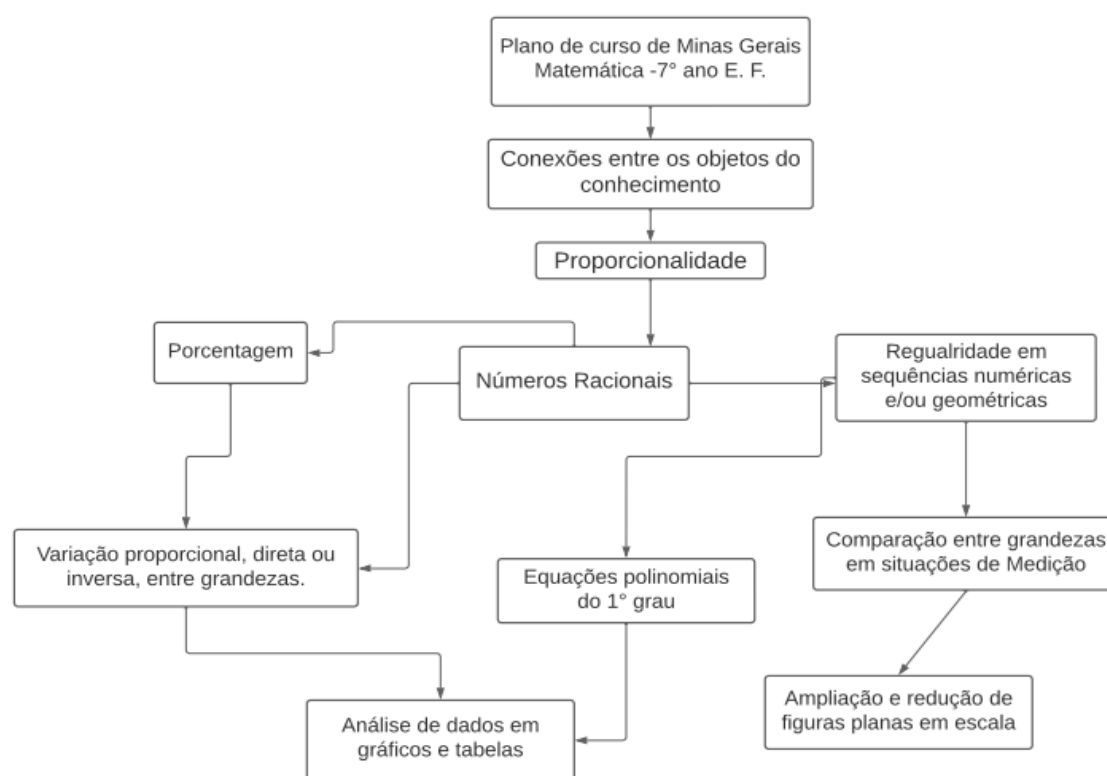
Conteúdos relacionados	Orientações pedagógicas
- Proporcionalidade	Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos,
- Razão	
- Proporção	
- Propriedade fundamental das proporções	
-Sequências de números diretamente	

proporcionais	incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na linguagem materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
- Sequências de números inversamente proporcionais	
- Grandezas e Proporcionalidade	
- Grandezas diretamente proporcionais	
- Grandezas inversamente proporcionais	
- Regra de três simples	

Fonte: Minas Gerais (2023, p. 456).

Compreende-se que o professor é livre para estabelecer as relações que julgar necessárias, entre os objetos do conhecimento das diversas Unidades temáticas, como podemos ver em alguns exemplos expostos na Figura 12. Porém, vê-se considerável destaque ao uso da linguagem, simbolismo e representações abstratas que, inicialmente, não tratam das relações internas de interdependência e fluência do conceito. Há uma preocupação em ocupar-se das relações externas, como: representações, classificações, nomenclaturas e métodos, bem como a aplicação desses na resolução e validação da resolução de problemas.

Figura 12 - Tópicos de conexão para ensino de Proporcionalidade no 7º ano do E.F.



Fonte: Elaborada pela autora (2024)

Para análise das abordagens sobre a Proporcionalidade, propostas em livros didáticos, em matemática do 7º ano do E.F., escolhemos 4 títulos adotados na Rede Estadual de Ensino de Uberaba. A escolha se deu pela utilização desses livros pelos professores que contribuíram com

essa pesquisa por meio de entrevistas. Sendo assim, a análise se deu a partir dos seguintes livros didáticos, relacionados no Quadro 3.

Quadro 3: Dados dos livros didáticos de Matemática analisados

Título	Autor	Editora	Ano	Ano publicação
Praticando Matemática	Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos	Brasil	7°	2018
Teláris Matemática	Luiz Roberto Dante e Fernando Viana	Ática	7°	2018
A Conquista da Matemática	José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci	FTD	7°	2018
Matemática	Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis	Moderna Ltda	7°	2017

Fonte: Síntese elaborada pela pesquisadora (2024)

As edições dos livros são anteriores à BNCC, pois estão disponíveis nas bibliotecas das escolas que participaram da pesquisa para consulta e ficam à disposição dos alunos. Já as edições posteriores à BNCC são disponibilizadas aos alunos como empréstimo, permitindo que os levem para casa e os utilizem ao longo do ano escolar. Embora sejam de edições diferentes, os livros analisados e as edições mais recentes (pós-BNCC) não apresentam diferenças significativas em suas abordagens sobre o nosso objeto de estudo.

Para análise do material proposto, orientamo-nos pelas seguintes questões:

- Como se dá a abordagem do conteúdo de Proporcionalidade?
- Existe a presença de um contexto histórico? Como?
- Como o estudante é levado a construir o conceito de Proporcionalidade?
- Há associação da Aritmética com a Álgebra (nexos conceituais)?
- Com relação aos exercícios propostos, quais são as características mais presentes?

Assim apresentamos (Quadro 4) uma síntese da análise dos livros didáticos referente à abordagem do conceito de Proporcionalidade.

Quadro 4: Unidade de análise nos livros didáticos selecionados - O conceito de Proporcionalidade

Título Autores	Estrutura Organizacional do Conteúdo	Abordagem do Conteúdo	Nexos conceituais
Praticando Matemática Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos	Unidade 4 - Proporcionalidade - O que é grandeza? - Escalas, plantas e mapas - Aplicações das razões - Grandezas diretamente proporcionais - Grandezas inversamente proporcionais	<p>- A obra define o que é grandeza e parte daí para a conceituação de razão como comparação entre grandezas e sua representação por um quociente.</p> <p>- Segue sua proposta definindo proporções como sendo a igualdade entre razões. E apresenta, por meio de exemplos, a “multiplicação em cruz” como sendo o processo de resolução para as atividades propostas.</p> <p>- Utilizam-se os conceitos trabalhados em exemplos, envolvendo escalas e mapas, densidade demográfica e velocidade média.</p> <p>- As atividades e problemas priorizam abordar variadas situações em que se aplica o conceito de razão e proporção.</p> <p>- O estudo de grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais é explorado pela análise do comportamento entre as grandezas em forma de tabela e pelo uso da regra de três.</p> <p>- Observa-se que na unidade seguinte, razões e porcentagens, sua representação e cálculo são abordadas pelo processo de frações equivalentes, simplificação de frações ou quociente. Não detectamos relação com as ideias de Proporcionalidade vistas anteriormente.</p> <p>- Mesmo utilizando o conceito de razão, as unidades apresentam abordagens fragmentadas.</p> <p>- Não identificamos abordagem histórica envolvendo o conteúdo analisado.</p>	<p>- Os autores conceituam grandeza, mas não identificamos proposta para exploração e apropriação especificamente desse nexos conceitual. Apenas apresentam a ideia de que grandeza é tudo aquilo que pode ser medido ou contado.</p> <p>- Observamos que a variação e a interdependência foram utilizadas principalmente no campo dos números naturais, buscando estabelecer relações (causa e consequência) entre as mudanças de quantidades em determinados fenômenos. A ideia de variação decorre principalmente do uso de tabelas nessa obra.</p> <p>- Não identificamos nessa unidade o estudo dos movimentos dos campos numéricos para controle das quantidades.</p> <p>- Constatamos a ausência da fluência. Sendo esse um nexos relacionado ao movimento natural, a constante transformação, de um fenômeno que pode ser pensado de modo isolado ou relacional.</p>
Teláris Matemática	Capítulo 7 – Proporcionalidade	- O capítulo inicia definindo razão como quociente entre dois números racionais com divisor diferente de zero.	- Constata-se que grandeza é um conceito já tido como pronto, pois o termo foi utilizado para definição de razão e proporção sem ter

<p>Luiz Roberto Dante e Fernando Viana</p>	<ul style="list-style-type: none"> - As ideias de Proporcionalidade e de razão - Porcentagem como razão - Proporções - A ideia de proporção - Propriedade fundamental das proporções - Proporcionalidade entre grandezas - Coeficiente de Proporcionalidade - Regra de 3 simples - Outras atividades e problemas que envolvam Proporcionalidade 	<ul style="list-style-type: none"> - Propõe atividades para aplicação da razão em situações envolvendo medidas de comprimento, tempo, área, escala e porcentagem. - Em seguida define proporção como a igualdade entre duas razões. E apresenta a propriedade fundamental das proporções, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos. Prosseguindo com atividades de treino não contextualizadas com foco na aplicação da propriedade fundamental. - Dá-se então, início ao estudo de situações em que há Proporcionalidade direta e inversa entre grandezas e situações de não Proporcionalidade. - É definida a razão de Proporcionalidade como coeficiente de Proporcionalidade. - O capítulo finaliza com apresentação da regra de três, seguida de uma variedade de situações-problema para aplicação dos conceitos estudados. - Observa-se pontualmente exemplos históricos como o uso da proporção na arte na antiguidade e Renascimento. - Há também uma breve abordagem sobre o uso da razão na representação da velocidade média e densidade demográfica como exigência da habilidade EF07MA17 da BNCC. 	<p>sido explorado nesse capítulo.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Há variação e interdependência na relação entre números naturais. Mas são utilizadas com foco no cálculo do valor desconhecido. Entendemos que nessa abordagem a apropriação do nexos da variação encontra-se mais restrito pela ênfase na aplicação de técnicas operatórias para determinação do valor de uma incógnita. - Não identificamos nesse capítulo o estudo dos movimentos dos campos numéricos para controle das quantidades. - Constatamos a ausência da <i>fluência</i> como movimento natural fenomenológico.
<p>A Conquista da Matemática</p> <p>José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci</p>	<p>Unidade 7 – Grandezas proporcionais</p> <ul style="list-style-type: none"> - Razão <li style="padding-left: 20px;">Razões escritas na forma decimal <li style="padding-left: 20px;">Razões escritas na forma percentual 	<ul style="list-style-type: none"> - A Unidade inicia com a definição de razão como sendo o quociente entre o antecedente e o conseqüente, com o conseqüente diferente de zero. Utiliza-se de exemplos e situações-problema contextualizadas. - Aborda as razões escritas na forma fracionária, decimal e percentual, buscando estabelecer relações entre essas representações. - Conceitua a proporção como igualdade entre razões. Explora a variação numérica e a interdependência por meio 	<ul style="list-style-type: none"> - Há ausência da exploração do nexos grandeza. O termo é usado para definir razão, mas não vimos propostas voltadas à sua apropriação. - O nexos interdependência é mais evidente nas atividades propostas. Representado pela igualdade, ele é a base para formalização dos processos operatórias. A variação tem menos destaque e é pouco investigada nos problemas apresentados. O intuito mais aparente é o de determinar o valor de uma incógnita.

	<p>-Proporção</p> <p>Propriedade fundamental das proporções</p> <p>Números diretamente proporcionais</p> <p>Números inversamente proporcionais</p> <p>Grandezas diretamente proporcionais</p> <p>Grandezas inversamente proporcionais</p> <p>- Regra de três</p> <p>Regra de três simples</p> <p>Regra de três composta</p>	<p>de tabelas.</p> <p>- Apresenta a propriedade fundamental das proporções como o produto dos meios igual ao produto dos extremos, seguida de atividades de treino dessa propriedade, nas quais prioriza-se o cálculo de uma incógnita.</p> <p>- Apresenta exemplos de situações em que os números são direta e inversamente proporcionais. Além do cálculo da divisão em partes proporcionais e da divisão em partes inversamente proporcionais. E situações-problema para treino das ideias apresentadas.</p> <p>- Passa então a explorar exemplos de grandezas diretamente e inversamente proporcionais. O termo grandeza substitui o termo número utilizado anteriormente, mas o conceito de grandeza não foi explorado na unidade analisada.</p> <p>- A unidade finaliza com exemplos e instruções para aplicação da regra de três simples e composta, intercalados por situações-problema para aplicação das ideias apresentadas.</p> <p>- Não identificamos abordagens históricas dos conceitos trabalhados.</p>	<p>- Não identificamos nesse capítulo o estudo dos movimentos dos campos numéricos para controle das quantidades.</p> <p>- Não encontramos referência ao nexos fluência.</p>
<p>Matemática</p> <p>Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis</p>	<p>Capítulo 7 – Proporcionalidade</p> <p>- Grandezas diretamente proporcionais</p> <p>- Mais Proporcionalidade direta</p> <p>- A linguagem da Proporcionalidade</p> <p>- Tratamento da informação: aplicando a</p>	<p>- O capítulo inicia com apresentação de exemplos de situações-problema de grandezas diretamente proporcionais seguida de atividades para investigação do comportamento de grandezas por meio de tabelas.</p> <p>- Em seguida apresentam-se os termos que envolvem a igualdade de razões, bem como a propriedade fundamental das proporções.</p> <p>- Aplica-se então, a “regra de três” a situações de escala, porcentagens, e relaciona dados estatísticos apresentados em frequência absoluta e frequência relativa.</p> <p>- Por fim, o capítulo traz exemplos e atividades que abordam as grandezas inversamente proporcionais com uso da regra de</p>	<p>- Identificamos que o nexos grandeza não foi estudado nesse capítulo.</p> <p>- Apresenta-se a interdependência na representação do sinal de igualdade. E a variação é analisada para a determinação do valor desconhecido, seja por meio de tabelas ou pela utilização de técnicas operatórias.</p> <p>- Não identificamos nesse capítulo o estudo dos movimentos dos campos numéricos para controle das quantidades.</p> <p>- Não encontramos referência ao nexos fluência,</p>

	ideia de Proporcionalidade: Escalas Gráfico de setores Pesquisas estatísticas - Grandezas inversamente proporcionais	três. -Não identificamos o uso da História da Matemática no capítulo analisado.	mesmo que não explicitamente.
--	--	---	-------------------------------

Fonte: Sistematização feita pela autora (2023).

Pelo Quadro 4, observa-se, em todas as obras, que há ausência do nexos “movimentos dos campos numéricos para controle das quantidades” dentro dos capítulos ou unidades dirigidas ao estudo de Proporcionalidade. Essas obras exploram o nexos variação e interdependência para a investigação dos fenômenos estudados, para a formalização das ideias que levam à definição das técnicas operatórias e para resolução de problemas. Nas abordagens (exemplos e exercícios), há ausência de referência ao nexos variação e interdependência, ou seja, eles não aparecem revelados, ou ainda, evidenciados para serem examinados, esmiuçados ou investigados a fim de sua apropriação. Tais nexos são utilizados de forma intuitiva, de maneira inconsciente ou instintiva. *A priori* são nexos que surgem, de modo espontâneo, como segundo plano na resolução dos enunciados, pois o objetivo final que prevalece é o cálculo do valor de incógnitas.

A variação e a interdependência aparecem como ideias que evoluem para regras e fórmulas prontas de cálculos automáticos de resolução das diversas situações hipotéticas apresentadas.

Apenas na obra - Praticando Matemática- encontramos uma abordagem acerca do nexos grandeza, com foco em sua definição. Embora o termo grandeza apareça nas obras analisadas, há carência de elementos que apoiem sua apropriação. O termo grandeza aparece principalmente no registro da definição de razão e proporção e nos enunciados, nomeando as medidas utilizadas nas situações-problema propostas. As grandezas aparecem como valores absolutos, prontos e determinados, o que pode limitar o entendimento de que esses números resultam da avaliação de uma grandeza física, obtida pelo ato da comparação com sua unidade ou com outro elemento referenciado.

Ao analisar a proposta de ensino de proporcionalidade nos livros didáticos de matemática, observa-se que muitos autores adotam abordagens práticas e convencionais, com ênfase no uso de técnicas como a regra de três para a resolução de problemas. Essa metodologia, muitas vezes, privilegia a aplicação de fórmulas e procedimentos, e nem sempre é dado o devido destaque à compreensão dos nexos internos que sustentam o raciocínio proporcional, como a interdependência entre grandezas e a natureza lógica e conceitual da proporcionalidade, ainda que reconheçamos que há várias perspectivas teóricas e didáticas dos conteúdos escolares.

É importante ressaltar que talvez essa ausência de uma abordagem mais conceitual seja intencional por parte dos autores. Em muitos casos, os livros didáticos são planejados para atender a objetivos curriculares específicos e às demandas dos conteúdos exigidos nos documentos norteadores dos currículos, o que pode levar a um foco maior na aplicação prática do que em discussões teóricas aprofundadas. Assim, a limitação no tratamento dos nexos não necessariamente reflete uma falta de compreensão dos autores, mas pode ser fruto de escolhas pedagógicas destinadas a uma abordagem funcional, prática, o que pode resultar em uma aplicação mecânica dos conceitos, limitando a construção de um entendimento mais profundo da proporcionalidade.

Portanto, é fundamental que os professores, ao utilizarem esses materiais, complementem o ensino com discussões que explorem os nexos conceituais da proporcionalidade, a fim de proporcionar uma compreensão mais rica e integrada do conceito.

Observamos que o nexo fluência não aparece manifesto no material estudado. Os fenômenos (sendo hipotéticos ou como aproximações do mundo real) utilizados nesses livros carregam em comum e em sua essência, uma constante, que é a característica de fluir. Assim como Caraça (1998) manifesta que o mundo está em permanente movimento, entendemos que a fluência é uma lei natural que permite ao aprendiz compreender que o mundo e as coisas estão em constante mudança, em constante transformação e que esse é um aspecto importante para que o aluno aprenda Proporcionalidade.

Embasado em Caraça (1998), a fluência é uma lei natural importante para o entendimento das ideias matemáticas, podendo contribuir para o rompimento com a percepção de um conhecimento estático, pronto e acabado para ser herdado e reproduzido pelas novas gerações. Como afirma Caraça (1998, p. 104),

Este princípio do permanente rejuvenescimento tem preocupado os pensadores de todos os tempos e provocado as atitudes mais contraditórias. Uns, aceitando-o como um real, uma característica fundamental da Natureza, fazem dele a base de partida do seu esforço na compreensão do real. Outros, aterrorizados pelo sentimento de instabilidade que ele

provoca, instabilidade que nada poupa, do mundo físico ao mundo social, reagem, procurando substituir o mundo real do devir, por um mundo artificial da permanência.

Em relação aos fatos históricos, identificamos que esses são explorados como ilustrações dos conceitos estudados. Não encontramos referências à História da Matemática, nas obras analisadas, evidenciadas como parte integrante do desenvolvimento do raciocínio proporcional nem como estratégia didática para organização do conteúdo.

Sobre os procedimentos utilizados, em sua maioria, aparecem exercícios para o cálculo do valor desconhecido com a aplicação da “regra de três” em situações-problema que abordam a relação direta ou inversa entre grandezas. A organização dos dados em forma de igualdade de razões, passagem da linguagem discursiva para linguagem simbólica e o uso de equações de 1º grau para determinação do valor de incógnitas. Exercícios e problemas conduzem à utilização e sistematização dos procedimentos de cálculo apresentados.

Observa-se que os capítulos que tratam da Proporcionalidade iniciam seu estudo pela definição de razão, denominando seus termos por antecedente e conseqüente respectivamente e apoiando-se em situações-problema fictícias que buscam explorar variados contextos. Como exemplo, encontramos a aplicação de razões em problemas que envolvem porcentagens, medidas de áreas e comprimentos de figuras planas, escala, ampliação e/ou redução de imagens, ente outros. Em praticamente todas as obras analisadas verifica-se a seguinte definição, ou algo que se lhe assemelhe:

Sendo **a** e **b** dois números racionais, com **b** \neq **0**, denomina-se razão entre **a** e **b** ou razão de **a** para **b** o quociente **a/b** ou ainda **a:b**.

Em apenas uma obra, a abordagem foi diferenciada, pois o capítulo se inicia pelo entendimento do que são grandezas e evolui para o estudo de razão. Sendo então apresentada como: a relação que se estabelece entre grandezas. Chama-nos a atenção que, em tal obra, a definição não foi apresentada, assim o entendimento se dá apenas pelos exemplos e atividades que contemplam a ideia de razão em situações do cotidiano, como: fazer uma mistura diluindo suco concentrado em água seguindo as instruções do rótulo. A obra ainda explora valores monetários, medidas de tempo, medidas de capacidade, áreas, entre outros, a fim de explorar o raciocínio desejado.

Embora apresentem abordagens distintas, todas as obras evoluem naturalmente do conceito de razão para o conceito de proporção. O qual é unanimemente apresentado pela seguinte definição, ou algo que se lhe assemelhe:

Proporção é a igualdade de duas razões.

Seguida pela apresentação da propriedade fundamental das proporções, tal definição e propriedade são o ponto de partida para a construção da regra de três simples. Com essas bases prontas, os autores desses livros didáticos, passam então a explorar situações-problema diversas, a fim de examinar contextos de grandezas diretamente ou inversamente proporcionais. Em uma das obras analisadas identificou-se uma sessão direcionada ao estudo de situações não-proporcionais, como um contraponto para o entendimento desse conceito. Essa é uma abordagem interessante, pois observamos uma tendência de os alunos quererem resolver qualquer situação, usando regra de três.

Nota-se uma variedade de situações que exploram a Proporcionalidade na forma de tabela, utilizada como auxílio na organização das grandezas propostas, ou ainda como ferramenta facilitadora da interpretação do comportamento das grandezas.

Eventualmente identificou-se o uso de gráficos lineares para o estudo das grandezas envolvidas nos problemas. A razão de Proporcionalidade, coeficiente de Proporcionalidade ou ainda fator de Proporcionalidade, foi, esporadicamente, encontrada nos livros.

A menor parte das obras abordam situações que envolvam o método de resolução por regra de três composta. Esse “aprofundamento” não é orientado às turmas de 7º ano do E.F., segundo averiguação nos documentos normativos.

5. SENTIDOS E SIGNIFICAÇÕES DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA REDE PÚBLICA ESTADUAL DE UBERABA

A última etapa desse estudo se deu por meio de uma entrevista semiestruturada. Assim, nesta seção, apresentamos os resultados dessas entrevistas, de acordo com a metodologia dos Núcleos de Significação, que indica “um movimento analítico-interpretativo, considerando tanto as significações dos sujeitos quanto dos pesquisadores” (Rodrigues, 2024)¹³. Inicialmente, descrevemos o perfil dos participantes, em seguida a análise dos dados produzidos, num movimento de ascensão do empírico ao abstrato, e, desse ao empírico, novamente, buscando apreender os Núcleos de Significação. A exposição será feita por Núcleos, constituídos a partir dos indicadores e dos pré-indicadores.

Sobre a entrevista, nós a consideramos uma técnica adequada para produção de material empírico por ser amplamente utilizada em pesquisa de campo, especificamente em pesquisa qualitativa e por considerar a subjetividade dos sujeitos. Essa técnica revelou mais informações acerca do ensino de Proporcionalidade e Álgebra a partir das falas de professores atuantes no ensino de Matemática no 7º ano do E.F. da Rede Estadual de Uberaba. Ela combina elementos de estruturação e flexibilidade, permitindo ao pesquisador obter informações detalhadas e contextuais dos participantes.

Para determinar os pré-indicadores, foi necessário seguir uma abordagem sistemática que permitiu a identificação de elementos centrais nas narrativas analisadas, destacando aspectos que revelam o sentido das falas dos participantes em relação ao objeto de estudo. Assim, inicialmente, realizamos uma leitura cuidadosa e atenta de todo o material produzido a partir das entrevistas. O objetivo dessa etapa foi absorver o conteúdo de forma global, sem buscar ainda categorizações específicas, para termos uma visão geral dos dados e suas nuances.

Após a leitura, começaram a emergir temas, ideias e padrões recorrentes que estão intimamente relacionados ao foco da pesquisa. Esses temas representaram as áreas de maior concentração de sentido nos discursos.

Com os temas identificados, selecionamos trechos dos dados que ilustram claramente essas ideias centrais. Esses trechos, os pré-indicadores, são expressões diretas ou indiretas dos significados que os participantes atribuíram às questões em estudo. Esses elementos ou características observáveis emergiram das palavras e expressões recorrentes, das atitudes descritas

¹³ Contribuição da Prof^a Dr^a Adriana Rodrigues na banca de defesa da dissertação.

pelos participantes, das emoções e opiniões, das dificuldades e facilidades relatadas e das concepções e crenças explicitadas nas entrevistas.

Uma vez que os pré-indicadores foram identificados, revisamos à luz das entrevistas para garantir que fossem coerentes com as falas dos participantes. Esta etapa envolveu discussão entre as pesquisadoras e a revisitação à leitura dos dados para afinar a precisão dos pré-indicadores.

As unidades significativas foram agrupadas em indicadores e organizadas em tabelas de acordo com suas similaridades e sentidos. Foram utilizadas cores para diferenciar as expressões utilizadas pelos diferentes entrevistados. Cada grupo de temas formou um Núcleo de Significação, que corresponde a uma categoria interpretativa que ajudou a entender o fenômeno estudado.

5.1 A seleção das escolas e dos participantes

Os professores foram convidados em escolas estaduais de Uberaba que possuem turmas de 7º ano. Após a aprovação pelo Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade de Uberaba¹⁴(UNIUBE) e com autorização prévia da Secretaria Estadual de Educação, a pesquisadora fez contato com os(as) diretores(as) em visita às escolas, que foram selecionadas por sorteio, apresentando-lhes a carta de solicitação de autorização para realização de pesquisa (Apêndice II). Após a ciência dos(as) diretores (as) sobre o projeto de pesquisa, em um segundo momento, e já em contato com os professores de Matemática do 7º ano, foram dadas as explicações sobre os objetivos e procedimentos da pesquisa. Aqueles que concordaram em participar assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, mantendo uma via em seu poder. Deu-se então início à entrevista semiestruturada cujo roteiro pode ser visto no Apêndice III.

Todos os participantes, tiveram a possibilidade de escolha da realização da entrevista na modalidade presencial ou *on-line*, porém optaram por realizá-la presencialmente, em espaço reservado, dentro da instituição em que lecionam de acordo com a disponibilidade de horário de cada professor. Foram convidados professores de Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental de 13 escolas públicas estaduais (Apêndice I), que correspondem a cerca de 30% do total de escolas da zona urbana da cidade de Uberaba – MG, selecionadas aleatoriamente por sorteio dentre as 41 escolas da Rede.

Tais escolas caracterizam-se por apresentar longo e duradouro histórico na cidade e por atender a alunos de diferentes regiões, pois localizam-se em bairros mais centrais e antigos de

¹⁴ CAEE 74766123.2.0000.5145

Uberaba. Assim, os alunos deslocam-se, em sua maioria, de ônibus, van, bicicleta ou veículo familiar para estudar. Possivelmente, isso se deve, também, ao fato de que alguns dos bairros mais novos e periféricos da cidade ainda não contam com unidades de escolas estaduais em sua região.

Como critérios de inclusão dos professores convidados para realização da entrevista, consideramos que: o docente deve estar atuando como professor(a) de matemática no 7º ano do Ensino Fundamental em escolas da rede estadual de ensino na cidade de Uberaba/MG selecionadas para o estudo, no período da pesquisa e aceitar participar, assinando o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) (ver Apêndice IX).

Como critérios de exclusão, não puderam participar pessoas que estavam afastadas de suas funções no período da pesquisa, professores de Matemática que não atuam nas escolas selecionadas e aqueles que não aceitaram participar.

Dentre os benefícios da pesquisa para o participante, o estudo buscou oportunizar, no diálogo com o pesquisador, a possibilidade de uma reflexão sobre a sua prática pedagógica no que se refere ao ensino da Álgebra, ao ensino da Matemática e mais especificamente ao ensino de Proporcionalidade. Para área da educação matemática, consideramos benéfico retratar pontos importantes referentes ao ensino de Álgebra, contribuindo para que ele se desenvolva sobre práticas pedagógicas que conduzam ao desenvolvimento de conceitos fundamentais da matemática e o desenvolvimento do aluno.

Iniciamos com um conjunto de perguntas abertas e pré-determinadas, chamado de "roteiro de entrevista", que serviram como guia para o diálogo. Essas perguntas foram projetadas para explorar os principais tópicos de interesse da pesquisa. No entanto, ao contrário de uma entrevista totalmente estruturada, tivemos a flexibilidade de adaptar as perguntas e seguir novas linhas de investigação com base nas respostas e no contexto da entrevista.

Assim exploramos em profundidade as respostas dos participantes. As perguntas adaptadas a partir do roteiro serviram para esclarecer, aprofundar ou ampliar as respostas dos entrevistados, o que permitiu uma compreensão mais rica e o alcance de nuances do tópico em questão. Essa escolha se deveu ao fato de a entrevista semiestruturada ser adequada para pesquisas de campo, onde a compreensão do contexto é fundamental.

Ao todo, contribuíram com a pesquisa, 11 professores, lotados em 12 escolas diferentes da rede Estadual de Ensino Fundamental de Uberaba. A autorização para entrevista foi negada em uma escola sob a justificativa de que os professores não tinham horário vago disponível e que esses não se dispunham a participar fora do horário trabalho devido à sobrecarga no número de aulas. Um

professor participante lecionava em duas das escolas selecionadas, desse modo, contribuiu apenas uma vez.

Entendemos que era importante ter esse diálogo com os professores atuantes no ensino de matemática do 7º ano do E. F., não somente por vivenciarem o ensino de Proporcionalidade e Álgebra, mas também, porque, para o entendimento desse objeto de estudo, faz-se necessária a compreensão do sujeito em sua singularidade, bem os significados e os sentidos atribuídos por ele em sua atividade de ensino.

Segundo Aguiar e Ozella (2013, p. 304), “o homem transforma a natureza e a si mesmo na atividade, e é fundamental que se entenda que este processo de produção cultural, social e pessoal tem como elemento constitutivo os significados.” Sobre os significados, os autores ainda esclarecem que, no campo psicológico, esses equivalem a generalizações, ou seja, a conceitos constituídos historicamente e socialmente que possibilitam a socialização dos pensamentos e experiências. Aguiar e Ozella (2013, p. 304) aproximam o significado ao que é simbólico produzido socialmente, quando escrevem que “Os significados se referem, assim, aos conteúdos instituídos, mais fixos, compartilhados, que são apropriados pelos sujeitos, configurados a partir de suas próprias subjetividades.” Não sendo estáticos, os significados transformam-se e modificam-se no movimento histórico.

A atividade docente, como atividade humana significada, carrega indícios de generalizações e conceitos constituídos sob o processo relacional do indivíduo com o meio. Em suas histórias de formação pessoal e acadêmica, os professores participantes da pesquisa externaram expressões que podem contribuir para o entendimento do seu modo de agir e refletir sobre a atividade externa e interna (ambas indissociáveis) que operam com esses significados.

É importante destacarmos que as emoções não são passivas, a análise e interpretação sofre interferência delas, formando uma unidade contraditória simbólico/emocional, ou ainda, significado/sentido. Aguiar e Ozella (2013, p. 305) citam a definição de Aguiar (2009, p. 63), na qual os sentidos, considerados na perspectiva vigotskiana, “constituem-se a partir de complexas reorganizações e arranjos, em que a vivência afetiva e cognitiva do sujeito, totalmente imbricadas [...], é acionada e mobilizada.”

Desse modo, ao considerarmos a subjetividade dos professores, consideramos também suas experiências convertidas em sentidos, sua forma singular de vivê-las e articulá-las, revelando a unicidade dos seus processos cognitivos, afetivos e biológicos. Ainda é importante destacar que, conforme Aguiar e Ozella (2013, p. 307), devemos ponderar que

A apreensão dos sentidos não significa apreendermos uma resposta única, coerente, absolutamente definida, completa, mas expressões muitas vezes parciais, prenes de contradições, muitas vezes não significadas pelo sujeito, mas que nos apresentam indicadores das formas de ser do sujeito, de processos vividos por ele.

Para entendermos os professores em sua atividade de ensino, implica, portanto, familiarizar-nos com as zonas de sentidos atribuídos por eles ao ensino da Matemática, da Álgebra e de Proporcionalidade. Por essa razão, escolhemos o método dos Núcleos de Significação para análise do material empírico.

Os procedimentos utilizados para análise desse material dividiram-se em três momentos distintos:

- 1º) Identificação de Pré-indicadores: dedicamo-nos à leitura do material de pesquisa para nos familiarizarmos com as ideias. Nesse primeiro contato com os materiais, conhecemos, de modo geral, tudo aquilo que foi submetido à análise. Fizemos então o levantamento de palavras¹⁵ e trechos que compõem significados importantes para o entendimento do nosso objeto de estudo. Apoiados em Aguiar, Soares e Machado (2015, p. 62), registramos as palavras e construímos um “inventário das significações constituídas pelo sujeito frente à realidade.” É importante destacar que, “sendo o ponto de partida do pesquisador, os pré-indicadores revelam não o sujeito concreto (histórico), mas, por meio de indícios que devem ser investigados, apenas o sujeito empírico.” (Aguiar, Soares e Machado, 2015, p. 62)
- 2º) Definição de Indicadores: aglutinamos os pré-indicadores considerando suas similaridades, complementariedades e/ou contraposições, o que, segundo Aguiar e Ozella (2013), resulta na sistematização dos indicadores.
- 3º) Estabelecimento dos Núcleos de significação: nessa etapa, buscamos articular os indicadores, analisar os significados menos óbvios, sistematizando os conteúdos resultantes desse processo.

Isso nos permite, conforme Aguiar, Soares e Machado (2015, p. 62), examinar de forma mais profunda a realidade estudada. Os autores ainda expõem que o resultado dessa última etapa é o

¹⁵ Segundo Aguiar, Soares e Machado (2015, p. 62) “Ao destacarmos a importância da *palavra* no levantamento de pré-indicadores, referimo-nos não a qualquer *palavra*, e sim, conforme pontua Vigotski (2001), à unidade do pensamento verbal e da fala intelectual, isto é, à *palavra com significado*.”

“que mais se distancia do empírico e se aproxima da realidade concreta, isto é, dos sentidos que o sujeito constitui para a realidade na qual atua.”

5.2 O perfil dos participantes

Iniciamos por explorar as vivências relacionadas às experiências de seus trajetos históricos, pois a historicidade influencia naquilo que o sujeito tem de concepções e ideias. Também consideramos, para análise, que os sujeitos sofrem intervenções de seu percurso e de seu contexto social (Quadro 5).

Quadro 5: Perfil profissional docente

P1	Professor de matemática contratado pela rede estadual de ensino. Tem formação em Licenciatura Plena em Matemática. Possui cerca de 15 anos de docência nessa área da educação, oscilando com outros trabalhos. “Escolhi essa área por ter afinidade com os números, gostar de explicar e ter paciência.”
P2	Professora de matemática contratada pela rede estadual de ensino. Fez sua primeira graduação em Engenharia Química, buscou trabalhar nessa área, depois optou por fazer uma complementação em Matemática na modalidade E.A.D. para lecionar. Iniciou no trabalho docente em 2012. “Sempre gostei da área de exatas. Minha primeira graduação foi em Engenharia Química e depois fiz complementação em Matemática porque surgiu a oportunidade de trabalhar em escolas.”
P3	Professora de matemática efetiva pela rede estadual de ensino. Formada em Licenciatura em Matemática, Pedagogia e com especialização em Educação Especial Inclusiva, e atua aproximadamente há 16 anos como docente. “Tenho afinidade com a matéria e fui inspirada por uma professora que tive no Ensino Fundamental.”
P4	Professora de matemática efetiva pela rede estadual e municipal de ensino. Formada em Licenciatura em Matemática, com pós-graduação em Educação matemática, e atua há cerca de 20 anos como docente. “Bom, quando eu optei por licenciatura, eu escolhi uma matéria que eu tinha mais aptidão, que eu tinha mais facilidade, melhor entendimento, que eu gostava mais, aí eu optei pela Matemática.”
P5	Professora de matemática no Ensino Fundamental 2 e professora regente de turma no Ensino Fundamental 1. Efetiva pela rede estadual e municipal de ensino. Possui magistério e é formada em Licenciatura em Matemática, com pós-graduação em Psicopedagogia, Inspeção e Supervisão. “Queria ser até costureira, mas professor, não. Hoje em dia, eu gosto, e gosto de Matemática. Quando eu comecei, eu gostava de Geometria, eu fiz mais por causa da Geometria. E, hoje em dia, eu já gosto mais de Matemática, mais da parte de Álgebra, do que Geometria.” Atua há cerca de 20 anos como docente.
P6	Professora de matemática efetiva pela rede estadual de ensino. Possui magistério e é formada em Licenciatura Plena em Matemática e curta em ciências. “Na época quando eu fiz magistério, que eu fui descobrindo o porquê da matemática, que eu fui entendendo a matemática de uma outra forma, com uma outra visão, eu me apaixonei pela Matemática.” Fez pós em Álgebra e atua aproximadamente há 25 anos como docente.

P7	Professora de matemática contratada pela rede estadual de educação. Formanda (está finalizando o último ano do curso) em Licenciatura em Matemática pela UFTM. Tem recente experiência como docente devido aos meses que atuou como professora substituta na rede e pelo PIBID. Tinha como primeira opção Zootecnia, mas não havia o curso disponível em universidades públicas na cidade onde reside. “Só que não era a minha opção, só que como não tinha minha primeira opção, só que aí como eu acabei entrando, aí eu falei, agora eu vou terminar.” Escolheu estudar nessa área porque sempre gostou de Matemática. “Então, foi mais pela questão de que eu sempre gostei de matemática, tipo no ensino fundamental, ensino médio, e aí eu acabei entrando na faculdade de matemática...”
P8	Professor de matemática efetivo pela rede estadual de ensino. Possui Licenciatura em Matemática pela USP de São Carlos. Relata como boa a experiência vivida no PIBID principalmente por proporcionar a vivência da Educação Básica e escolar. Tem aproximadamente 8 anos de docência, teve experiência como docente no Ensino Superior, a qual relata não se sentia preparado para atuar na época. Mas expõe sua vontade e facilidade em ensinar desde muito cedo. Se diferencia, nesse grupo de entrevistados, quanto ao porquê de ter escolhido essa profissão. Pois decidiu, quando ainda adolescente, que queria ser professor e escolheu a área da Matemática pela facilidade de entendimento que demonstrava. “Desde muito pequeno, desde sempre, eu sempre tive vontade de fazer matemática, sempre tive vontade de dar aulas de matemática. Sempre gostei de estar ajudando meus colegas. Meus coleguinhas de sala, né? As atividades e tudo mais, sempre me destaquei muito na disciplina.”
P9	Professor de matemática efetivo pela rede estadual de ensino. Formado em Licenciatura em Matemática com formação continuada em geometria. Tinha como primeira opção vontade de fazer Engenharia Química, mas não pode por falta de oferta do curso na região onde residia. “Foi a minha primeira formação, mas, na realidade, não era o que eu queria. Foi questões, na época, por falta de opção mesmo, na minha cidade.” Escolheu essa área por ter afinidade com os números. Possui cerca de 35 anos de docência.
P10	Professor de matemática efetivo pela rede estadual de ensino. Fez sua primeira formação em escola profissionalizante de Química industrial. Teve suas primeiras experiências na área da Educação como auxiliar de professor de laboratório de Química nessa modalidade de ensino. Fez Engenharia Civil e atuou por cerca de 25 como engenheiro orçamentista. Durante essa formação teve oportunidade de lecionar no Ensino Básico, visto que era muito comum, na época, “estudante de Engenharia dar aula de Matemática.” Dificuldades financeiras o levaram a procurar uma renda extra. Procurou então adaptação pedagógica em Batatais. E devido a sua facilidade com os números optou por fazer especialização em Matemática a partir da qual construiu sua nova identidade profissional.
P11	Professor de matemática contratado pela rede estadual de ensino. Ainda aluno do curso superior de Licenciatura em Matemática do IFTM, optou pela área por ter afinidade com os números e pela possibilidade de explorar diversos recursos tecnológicos em sua prática. Teve sua formação interrompida por problemas de saúde e retomada há pouco tempo. Tem outras experiências profissionais na área informal de prestação de serviços, mas se identifica com a educação e se realiza profissionalmente no trabalho docente.

Assim, entrevistamos 11 professores, sendo 6 do sexo feminino e 5 do sexo masculino. Grande parte atua como professor efetivo (7) e o grupo apresenta uma média de 16 anos de atuação na docência. Em sua trajetória, cada professor destacou o que o levou a escolher essa profissão. Desse grupo, 10 professores relataram ter escolhido a área da matemática. A maioria fez essa opção por gostar, possuir afinidade e/ou ter facilidade com os números. A professora P5 se diferenciou por apontar a Geometria como sua preferência, embora relate que atualmente gosta mais de Álgebra. O professor P8 explicou que sua escolha, para além da área da Matemática, foi também pela área da educação, pois desde jovem já apresentava interesse e vontade de ensinar. Chama a atenção que dois deles, P7 e P9, apontaram motivos que são externos, pois a licenciatura não era o que eles pretendiam.

A maior parte desses professores formou-se em instituições particulares e estudou em cursos de Licenciatura Plena em Matemática. Dois desses fizeram cursos em áreas distintas à Educação mais a complementação pedagógica. Esses números indicam que o magistério é a profissão desses participantes. Entre os dois professores que fizeram sua formação em universidades federais e o que faz sua formação em instituto federal, há coincidência de opinião de que a experiência no PIBID é positiva, permitindo a aproximação da prática e vivência de sala de aula no Ensino Básico.

Passamos, agora, à apresentação dos dados produzidos nas entrevistas, já sistematizados em Núcleos de Significação.

5.3 Os Núcleos de Significação

Com base na leitura das entrevistas, extraímos e organizamos as palavras e trechos com significados em um quadro, discriminando-os por tema relacionado às perguntas do roteiro e por professor. Nesse quadro, exposto no Apêndice IV, os pré-indicadores foram separados em linhas de acordo com os temas abordados na entrevista. A escolha por fazer um quadro se deu pela necessidade que surgiu durante as leituras de aproximar os significados expostos. Agrupamos os pré-indicadores correspondentes para termos uma visão geral que possibilitasse a comparação e análise desses significados. A princípio, destacamos com cores as palavras e expressões identificadas nos diferentes relatos, mas sendo arquivos distintos, isso limitava a compreensão deles como unidade significativa. Embora também tivéssemos tentado reuni-los utilizando recursos de cores, canetinhas e cartazes, o quadro atendeu melhor às nossas expectativas.

A partir da análise dos pré-indicadores, já organizados por tema, fizeram-se emergir os indicadores com base nas comparações de semelhanças, diferenças e complementariedade entre os significados. Buscamos, com os indicadores, realçar as significações dos sujeitos envolvidos, estabelecendo os possíveis núcleos de significação, em número de quatro: 1) Os docentes escolhem ser professor de matemática porque têm afinidade com a área, mas relatam frustração, porque, na prática, enfrentam desafios ao lidar com o sujeito que aprende na sua complexidade; 2) As concepções de Álgebra dos professores giram em torno de seus nexos externos como letras, abstração e generalização empíricas; 3) Prevalece uma racionalidade prática nas estratégias didáticas as quais variam de acordo com as vivências e experiências em um processo de acerto, erro e moldam-se às dificuldades enfrentadas na tentativa de amenizá-las; 4) Equilibrar o descompasso entre as normativas, o currículo, o plano de curso, os livros didáticos com avaliações externas e a realidade de sala de aula gera metas que os professores não dão conta de atender.

5.3.1 O Núcleo de Significação 1 - *Os docentes escolhem ser professor de matemática porque têm afinidade com a área, mas relatam frustração, porque, na prática, enfrentam desafios ao lidar com o sujeito que aprende na sua complexidade.*

Assim constituímos o primeiro quadro de indicadores e núcleo de significação com base no tema “formação profissional” explorado na entrevista, a partir dos pré-indicadores (Quadro 6)

Quadro 6 – Processo de apreensão do núcleo de significação 1

Núcleo de significação	Indicadores	Pré-indicadores
Os docentes escolhem ser professor de matemática porque têm afinidade com a área, mas relatam frustração, porque na prática, enfrentam desafios ao lidar com o sujeito que aprende na sua complexidade.	Opção por ser professor baseada na afinidade com a área da matemática.	<p>Afinidade - números (P1).</p> <p>Gostou da área de exatas. (P2)</p> <p>Afinidade com a matéria - inspirada por uma professora do E.F. (P3)</p> <p>Aptidão - facilidade - melhor entendimento - gostar do conteúdo - menos turmas e mais aulas. (P4)</p> <p>Sempre gostei de matemática e geometria- resolvi fazer matemática- fiz mais por causa da geometria- hoje em dia, gosto mais da parte de Álgebra, do que geometria. (P5)</p> <p>Fui descobrindo o porquê da matemática - fui entendendo a matemática de uma outra forma - me apaixonei. (P6)</p> <p>Gostei de matemática - apaixonando - caminho dos números. (P7)</p> <p>Desde muito pequeno - vontade - dar aulas - matemática - Sempre gostei - estar ajudando - sempre me destaquei - curso natural - queria fazer. (P8)</p> <p>Afinidade com os números. (P9)</p> <p>Facilidade – números. (P10)</p> <p>Apaixonado - sempre gostei. (P11)</p>

	<p>Formação não atende às necessidades da prática de sala de aula na Educação Básica.</p>	<p>Longe de preparar para realidade atual - Mais práticas que se aproximam da realidade atual. (P1)</p> <p>Dificuldades na complementação da metodologia. (P2)</p> <p>Graduação não dá subsídio para a prática - faculdade deveria trabalhar com as diversas dificuldades. (P3)</p> <p>A graduação não foi a que eu esperava - uma repetição do segundo grau - buscar informação - buscar novas metodologias (P4)</p> <p>Que a gente vê na faculdade é bonito demais - um sonho - Você entra para a sala de aula, é outra coisa, é outro mundo - papel aceita de tudo. (P5)</p> <p>Formação trabalha com a teoria - A prática mesmo, você vai aprender em sala de aula - você vai vendo as necessidades - trabalhando de acordo com as necessidades. (P6)</p> <p>Matemática pura - aplicada - além do que a gente vê aqui na Educação Básica - totalmente fora- faltou um pouco estudar sobre as metodologias- aprendi mais- PIBID foi muito bom - em relação a ensinar e sobre a prática - metodologias- disciplinas pedagógicas - montar um plano de aula – executar - sem orientação. (P7)</p> <p>Muito frustrante a minha graduação - voltada para Ensino Superior - voltada para o bacharelado - foco em carreira acadêmica - segui como professor de instituições federais - não me senti preparado para a sala de aula - núcleo duro - matemática da universidade superior - diferente - matemática de Educação Básica - PIBID foi ótimo - experiência escolar- incentivou a continuar no curso. (P8)</p> <p>Realidades são bem diferentes - curso em si - não prepara para prática de sala de aula (P9).</p> <p>Falta base para demandas da sala de aula (P11).</p>
	<p>Formação continuada praticamente não existe na área específica no âmbito da rede estadual.</p>	<p>Formações mais voltadas aos interesses da área. (P1)</p> <p>Não há cursos específicos na área da matemática na formação do Estado. (P2)</p> <p>Especialização em educação especial inclusiva. (P3)</p> <p>Buscar informação - buscar novas metodologias - pós-graduação em educação matemática – didática. (P4)</p> <p>Fiz pós-graduação em Psicopedagogia e Inspeção e Supervisão. (P5).</p> <p>Formações continuadas - faz na escola - geral - geral, né, ela não é específica - pedindo - fazer por conteúdo - tempo pra sentar - sai tanta ideia boa - é raro as formações que contribuem para alguma coisa - se você não vai pesquisar - nunca sai do lugar - ficam a desejar - formações continuadas - espaço específico - por conteúdo. (P6)</p> <p>Formação continuada - na área de geometria. (P9)</p>

Como pode ser visto no Quadro 6, obtivemos 3 indicadores, sendo eles:

- Opção por ser professor baseada na afinidade com a área da Matemática.
- Formação não atende às necessidades da prática de sala de aula na Educação Básica.
- Formação continuada praticamente não existe na área específica no âmbito da rede estadual.

Tais indicadores nos conduziram ao núcleo de significação: *Os docentes escolhem ser professor de Matemática porque têm afinidade com a área, mas relatam frustração, porque, na prática, enfrentam desafios ao lidar com o sujeito que aprende na sua complexidade.*

Esse núcleo nos leva a pensar sobre a formação dos professores, tanto inicial quanto continuada. Como escreve Nóvoa (2022, p. 62) “Não se trata de convocar apenas as questões práticas ou a preparação profissional, no sentido técnico ou aplicado, mas de compreender a complexidade da profissão em todas as suas dimensões (teóricas, experienciais, culturais, políticas, ideológicas, simbólicas, etc.)” Segundo o autor, em uma época em que a escola passa por uma metamorfose e anseia por novos ambientes educativos que atendam às demandas do século XXI, fazem-se necessárias mudanças também no ambiente da formação profissional docente. Nóvoa (2022, p. 62) aponta que, no ambiente educativo, há demandas como “diversidade de espaços, práticas de cooperação e de trabalho em comum, relações próximas entre o estudo, a pesquisa e o conhecimento.”

Entre os pré-indicadores, observamos demandas dos professores quanto a um espaço para troca de experiências, conhecimento e práticas de cooperação, principalmente entre profissionais da mesma área específica de atuação, diversidade de espaços, como laboratórios de Matemática que possibilitem a realização de vivências mais significativas. Identificamos, ainda, que, em sua maioria, os professores apontaram um distanciamento entre sua realidade profissional e a formação, entendendo o estudo, a pesquisa e o conhecimento abordados no Ensino Superior, como distantes de sua prática de sala de aula no Ensino Básico.

Nesse sentido, quando Nóvoa (2022, p. 63) aponta para necessidade de um novo ambiente de formação docente, ele, ainda, acrescenta que

Fazer esta afirmação é reconhecer, de imediato, que os ambientes que existem nas universidades (no caso da formação inicial) ou nas escolas (no caso da formação continuada) não são propícios à formação dos professores no século XXI. Precisamos, pois, de reconstruir estes ambientes, tendo sempre como orientação que o lugar da formação é o lugar da profissão.

Ainda que as redes de ensino geralmente ofereçam alguma formação, nem sempre elas atendem aos anseios dos professores. Assim, o autor destaca a importância da interação entre professores, escolas e universidades a fim de se encontrar “as potencialidades transformadoras da formação docente.”

Em muitos discursos sobre a formação de professores, há uma oposição entre as universidades e as escolas. Às universidades atribui-se uma capacidade de conhecimento cultural e científico, intelectual, de proximidade com a pesquisa e com o pensamento crítico. Mas esquecemo-nos de que, por vezes, é apenas um conhecimento vazio, sem capacidade de interrogação e de criação. Às escolas atribui-se uma ligação à prática, às coisas concretas da profissão, a tudo aquilo que, “verdadeiramente”, nos faria professores. Mas esquecemo-nos de que esta prática é frequentemente rotineira, medíocre, sem capacidade de inovação e, muito menos, de formação dos novos profissionais (Nóvoa, 2022, p. 63)

Essa aproximação entre professores, escolas e universidades seria um caminho para mudança, podendo contribuir para formação profissional docente no sentido mais amplo. Desse modo, mesmo que os professores façam sua opção pela profissão por afinidade com a área específica, esses teriam em sua formação acesso a conhecimentos necessários ao exercício da profissão.

O conhecimento da área específica não basta para ensinar, e mesmo que o domínio dos conteúdos científicos das disciplinas seja imprescindível, devemos nos atentar também para o “como ensinar”. A Educação, enquanto ciência, demanda conhecimentos pedagógicos, assim como Nóvoa (2022, p. 65) esclarece

Precisamos, também, do conhecimento científico em Educação, dos fundamentos às didáticas, à psicologia e ao currículo, e a tantos outros assuntos. Mas estes dois tipos de conhecimento são insuficientes para formar um professor se não construírem uma relação com o conhecimento profissional docente, com o conhecimento e a cultura profissional dos professores.

Sendo assim, o autor defende a criação de espaços dentro das universidades, destinados ao encontro de professores acadêmicos que se dedicam à formação docente e os professores das redes de Ensino Básico. Entendemos que, se os problemas que emergem da sala de aula pudessem ser discutidos à luz das teorias e sob o foco de estudos consolidados, poderíamos ver frutificar desse diálogo, contribuições significativas para formação profissional docente, tanto inicial, quanto a continuada.

Vejam algumas das perspectivas dos professores entrevistados acerca de sua formação acadêmica.

Professora P3: A graduação não dá subsídio para a prática. A vivência é totalmente diferente. A faculdade deveria trabalhar com as diversas dificuldades que são enfrentadas no dia a dia.

Professora P2: Na prática, as vivências que me capacitaram para o trabalho docente.

Professor P1: A formação é bem diferente da realidade. Foi uma formação metodológica parcial. Para realidade de sala de aula está um pouco longe de preparar para realidade atual.

Professora P4: A minha graduação já faz muito tempo. Eu terminei a minha graduação no ano de 2003, já passei no concurso em 2004 e desde lá, então, não foi a que eu esperava, que não tinha, na época eu fiz o que havia disponível e eu percebi assim, que ela é meio que uma repetição do segundo grau.

Professora P5: O que a gente vê na faculdade é bonito demais, é lindo, nossa senhora, é um sonho. Você entra para a sala de aula, é outra coisa, é outro mundo. O papel aceita de tudo, né?

Professora P6: Na faculdade, você trabalha com a teoria, né, lá você trabalha com a teoria. A prática mesmo, você vai aprender em sala de aula. É aí que você vai vendo as necessidades e que você vai trabalhando de acordo com as necessidades de cada sala de aula.

Professora P7: Então, me baseando pelas... assim, as específicas, matemática pura, aplicada, vão muito além do que a gente vê aqui na Educação Básica. São coisas totalmente fora do que é ensinado aqui. Agora, as metodologias mais voltadas para o ensino e a aprendizagem, eu acho que faltou um pouco estudar sobre as metodologias, essas coisas. A gente viu um pouco sobre a BNCC, mas eu acho que o que eu aprendi mais foi quando eu entrei no PIBID, em relação a ensinar e sobre a prática. Acho que o PIBID foi muito bom para mim, porque aí que a gente foi começar a estudar sobre as metodologias.

Professor P8: E, querendo ou não, a matemática da universidade superior é muito diferente da matemática de Educação Básica também, que a gente vê. A gente fica muito distante também. Mas, assim, de todo o aprendizado da graduação, com certeza, o que mais se destacou foi o PIBID. Ter participado do PIBID foi ótimo. Ter participado de escola, ter essa experiência escolar desde o começo da minha graduação. Isso foi o que mais me incentivou a continuar no curso.

Professor P9: Na época, as realidades são bem diferentes, né? Então, quando você está no curso em si, e a prática de sala de aula, são diferentes, bem diferentes. Naquela época, ela não te preparava para isso.

Professor P10: E, naquela época, era muito comum o estudante de engenharia, de biologia, estudante de engenharia, de odontologia e de medicina virar um professor. Virar um professor de cursinho, virar um professor de escolas particulares, em função de ter passado pelo vestibular e a bagagem, vamos dizer assim, a bagagem na faculdade, ela me dava subsídios para trabalhar como professor.

Professor P11: A minha formação superior trata muito da área específica, com conteúdos voltados para o Ensino Superior. O PIBID que me aproximou mais da realidade de sala de aula.

É quase uníssona a voz de que a formação inicial não prepara para o exercício da docência na Educação Básica. Em algumas falas (P7, P8, P11), está presente a falta de articulação entre a formação específica e a formação pedagógica, pois o ensino exige que os conteúdos a serem desenvolvidos na Educação Básica precisam ser recontextualizados e as especificidades serem discutidas. Essa não é uma situação nova, pois vem se arrastando desde o final do século XX (Brasil, 2024).

Cabe aqui abordarmos a legislação para formação de professores vigente em nosso País. Algumas orientações foram apresentadas na forma de Diretrizes Curriculares Nacionais (2002,

2015, 2019, 2020), visando propor princípios, formas de organização curricular, dentre outros elementos. Porém, essas Diretrizes não são neutras, pois trazem uma concepção de formação, de ensino e de aprendizagem, que não são consensuais. Recentemente (abril de 2024), o Ministério da Educação homologou novas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) para Formação Inicial de Profissionais do Magistério - Parecer CNE/CP nº 4/2024 – recomendadas pelo Conselho Nacional de Educação, sem um tempo suficiente de discussão. Propõe uma Base Nacional Comum (BNC - formação), com foco no desenvolvimento de competências, contudo sem atrelar a formação à Base Nacional Comum Curricular – BNCC, como o faziam as DCN de 2019. Dentre outros aspectos, estipula que, pelo menos, 50% da carga horária da formação inicial de professores para a Educação Básica ofertadas na modalidade EAD seja realizada de forma presencial. E, segundo o Ministério da Educação (2024), a norma traz ainda a distribuição da carga horária dos cursos de licenciatura num total de 3.200 horas, tendo no mínimo duração de quatro anos, sendo

- 880 horas para formação geral, que abrange conhecimentos sobre o fenômeno educativo e a educação escolar, comuns a todas as licenciaturas e que podem ser ofertadas de modo presencial ou remoto;
- 1.600 horas para os conhecimentos específicos, que correspondem aos conteúdos das áreas de atuação profissional, dos quais ao menos 880 horas devem ser realizadas de forma presencial, nos casos de cursos ofertados em modalidade a distância;
- 320 horas de atividades acadêmicas de extensão, que devem ser ofertadas, necessariamente, de forma presencial;
- 400 horas de estágio supervisionado, que também serão, obrigatoriamente, realizadas em modalidade presencial.

Busca-se com essas mudanças melhorias na qualidade da formação inicial docente que assegure aos futuros professores, estarem devidamente preparados para exercerem suas funções pedagógicas. Entretanto críticas já têm sido feitas a esse documento, dentre elas, a de que se privilegia o conhecimento específico, que tem o dobro da carga horária destinada à formação pedagógica geral (Anfope, 2024).

Cabe aqui pensarmos a respeito da separação entre conhecimento específico e geral no contexto dos cursos de licenciatura. A formação pedagógica geral, muitas vezes, é dissociada do ensino do conhecimento científico. Entendemos que essa dissociação é problemática, pois separa "o que se ensina" de "como se ensina". Entendemos que o conhecimento específico se refere não somente à matemática, mas também ao ensino da matemática. Logo, os preceitos científicos que orientam a atividade educativa deveriam estar integrados com as práticas pedagógicas, de forma que o futuro docente compreenda tanto o conteúdo que irá ensinar quanto as melhores estratégias para fazê-lo. Quando esses elementos são trabalhados de maneira isolada, corre-se o risco de formar

professores com uma visão fragmentada do processo educativo, o que pode comprometer tanto o ensino quanto o desenvolvimento integral dos alunos. A integração entre o domínio do conteúdo específico e a didática é, portanto, essencial para uma formação docente que promova uma prática pedagógica mais reflexiva e contextualizada.

Chama-nos a atenção, falas como a de P7 “Só que não era a minha opção, só que como não tinha minha primeira opção, só que aí como eu acabei entrando, aí eu falei, agora eu vou terminar.” e P9 “Foi a minha primeira formação, mas, na realidade, não era o que eu queria. Foi questões, na época, por falta de opção mesmo, na minha cidade.” A falta de um vínculo concreto entre a licenciatura e o verdadeiro desejo do sujeito indica que as escolhas, muitas vezes, são influenciadas por fatores externos, como questões sociais, necessidade financeira ou a escassez de opções mais alinhadas aos interesses individuais. Essa dinâmica pode resultar em um sentimento de desmotivação e desconexão com a prática docente. Portanto, é fundamental que o sistema educacional promova um espaço mais propício para que os estudantes reflitam sobre suas reais vocações e paixões, contribuindo para escolhas pautadas em um desejo genuíno de contribuir para a educação.

Em seu posicionamento em relação às DCN/2024, a Associação Nacional pela Formação dos Profissionais da Educação - Anfope - divulgou ainda, em abril deste ano, uma nota com críticas a esse parecer, no qual expõe questões como: a divulgação da proposta da nova Resolução foi realizada antes de haver um diálogo participativo com a sociedade civil; diferenças entre o Texto de referência apresentado em Consulta pública e o texto apresentado no Parecer; extinção de 400 horas de prática como componente curricular entre os textos apresentados; apresentação de ideias divergentes sobre o tema prática; informações deficientes acerca da valorização do profissional da educação; inexistência de articulação entre formação inicial, continuada e trabalho docente; insuficiência de diretrizes para formação; favorecimento dos conhecimentos específicos que apresentam maior carga horária.

Nessa nota, a Anfope (2024, p. 3) ainda afirma que

O Projeto de Resolução que acompanha o Parecer CNE/CP n. 4/2024 apresentado pelo CNE, em substituição à Resolução CNE/CP n. 2 de 2019, apresenta semelhanças com a Resolução CNE/CP n. 2/2015 e com Resolução CNE/CP n. 2/2019, nesse sentido, tende a parecer uma bricolagem, no sentido do improvisado, que se perde num emaranhado de elementos conceituais, referenciados em pesquisadores/as proeminentes do país. No Parecer e no Projeto de Resolução, os conceitos e orientações para a formação inicial parecem ser uma junção de propostas e intervenções que sinalizam para uma formação sem a articulação de fundamentos e princípios formativos na proposta de uma educação que seja humanizadora e emancipatória.

Contradizendo o texto desse Parecer, a Anfope defende uma formação que aborde teoria e prática como uma unidade, que deve permear toda a formação em uma perspectiva sócio-histórica da educação.

Ainda, segundo o MEC, a Base Nacional Comum para a Formação de Professores (BNC-Professores) guiará a formação inicial e contínua dos educadores em todo o território nacional tendo como base três princípios: conhecimento, prática e engajamento. O Ministério divulga ainda que

A premissa da proposta da BNC-Professores são os recorrentes resultados insuficientes de aprendizagem dos estudantes e da baixa qualidade da formação dos docentes. Em geral, os cursos contam com muita teoria e pouca prática, falta aprofundamento na formação inicial para a educação infantil, alfabetização e anos iniciais, além de estágios curriculares sem planejamento e sem vinculação com as escolas (Brasil, 2018a)

Mesmo sendo relevantes, os avanços correspondem a pequenos passos rumo à profissionalização no campo da Educação. O aprimoramento da formação docente passa não somente pela reformulação dos cursos, segundo as novas DCN de formação de professores, mas também pelo esforço de alinhar as demandas e os desafios da Educação Básica a essa formação. No sentido de tornar a formação inicial mais adequada às demandas da escola, mais próxima da realidade. Não há nas DCN/2024 medidas efetivas; pelo contrário, o componente “Prática de Ensino”, presente nas DCN (2002, 2015 e 2019) está ausente das DCN/2024.

Quando tratamos da formação profissional continuada, junto aos professores participantes, em sua maioria, eles relataram que essas ocorrem no âmbito de sua comunidade escolar, mas geralmente não atendem às suas demandas por tratarem de aspectos gerais da organização escolar. Como exemplo disso, trazemos as falas de alguns dos professores entrevistados.

Professora P6: Então, assim, formação continuada, e eu sempre falei que, assim, é raro as formações que contribuem para alguma coisa. Se a gente não vai atrás, se você não vai pesquisar, você nunca sai do lugar, você fica naquilo ali porque, se for depender das formações, elas ficam a desejar. Culpa da escola? Não, não culpo também só a escola, porque eles têm que pensar num todo, eles não têm como pensar específico pra cada um, mas eu acho que deveria ter nessas formações continuadas, terem um espaço específico, ou por conteúdo, ou por turmas, e os professores terem um tempo pra sentar.

Professor P1: A formação continuada é válida se for afim. Voltada aos interesses específicos da área.

Professor P2: Nessa área não há cursos específicos. Nem para a área de matemática na formação do Estado.

Dada a relevância dessa formação, Nóvoa (2022, p. 68) defende que deva haver uma formação docente apoiada pelo diálogo, pela troca de experiências e de culturas profissionais. Essa é uma forma de alargar o conhecimento e uma maneira de “encontrar uma saída para os dilemas dos

professores.” Do contrário estaríamos expostos apenas à memorização de práticas e a desqualificação de professores frente a novidades inúteis vendidas por especialistas do “mercado de cursos, eventos, seminários e encontros.” Nóvoa (2022, p. 68) dimensiona a importância de haver práticas consistentes e inovadoras na formação continuada, permitindo acesso a novas ideias, métodos e culturas. E sintetiza

No meio de muitas dúvidas e hesitações, há uma certeza que nos orienta: a metamorfose da escola acontece sempre que os professores se juntam em coletivo para pensarem o trabalho, para construírem práticas pedagógicas diferentes, para responderem aos desafios colocados pelo fim do modelo escolar. A formação continuada não deve dispensar nenhum contributo que venha de fora, sobretudo o apoio dos universitários e dos grupos de pesquisa, mas é no lugar da escola que ela se define, se enriquece e, assim, pode cumprir o seu papel no desenvolvimento profissional dos professores.

Cabe pensarmos ainda que, segundo Tardif (2008, p. 31) “ensinar é trabalhar com seres humanos, sobre seres humanos, para seres humanos.” E que, trabalhar com o ser humano, devido a sua complexidade, requer conhecimentos diferenciados.

5.3.2 Núcleo de Significação 2 - *As concepções de Álgebra dos professores giram em torno de seus nexos externos como letras, abstração e generalização empíricas.*

Reunimos também os pré-indicadores relacionados ao tema do “ensino de Álgebra e de Proporcionalidade” abordados na entrevista (Quadro 7).

Quadro 7– Processo de apreensão do núcleo de significação 2

Núcleo de significação	Indicadores	Pré-indicadores
As concepções de Álgebra dos professores giram em torno de seus nexos externos como letras, abstração e generalização empíricas.	Álgebra é um bicho de sete cabeças pois ela utiliza generalização, abstração e faz uso de uma linguagem simbólica.	<p>Generalização - modelo matemático - uso da linguagem algébrica - apresentação mais formal. (P1)</p> <p>Trabalho com Álgebra não tem promovido resultados significativos na forma de pensar do aluno - forma mecânica - muita dificuldade. (P2)</p> <p>Consegue abstrair - Álgebra no oitavo ano, pra ele, vai ficar mais fácil. (P4)</p> <p>Gosto muito da Álgebra - faixa etária própria - por causa da bagagem que eles teriam que ter - Álgebra seria um sonho. (P5)</p> <p>A Álgebra em si, eu acho muito puxada - introdução - final do oitavo - Álgebra no oitavo é uma matéria muito puxada – aleatória - não é o momento - consegue de uma forma mecânica - Enem vai ser cobrado isso - eu acho que não ajuda - conteúdo muito abstrato - não conseguem concretizar - não conseguem absorver aquelas informações - muito aleatória - se perde - tem muita coisa da Álgebra que é desnecessária. (P6)</p> <p>Equações - sistemas - não foi possível ensinar - muita dificuldade - grande desafio - linguagem difícil - a Álgebra - bicho de sete cabeças - misturou português com matemática - usa símbolos - não entendem - complicada. (P7)</p> <p>Momento chave - começa a falar de Álgebra - operações mais racionalizadas - algo desconhecido - A gente faz aquela interrogação com a frutinha - desde cedo começar a falar - de Álgebra. (P8)</p>

		<p>Não conseguem entender o que é uma variável. (P9)</p> <p>O aluno é submetido a um pensamento mais abstrato, - trabalhando com letra - na verdade são números- a Álgebra altera - faz com que x vezes x se transforme em x^2- muito abstrata - simples - operações mentais - simbologia - muito importante - traduzir - linguagem algébrica - conceito - muda de patamar - traduzir problemas em linguagem algébrica - imprescindível. (P10)</p> <p>Generalizações – raciocínio - linguagem algébrica. (P11)</p>
	<p>O estudo de Proporcionalidade é uma Álgebra mais leve porque é possível relacionar com as vivências dos alunos.</p>	<p>Representar situações do dia a dia – análise das grandezas. (P1)</p> <p>Situações-problema - entender se há Proporcionalidade ou não. (P2)</p> <p>Contribui para o desenvolvimento - vivência para o dia a dia - noções para lidar com situações - exemplos cotidianos são compreendidos, mas as regras têm dificuldade de assimilar. (P3)</p> <p>Gente vai ver agora, mais no final do ano. (P4)</p> <p>Vivência de mundo - precisam dessa noção para fazer compra - juros num banco - comprar - prestação - noção certa do significado de prejuízo e lucro. (P5)</p> <p>Proporcionalidade é uma forma bem leve da Álgebra - resolve as coisas pela Proporcionalidade mecanicamente - pouquinho mais simples - pega uma forma de resolução - consegue memorizar. (P6)</p> <p>Proporção, você consegue trabalhar. (P7)</p> <p>Raciocínio de Proporcionalidade - promove desenvolvimento. (P8)</p> <p>Proporcionalidade - ter noção - contribui - cotidiano. (P9)</p> <p>Entendimento - situações cotidianas - interpretação de mundo. (P11)</p>

Como se pode ver no Quadro 7, extraímos dois indicadores, utilizando algumas das falas dos professores. São eles:

- Álgebra é um “bicho de sete cabeças”, pois ela utiliza generalização, abstração e faz uso de uma linguagem simbólica.
- O estudo de Proporcionalidade é uma Álgebra mais leve, porque é possível relacionar com as vivências dos alunos.

Pautando-nos nesses indicadores, apreendemos o núcleo de significação: *As concepções de Álgebra dos professores giram em torno de seus nexos externos como letras, abstração e generalização empíricas.*

Os pré-indicadores dessa temática apontaram para o fato de que as dificuldades se apoiam não somente na organização do ensino, no extenso currículo, ou nas abordagens do livro didático, mas na própria especificidade do conhecimento algébrico e na falta de conhecimento básico aritmético dos alunos, principalmente na falta de pré-requisitos como podemos observar em alguns relatos.

Professora P5: Então, eu acho muito interessante, gosto muito da Álgebra, principalmente nessa faixa etária, que acho que é a faixa etária própria para eles mesmos, por causa da bagagem que eles teriam que ter, né? Se eles tivessem essa bagagem até ali no sétimo ano, a hora que fosse entrar, a Álgebra seria um sonho. O problema que eles não têm, juntou a pandemia, também que atrasou muito, né? E essa nova educação, que é mandar para frente, né? Eu vejo que a maioria da dificuldade dos meninos, principalmente no sétimo ano, que é a hora que começa mesmo o negócio de pegar bonito na Álgebra, é a tabuada.

Professora P6: Se já é difícil você trabalhar com o concreto, com a matemática, com os números, quando você vem com as letras, eles se desesperam. Por mais que você tente explicar para eles que as letras são ali valores desconhecidos, elas estão encobertando, que elas são símbolos, é uma representatividade. Eu até brinco com eles e falo, olha, no lugar da letrelinha, põe uma estrelinha, põe um coraçãozinho, vamos tentar de uma outra forma mais divertida, para ver se quebra um pouco essa questão do medo que eles têm de quando entram **letras no meio dos números**, igual eles falam, “entrou letra, **bagunçou tudo.**”

Professor P9: A questão... A questão que a gente vê muito é a falta de pré-requisitos. [...]Nossos alunos estão chegando, mas nesse momento, acredito eu, muito por causa também da pandemia, nesse momento. Mas nossos alunos lá no passado já encontravam muita, muita dificuldade, a grande maioria. Sem falar que também... Esses alunos nossos, eu acho que eles não têm o apoio em casa. **Eles não conseguem entender que uma variável, uma letra, por exemplo, realmente é um número que está por trás ali para ele descobrir.**

Professora P3: A dificuldade maior reside mesmo na Matemática, por conta das operações básicas, e no Português, por causa da alfabetização.

Professora P10: Então, a Álgebra altera. Ela faz com que x vezes x se transforme em x^2 . Mas o aluno tem uma dificuldade muito grande de entender o que significa operar.

Professora P11: Nas aulas de laboratório de matemática fizemos o planejamento de uma viagem de carro para a Argentina, onde os alunos deveriam calcular a distância com base na escala, o combustível a troca do valor monetário. Percebi que eles tiveram dificuldade para realizar as operações, mas em grupo, eles se ajudaram. Em um segundo momento eles tinham que representar o raciocínio, utilizando o conhecimento de Proporcionalidade e então tiveram **muita dificuldade na representação**, organização dos dados e uso das incógnitas.

Professora P7: Mas pelo que eu vi, assim, os meninos têm muita dificuldade, né? E sempre ficam naquele negócio...Ah, pra que eu vou usar isso? E fica... Ai, a matemática... Quem que inventou pôr X na matemática?

Então eu vejo, assim, que eles não entendem a questão de a gente substituir o X , que é porque a gente não sabe o valor, né? Então a gente quer descobrir. Eles acham que está jogando umas letras lá e como se entende o sentido daquilo?

Captar a Álgebra apenas como conhecimento empírico pode gerar um grande empecilho e estranheza ao aluno. Sendo essa uma das possíveis causas das dificuldades enfrentadas por esses professores em seu ensino. Assim como esclarece Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 17) “Se o ensino se caracterizar pelo empirismo, os avanços limitar-se-ão a promover nos sujeitos o reconhecimento de características externas, visíveis, palpáveis, a memorização de regras, técnicas e algoritmos.” O ensino, que não objetiva o desenvolvimento do aluno a partir do conhecimento científico teórico, capaz de promover formas superiores de pensamento, generalização e abstração teórica será, possivelmente, segundo Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 17), uma das maiores formas de dificuldade de “compreensão das ideias matemáticas, ou seja, constitui-se como uma das fontes principais da alienação dos estudantes perante o processo de aprendizagem da matemática, uma vez que parece estar completamente dissociada da prática social.”

Apoiados em Davidov (1982), os autores se contrapõem ao ensino da Álgebra pautado no formalismo dos conceitos e na utilização desses na realidade objetiva, ou seja, focado no saber-fazer, prescrito pela Educação das Competências, proposto pela BNCC. Desse modo Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 43) apontam que “Tendo como base o entendimento de que a Álgebra descreve os movimentos da prática social, ou seja, da vida, propomos que o ponto de partida das aulas seja o estudo de conceitos de movimento, fluência, número e Álgebra não-simbólica; variável e campo de variação presentes na vida fluente.” Conforme os autores, essa abordagem considera a construção do pensamento algébrico a partir das conexões internas e nexos conceituais desse conhecimento.

Coincidindo com o descrito pelo professor P2 em suas falas: “o trabalho com Álgebra não tem promovido resultados significativos na forma de pensar do aluno”; “forma mecânica”; “muita dificuldade”; e com a fala da professora P6:

Mas falar que a Álgebra está ajudando na formação desse aluno, eu vou ser muito sincera, porque eu acho que não ajuda. Porque por ser um conteúdo muito abstrato, igual eu falei anteriormente, por ser um conteúdo muito abstrato, isso daí fica muito perdido na cabeça deles, parece que eles não conseguem concretizar.

Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 45) escrevem:

Apesar do papel importante que a Álgebra tem na formação dos estudantes, temos percebido que seu ensino não tem conseguido torná-la um fator relevante para o desenvolvimento dos sujeitos. Ao invés disso, a Álgebra tem se tornado, quase que a fonte principal do processo de alienação dos estudantes em relação à aprendizagem dos conhecimentos matemáticos. Ao ser entendida somente como uma forma de manipulação de símbolos, perde totalmente a sua relevância na vida deles, dissociando-se de suas práticas sociais.

Em sua maioria, os professores revelaram que Álgebra contribui com o desenvolvimento dos alunos, à medida que esses são submetidos a pensamentos mais abstratos e ao uso de uma linguagem simbólica.

Tendo o conhecimento algébrico essencialmente como um conhecimento científico, Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 64) ainda defendem que se pode trabalhar prioritariamente o pensamento teórico, investindo-se “continuamente, na elaboração de atividades orientadoras de ensino (Moura 1992) para que os estudantes possam compreender os nexos que fazem com que o pensamento algébrico seja considerado teórico.”

O professor pode pautar-se pelo entendimento de que os nexos conceituais¹⁶ da Álgebra são lógicos e constituídos historicamente. Para organização de seu ensino, os autores compreendem que o ponto de partida é o estudo de seus movimentos históricos, para que se “possa abstraí-los e generalizá-los com base em fórmulas matemáticas.”

Na fala do P10, temos o seu entendimento de que a operação algébrica generaliza, mas o professor ressalta a dificuldade do aluno em lidar com a compreensão das operações, ou ainda, a dificuldade do aluno em superar o estudo das operações aritméticas isoladas e distintas bem como a compreensão de seus nexos fundamentais, que o levam à generalização. Do contrário, como relatado na fala da P7, podemos promover um entendimento superficial, focado no uso de letras sem sentido e sem significado sobre o conhecimento algébrico.

Assim, Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 67) orientam que, em sua atividade de ensino, os professores busquem atividades desencadeadoras de aprendizagem e problemas que tentem romper com a memorização e o treinamento, ou ainda, com o ensino fundamentado em “aspectos externos, exequíveis e acessíveis à percepção”, como as letras, fórmulas prontas, regras e procedimentos.

Sustentados pelos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural e Desenvolvimental, Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 66) consideram que o estudo “do que significa movimento, movimento regular, movimento irregular, fluência, interdependência, campo de variação e as diversas formas que a variável pode assumir, ao tentar descrevermos a realidade.” são essenciais para se conhecer a gênese e a natureza dos conceitos algébricos.

Os autores argumentam que, mesmo admitindo as vantagens do sistema simbólico algébrico atual, é imperativo que os professores ponderem sobre a investigação do desenvolvimento lógico e histórico dos conceitos algébricos, uma vez que estes podem nos guiar em direção à compreensão da interação entre o pensamento e a linguagem algébrica. Eles defendem abordagens didáticas que não se iniciam de maneira formalizada e com uso de linguagem simbólica sistematizada. Mas em abordagens nas quais se encontrem manifestos os nexos conceituais, que conduzam à apropriação do pensamento algébrico orientado gradualmente para o registro de símbolos, garantindo-lhes atribuição de significado e de sentidos.

Encontramos, no movimento histórico, referências sobre a relação entre palavra, desenho, mistura que envolve palavra e letra, momentos em que se pode reconhecer o pensamento

¹⁶ Os nexos conceituais são “elos” que podem “ligar” os conceitos que historicamente foram construídos pelas diversas civilizações. Eles nunca estão prontos e acabados. Quando estudados da Educação Básica, podem auxiliar estudantes e professores no que diz respeito à compreensão da relação existente entre movimento da vida e pensamento algébrico. (Sousa, Panossian e Cedro, 2014, p. 65)

algébrico, com base nas Álgebras não simbólicas: retórica, sincopada e geométrica, [...] mas destituído de símbolos próprios em que reconhecidamente se manifestam os nexos conceituais da Álgebra (fluência, campo de variação e variável) que encontram formas diferentes de expressão e representação, na variável palavra, variável figura, variável letra. A formação de conceitos algébricos e o próprio pensamento algébrico se potencializa à medida que encontra na linguagem sua forma de expressão (Sousa, Panossian e Cedro 2014, p. 146).

Constatamos a necessidade de se repensar o ensino de Álgebra, reorganizando-o sob ações intencionais direcionadas à apropriação dos nexos internos entre os conceitos. E orientando-o para revelar a essência desse conhecimento encontrada no movimento lógico e histórico desses conceitos. Quanto às concepções de Álgebra que os professores manifestaram, compreendemos que prevalecem os aspectos visíveis e palpáveis que podem, segundo Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 171), nos dar a falsa impressão de conhecer o objeto do conhecimento. Mas reiteramos que essa abordagem, pautada nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural e Desenvolvimental, contribui para um entendimento não superficial e fragmentado do conhecimento.

Sobre o uso da linguagem algébrica, buscamos entendimento nos estudos de Vygotsky (2009, p. 314) que esclarece sobre a relação entre o pensamento e a linguagem escrita.

É natural que a linguagem sem um som real, que é apenas concebível, que requer simbolização dos símbolos sonoros, ou melhor, uma simbolização de segunda ordem, deve ser igualmente mais difícil que a linguagem falada; a Álgebra é mais difícil do que a aritmética para a criança. A linguagem escrita é a Álgebra da escrita. Entretanto, da mesma forma que a apreensão da Álgebra não repete o estudo da aritmética, mas representa um plano novo e superior de desenvolvimento do pensamento matemático abstrato, que reconstrói e projeta para o nível superior o pensamento aritmético anteriormente constituído, de igual maneira a Álgebra da escrita ou linguagem escrita introduz a criança no plano abstrato mais elevado da linguagem, reconstruindo, assim, o sistema psicológico da linguagem falada anteriormente constituído.

Reside aqui um importante motivo pelo qual devemos zelar por uma educação algébrica satisfatória e capaz de promover o desenvolvimento do pensamento. Para tanto, Vygotsky nos mostra que a linguagem escrita, assim como a Álgebra, é uma linguagem de segunda ordem. Pois exige uma atividade maior do pensamento. Vygotsky (2009, p. 267) ainda destaca que “o domínio da Álgebra eleva ao nível superior o pensamento matemático, permitindo entender qualquer operação matemática como caso particular de operação de Álgebra, facultando uma visão mais livre, mais abstrata e generalizada e, assim, mais profunda e rica das operações com números concretos.”

O pensamento algébrico também é fundamental para o desenvolvimento do pensamento computacional, pois ambos envolvem a capacidade de abstração, resolução de problemas e

generalização de soluções. O pensamento algébrico ajuda os alunos a estruturarem e representarem problemas de maneira lógica, o que é essencial para escrever algoritmos e criar soluções computacionais eficazes. Assim, o desenvolvimento do pensamento algébrico serve como uma base importante para que os alunos consigam pensar de forma estruturada.

A visão exposta nos relatos dos professores impacta diretamente o ensino de proporcionalidade ao destacar as dificuldades dos alunos em superar a aritmética. Observamos nas falas que há uma preocupação dos professores com a compreensão do significado atribuído às letras e símbolos e nos processos de cálculo utilizados para determinar o valor de uma incógnita ou variável. Embora válidos, tais aspectos são secundários quando consideramos importante que o aluno compreenda os nexos lógicos que ligam essas operações à realidade e aos fenômenos matemáticos subjacentes, o aprendizado pode se tornar superficial, como observado na fala da P7.

Assim, essa visão aponta a necessidade de um ensino de proporcionalidade que vá além da manipulação de números e letras, promovendo uma abordagem que integre compreensão conceitual e generalização algébrica, permitindo aos alunos reconhecerem as conexões entre as operações e os contextos em que a proporcionalidade está inserida. Isso reforça a importância de métodos que desenvolvam o pensamento crítico e a abstração, alinhados com os princípios da Teoria Histórico-Cultural, onde o desenvolvimento do conhecimento é mediado por uma compreensão profunda e significativa dos conceitos.

5.3.3 Núcleo de Significação 3 - *Prevalece uma racionalidade prática nas estratégias didáticas as quais variam de acordo com as vivências e experiências em um processo de acerto, erro e moldam-se às dificuldades enfrentadas na tentativa de amenizá-las.*

Por seguinte, reunimos os pré-indicadores, que correspondem às “estratégias didáticas e dificuldades acerca do ensino de Álgebra e Proporcionalidade”, em dois indicadores, que deram origem ao núcleo de significação 3 (Quadro 8).

Quadro 8– Processo de apreensão do núcleo de significação 3

Núcleo de significação	Indicadores	Pré-indicadores
------------------------	-------------	-----------------

<p>Nas estratégias didáticas, prevalece uma racionalidade prática que varia de acordo com as vivências e experiências em um processo de acerto, erro e moldam-se às dificuldades enfrentadas na tentativa de amenizá-las.</p>	<p>O professor aprende com o aluno, mas o aluno não aprende com o professor e então mudam-se as estratégias, mas a defasagem, o analfabetismo, a falta de pré-requisitos (principalmente em relação às operações básicas), as dificuldades de aprendizagem, a falta de interesse, a imaturidade, a carência, os problemas socioculturais, são algumas das dificuldades apontadas que frustram a concretização do trabalho docente.</p>	<p>Falta de interesse - continuação do estudo em casa - falta de pré-requisito - muitos não alfabetizados - falta conhecimento das 4 operações - questões cognitivas e psicológicas - progressão parcial passa o aluno sem saber matemática - déficit de atenção. (P1)</p> <p>Realizam os processos operatórios de maneira mecânica - dificuldade é maior na resolução de problemas - perguntam sobre onde usar na vida - para que serve? - representação abstrata que eles apresentam dificuldade - equações é mais produtivo com desenho de balanças - desinteresse - indisciplina - defasagem. (P2)</p> <p>Alunos semianalfabetos - não têm apoio familiar - número excessivo de faltas - localização da escola tem influenciado - comunidade carente - quanto maior a carência, maior as dificuldades - rotatividade dos alunos - falta base - os alunos não sabem as operações básicas - dificuldade nas operações básicas - dificuldade no português por conta da alfabetização - 4° e 5° ano deveria ser professor especialista em matemática e português - passar os alunos por progressão - aluno passa sem saber. (P3)</p> <p>Muito conteúdo - principalmente a parte de geometria - Proporcionalidade trabalha de forma bem sutil - a partir do oitavo, ela é mais bem trabalhada. (P4)</p> <p>Problema que eles não têm bagagem - nova educação - é mandar para frente - dificuldade dos meninos - é a tabuada - eles não aprenderam - não sabem - como achar o resultado - a gente nem conseguiu entrar nesse assunto - eles estão bem atrasados - Vai ter que ser no oitavo - A ver a regra de três - Não teve condições - Eles não têm a base - muita dificuldade - Nome dos termos - produto - não associam ao nome do termo. (P5)</p> <p>Mais tempo pra poder se organizar - demanda do dia a dia - amadurecer um pouquinho - muito imaturos - difícil - letras - bagunçou tudo - desesperam - valores desconhecidos - encobertando - símbolos - representatividade - questão do medo - imaturos para trabalhar com a Álgebra - eles não conseguem entender - muito falho - muito aleatório nessa fase da vida deles - conteúdo muito complicado - muito puxada - muito abstrata - complexa - pandemia - trouxe um atraso muito grande na educação - uma falha muito grande na base - muita dificuldade - tabuada - falta de pré-requisitos - dificuldade nesse hábito de fazer tarefa - o hábito do estudo - problemas sócio- culturais - não tem condição da gente de acompanhar - dificuldade em conseguir profissional de apoio - mais profissionais de apoio no município do que no Estado - alunos que não têm laudo - aqueles problemas familiares que refletem na escola - fator de sala lotada - não consigo atender todos - base familiar - cultura - socioeconômica. (P6)</p> <p>Pra que eu vou usar isso? - Quem que inventou pôr X na matemática? - não entendem a questão da gente substituir o X - não sabem o valor - a gente quer descobrir - jogando umas letras - como se entende o sentido daquilo - dificuldade - nota das provas - foram super baixas - regra de três - razão - eles invertiam - noção de fração - proporção - grandeza diretamente - Regra de três compostos - preguiça de copiar - nervosismo de prova - insegurança - ansiedade - deu branco - não sei o que acontece - na hora de corrigir e fica até triste - não conseguiu resolver - não sei o que aconteceu - Qual foi a quebra que aconteceu? - O que fazer, né? - se o aluno não sabe resolver uma multiplicação - nem divisão - muita defasagem - acaba atrapalhando - continuidade - linguagem difícil - exercícios - não fazem parte do cotidiano deles - aluno não se identifica - não consegue avançar - dificuldade com base. (P7)</p> <p>Na escola não tem o ambiente recursos - não tem um laboratório de matemática - espaço físico - aquisição de novos materiais - Ficamos engargalados - acumulando material na sala de professores - dificuldade na parte de fazer as contas - operacionalização - sem tempo - muitos planejamentos diferentes - sobrecarregado - pré-requisitos - conceito do que é multiplicação - não têm bagagem anterior - retomar muitas vezes - sufocado</p>
---	--	---

		<p>em aulas - número de aulas reduzindo - currículo - pré-requisitos - voltando - demorando - operações básicas - não foi preparado - alfabetizar - atender essas demandas da base. (P8)</p> <p>Falta de pré-requisitos - pandemia - muita dificuldade - grande maioria - não têm o apoio em casa - não conseguem entender - variável - letra - não tem lógica - Não compreendo a dificuldade - especialistas para saber se eles têm algum problema - discalculia - autismo - a família não olha - abandonado - não são alfabetizados matematicamente - números - operações. (P9)</p> <p>Ideia muito fragmentada - frágil - não domina as operações - tabuada - momento muito inapropriado - braços e os pés amarrados - absorvem muito pouco - não conseguem entender fórmulas contextualizadas - não têm bagagem - não têm noção de grandeza - tecnologia - Não soube aproveitá-la. (P10)</p> <p>Pré-requisitos - falta apoio da família - recursos didáticos - dificuldade de interpretação - falta de interesse - motivação. (P11)</p>
	<p>A vivência é a base que vai construindo cada tijolinho da experiência profissional.</p>	<p>Ideia real - matemática no dia-a-dia - representações de modelos matemáticos úteis - entender situações cotidianas - adaptando experiências e vivências à realidade da escola - essência da palavra razão, exatidão - Não utilizo - Experiência profissional - Adaptações de acordo com o aluno e com a turma - Avaliação diagnóstica - experiência de sala. (P1)</p> <p>As vivências que me capacitaram para trabalho docente - planejamento - várias fontes - resolução de exercícios - exemplos do cotidiano - contextualizando as vivências deles - facilidade usando a regrinha de três - construção do pensamento - desenhos e exemplos do cotidiano do aluno - não há uma base teórica - matemática é prática - trabalho colaborativo - aluno monitor - aqueles que têm mais facilidade ajudam. (P2)</p> <p>Desenvolver Proporcionalidade mais no 8º ano porque no 7º ano apresentam muita dificuldade - só consigo trabalhar o início de Proporcionalidade no 7º ano - início pela razão e trabalho proporção - foco mais na regra de três - método de raciocínio na resolução de problemas - sala de jogos - informática - Prática mais pautada na vivência - plano adaptado de acordo com o público - material dourado para operações básicas - material concreto. (P3)</p> <p>Material muito lúdico - lúdico é muito importante - não acelero pra chegar na Álgebra - final do ano- depois da geometria- depois que a gente já viu conjuntos numéricos- A Álgebra no oitavo ano, pra ele, vai ficar mais fácil - Proporcionalidade - situações - problemas - interpretações - situações que trazem nos livros didáticos - traz até mesmo na realidade deles - Prática - experiência (P4).</p> <p>Alguns jogos - experiências - jogos online - Vivência - cada sala é uma sala - não tem como aplicar do mesmo jeito - Pelos alunos- para ver se consegue alcançar o objetivo - não deu certo - tenta de outro jeito. (P5)</p> <p>Poder trabalhar interdisciplinar - forma mais divertida - estrelinha - coraçãozinho - desmistificar - o concreto - amenizar esse impacto - figuras - brincadeiras - forma mais simples - superficial - sigo de acordo com a turma - Eu vou tentando - geralção - apanhado - um resumo - passo exemplos - exercícios - tentando atender individualmente - observando - está conseguindo acompanhar? - A turma não está acompanhando? Para - mais ou menos juntos - aparece alguma ideia - vai dar certo - buscando estratégia- de acordo com a necessidade da sala - coisas mais concretas - umas ideias que vão vindo - algum joguinho - recursos - situação de problema - vai tentando - atingir o máximo de alunos - Diversificando - Necessidade de sala de aula - aquilo ali no dia a dia - prática - ver o que é possível ser feito - Experimentando, errando - variando - cada aluno é uma necessidade diferente. (P6)</p> <p>Metodologia tradicional - é lousa, quadro, fazer exercício do livro - jogos nunca dava certo - frustrada - livro e lousa mesmo - correria - substituo - terminar o ano - situações-problema - breve resumo - exemplos - exercícios do livro - correção - Coloco eles para fazer no quadro - regra de três - passo o</p>

		<p>conteúdo forma mais simples - cotidiano do aluno - seguir o livro didático - seguir o plano de curso - corrigir atividade - metodologia tradicional - é lousa, quadro, fazer exercício do livro. (P7).</p> <p>Internet - Ser criativo - O laboratório tem outro objetivo - escola é integral - aula expositiva é cansativo - material manipulativo - tirá-los de sala - computador - exemplos diferentes - história da matemática - bola um material - evito um pouco matematizar numericamente os exercícios - fazer coisas mais lúdicas, mais visuais, mais estimativas - Fazer até somas geométricas com compasso - parceria - ampliações e reduções - artes - noção visual da matemática - deixar eles errarem - materiais de livros didáticos - Com certeza pela experiência - construindo cada tijolinho - material que tem na internet - me inspirar - ter ideias novas - ideias diferentes - adapto sempre para a realidade da escola - metodologia de um jogo. (P8)</p> <p>Aula nos canais - no YouTube - concreto - diversificar, contextualizar - receita - prática - concreto - comparação - Diversifico- BNCC - a própria vivência - a própria experiência - vai tentando diversos caminhos. (P9)</p> <p>Trabalhar problemas - traduzir problemas em linguagem algébrica - copiar do quadro - caderno - instrumento de consulta - organização - capricho - organização - comportamento - Você se esforça para ensinar- O aluno tem que se esforçar para aprender - O aprender é ele, não é comigo - eu aprendo com ele, mas ele não aprende comigo - Trajetória - bagagem - experiência - muita vontade - trabalhar - muita energia- pensar em estratégias- eu já tinha o jeito- não consegui ser influenciado pelas teorias - formação educacional específica - especialização no ensino da matemática - tabuada - número. (P10)</p> <p>Vídeos - situações-problema - experiência - internet - olimpíadas - recursos tecnológicos - Apoio em minhas vivências - conhecimento de tecnologia - práticas - internet. (P11)</p>
--	--	--

Como se pode ver no Quadro 8, o núcleo de significação 3 foi apreendido a partir de dois indicadores:

- O professor aprende com o aluno, mas o aluno não aprende com o professor e, então mudam-se as estratégias, mas a defasagem, o analfabetismo, a ausência de conhecimentos prévios necessários (principalmente em relação às operações básicas), as dificuldades de aprendizagem, a falta de interesse, a imaturidade, a carência, os problemas socioculturais são algumas das dificuldades apontadas que frustram a concretização do trabalho docente.
- A vivência é a base que vai construindo cada tijolinho da experiência profissional.

Tais indicadores constituem o núcleo de significação: *Uma racionalidade prática prevalece nas estratégias didáticas as quais variam de acordo com as vivências e experiências em um processo de acerto, erro e moldam-se às dificuldades enfrentadas na tentativa de amenizá-las.*

Há várias dificuldades enfrentadas no ensino de Álgebra e Proporcionalidade apontadas pelos professores e de diferentes ordens.

P 7: Então eu vejo que eles têm muita defasagem. E aí isso acaba atrapalhando, né? Você dá continuidade.

P 6: E o hábito dos alunos, o hábito que eles não têm de fazer tarefa, porque a tarefa é um complemento daquilo que você trabalhou em sala de aula, aqui eu tenho muita dificuldade nesse hábito de fazer tarefa.

P 8: Não, não tem um laboratório de matemática e espaço físico mesmo, né? Apesar da aula ser laboratório de matemática. Até no começo do ano, a gente conversou com o diretor. Aliás, no final do ano passado, a gente levou esse projeto de montar um laboratório de matemática, um espaço físico.

Porque senão... E é um diferencial, né? Porque esse ano, muitas vezes, a gente faz uma atividade, a gente bola um material. Eu tenho o material físico, eu tenho ele em mãos. Só que ele é muito grande para guardar.

Então, o físico que eu estou transportando, eu venho de moto. Então, eu vou transportando todos os materiais. Não tenho um espaço direcionado para isso.

P10: [...]hoje o caderno não é fonte de consulta, porque ele é fragmentado, ele é mal construído.

As dificuldades são muito imperceptíveis. Cada um com a sua, mas você vê que uma turma de 30 alunos, você observa que cada um tem uma, ou uma tendência de se tornar coisa muito simples, ou uma tendência de se tornar uma coisa muito complexa.

[...] você já havia citado sobre as dificuldades, sobre laudos. O que acontece? Cada aluno nosso é estratificado. As dificuldades, não é uma dificuldade, o João tem uma dificuldade tal, e a Maria uma dificuldade tal.

P3: A rotatividade dos alunos no E.F. 2 é grande. A localização da escola também influencia. Minha escola está em uma comunidade carente. Quanto maior a carência, maior as dificuldades.

P2: O desinteresse, a indisciplina atrapalham principalmente aquele aluno que tem dificuldade. E a defasagem que é grande, principalmente por causa da pandemia.

P1: Questões cognitivas e psicológicas, como déficit de atenção, alfabetização, interpretação, falta de interesse, continuação do estudo em casa, falta de pré-requisitos. Tem alunos que estão nas 4 operações ainda.

Na progressão parcial o aluno passa em outras matérias e vai sem saber matemática.

Como estratégias didáticas, os professores compartilharam algumas de suas práticas.

P4: Às vezes, a gente sai pelo pátio para mostrar alguma coisa de concreto para eles. Buscando diversificar, contextualizar, trazer para o concreto, né?

P5: Eu acho que é muita coisa. Mesmo que a gente utilize o livro, se a gente fosse trabalhar alguma metodologia ativa, a gente iria precisar de muito mais aulas. Às vezes eu pego da internet, por exemplo. Eu passo muito os exercícios do livro como atividade para eles.

P6: Com Proporcionalidade, mais é situações, problemas, interpretações. De situações que trazem nos livros didáticos, que traz até mesmo na realidade deles.

P8: Eu até brinco com eles e falo, olha, no lugar da letrinha, põe uma estrelinha, põe um coraçãozinho, vamos tentar de uma outra forma mais divertida, para ver se quebra um pouco essa questão do medo que eles têm de quando entram letras no meio dos números, igual eles falam, “entrou letra, bagunçou tudo”.

P9: Então eles, opa, algo está errado. Então eles retomavam a conta, e eu acho que isso é bem legal, pelo menos na parte de laboratório eu consigo estimular bastante essa noção visual da matemática, e como que às vezes a conta pode estar errada ou certa, dependendo de como o nosso resultado se mostra. E foi assim, por teste, por erro, acerto.

Observamos que, comumente, os professores variam suas estratégias dependendo de fatores como tempo, envolvimento da turma, disponibilidade de recursos. Percebemos a prevalência de abordagens a partir de situações com aproximação do cotidiano dos alunos, problemas de livros didáticos, adaptações que facilitam o entendimento. As práticas mais lúdicas são frequentemente utilizadas pelos professores de laboratório de matemática. Não identificamos indícios de estratégias didáticas que considerem uma organização do ensino com vistas ao desenvolvimento do conhecimento teórico.

É natural que os professores se sintam responsáveis pelo progresso e sucesso de seus alunos. Eles investem tempo, esforço e paixão em seu trabalho. Quando os resultados não atendem a essas expectativas, é compreensível que os professores questionem suas próprias práticas de ensino e se perguntem se poderiam ter feito mais para ajudar os alunos a terem um melhor desempenho. Cada aluno é único, com habilidades, necessidades e circunstâncias individuais. Nem sempre é possível para um professor atender a todas essas diferenças de maneira eficaz. Alguns alunos podem enfrentar dificuldades de aprendizagem, desafios pessoais ou falta de apoio em casa, o que pode impactar seu desempenho acadêmico independentemente dos esforços do professor.

Em algumas entrevistas, os professores relataram enfrentar restrições de recursos, tanto materiais quanto humanos, que podem limitar sua capacidade de oferecer o suporte necessário aos alunos. Salas de aula superlotadas e falta de materiais didáticos adequados.

O ambiente escolar e o contexto social mais amplo também têm um papel significativo no desempenho dos alunos. Fatores como o clima escolar, o envolvimento dos pais, a qualidade do currículo e as oportunidades extracurriculares podem influenciar os resultados. Os professores podem se sentir impotentes diante desses fatores externos, o que pode aumentar sua sensação de culpa.

Sobre este contexto, Tardif (2008, p. 27-28) esclarece

Contudo, o estudo da docência entendida como um trabalho continua negligenciado. A escola: enquanto organização do trabalho, normalmente, serve apenas como referência implícita ou parcial para a discussão do currículo, das disciplinas, da didática ou das estratégias pedagógicas. Em nossa opinião, o perigo que ameaça a pesquisa sobre a docência e, mais amplamente, toda a pesquisa sobre educação, é o perigo da abstração: elas se fundamentam as mais das vezes sobre abstrações - a pedagogia, a didática, a tecnologia do ensino, o conhecimento, a cognição, a aprendizagem, etc. - sem levar em consideração fenômenos como o tempo de trabalho dos professores, o número de alunos, suas dificuldades e suas diferenças, a matéria a cobrir e sua natureza, os recursos disponíveis, as dificuldades presentes, a relação com os colegas de trabalho, com os especialistas, os conhecimentos dos agentes escolares, o controle da administração, a burocracia, a divisão e a especialização do trabalho etc.

Ao serem questionados sobre sua fundamentação teórica, todos os professores disseram seguir nenhuma teoria específica, pois pautam-se mais pelas experiências advindas de sua prática docente. Observamos uma prevalência da racionalidade prática e da valorização de suas capacidades criativas, sua sensibilidade e habilidade de adaptação. Os professores tratam a docência quase como um “dom” ou uma aptidão intrínseca que se revela naturalmente e constitui sua identidade profissional. O saber do professor é aquele que ele adquiriu na formação, mas também é o que adquiriu na experiência. O professor também constrói saberes. Conforme Tardif (2008, p. 38), “valorizar os atores e suas práticas docentes não contrapõe as perspectivas teóricas que abordam o ensino.” Trata, ainda, das implicações de se analisar o trabalho docente somente pelos quadros sociais globais. Ele considera importante complementar esse ponto de vista, “levando a pesquisa ao campo propriamente dito das práticas cotidianas pelas quais se realiza e se reproduz o processo de trabalho dos atores escolares (p.38).” Assim valoriza-se a prática docente sob os pressupostos oriundos de seu próprio contexto.

Tardif (2008, p. 44) afirma que “o ensino pode ser visto como uma atividade fortemente marcada pelas interações humanas, pouco formalizada, diferenciada e difícil de controlar. Seus objetivos parecem problemáticos por serem definidos em função de contextos variáveis de trabalho e de imprevistos.” Mas, ainda segundo o autor, o ensino parece basear-se em uma “racionalidade fraca” caracterizada pela utilização de conhecimentos personalizados, saberes oriundos da experiência, enraizados na vivência profissional e que ajudam os docentes a se adaptarem, bem ou mal, ao seu ambiente de trabalho composto e em constante transformação.” Torna-se, segundo Tardif (2008, p. 44), um trabalho regulado por “esboços flexíveis de ação, de rotinas modeladas pelo uso, mas que possibilitam também importantes variações de acordo com as novas contingências das situações escolares que sempre se transformam.”

Outro aspecto importante acerca das dificuldades enfrentadas pelos professores é a imaturidade dos alunos que, nas entrevistas, foi apontada como fator de complicação do ensino de Álgebra e Proporcionalidade.

A concepção de aluno imaturo pode ser problematizada à luz das idades psicológicas, que reconhecem que o desenvolvimento humano não segue um padrão uniforme, mas sim um conjunto de processos complexos que interagem com contextos sociais e educacionais. Ao rotular alunos como "imaturos", corre-se o risco de desconsiderar as particularidades de suas trajetórias de desenvolvimento, que são influenciadas por fatores como histórico familiar, experiências prévias de

aprendizagem e contextos culturais. Além disso, as idades psicológicas destacam que cada aluno pode estar em diferentes estágios de desenvolvimento em áreas cognitivas, sociais e emocionais, o que implica que a abordagem educacional deve ser diferenciada.

As “Idades Psicológicas” tratam das fases de maturação intelectual do desenvolvimento humano. Destacamos, neste estudo, o período da adolescência que, de acordo com Anjos e Duarte (2016), fundamentados em Elkonin (1960), abrange de 11-12 anos a 15 anos (embora não possa ser reduzido à cronologia ou a mudanças biológicas naturais). Nesse período de idade, é que se encontra a maioria dos alunos do 7º ano, no Brasil. A adolescência, segundo a psicologia histórico-cultural, é uma fase de transição, cuja atividade-guia é a *comunicação íntima pessoal* e a *atividade profissional/ de estudo*.

Sobre a comunicação íntima pessoal, Anjos e Duarte (2016, p. 201), baseados em Elkonin (1960), afirmam que “o trabalho pedagógico deve pautar-se no grupo de adolescentes, e não apenas no indivíduo isoladamente, considerando que a opinião dos adolescentes sobre si e suas qualidades coincide mais com a valorização que seus colegas fazem, e não no que pensam seus pais ou professores.” Como a opinião do grupo social e da coletividade escolar influi sobre o modo de agir dos adolescentes, Anjos e Duarte (2016) explicam que é importante que o professor tenha uma boa organização do processo educativo, orientado para o desenvolvimento do pensamento dialético, enquanto o adolescente aprende a pensar por conceitos. Os autores (2016), ainda, afirmam que, para Elkonin (1960), os alunos nessa fase necessitam de incentivo para o aumento da independência e responsabilidade, podendo esses serem fatores determinantes de aspectos positivos de sua personalidade.

Sobre a atividade profissional/de estudo, Anjos e Duarte (2016, p. 201) afirmam que essa é “caracterizada pelo motivo fundamental de estudar para se preparar para o futuro.” Os autores (2016, p. 202) também salientam que “O maior desafio da educação escolar de adolescentes é o de conseguir, ao mesmo tempo, preparar para atuação no mundo do trabalho e não limitar a formação do indivíduo a um processo de adaptação a esse mercado, à lógica do capital e à ideologia burguesa.”

É indispensável considerarmos que, segundo Elkonin (1960), citado por Anjos e Duarte (2016, p. 202), uma das particularidades da adolescência é seu caráter ativo, que, muitas vezes, conduz ao “desprezo dos conhecimentos científicos e técnicos por considerarem que estes não têm significado prático.” Assim, orientam para uma educação que promova o desenvolvimento psíquico do adolescente, que consiga produzir “necessidades de conhecimento sistematizado nos alunos.”

Considerando o exposto, Oliveira, Santana, Silva e Rodrigues (2018), apoiadas em Vygotsky (1997), ressaltam as rupturas que ocorrem na periodização das idades psicológicas. Não necessariamente limitadas por fronteiras rígidas ou universais, a transição entre períodos do desenvolvimento humano é um processo dinâmico e socialmente mediado, no qual as mudanças ocorrem em resposta às interações entre o indivíduo e seu ambiente. As autoras também abordam a importância de “o professor conhecer e compreender cada fase de desenvolvimento psicológico da criança, bem como suas atividades principais, pois o possibilitará planejar atividades dentro da zona de desenvolvimento proximal do educando, na busca de criar condições para o discente alcançar a zona de desenvolvimento potencial.” (Oliveira; Santana; Silva; Rodrigues, 2018, p. 61)

O conhecimento teórico soma aprendizado à experiência já constituída dos professores, favorecendo e enriquecendo sua visão diante das dificuldades que surgem na prática docente. Relacionando isso ao ensino de proporcionalidade, muitos professores tendem a utilizar uma abordagem pragmática para resolver problemas de proporcionalidade. Essa prática, embora eficiente em algumas situações, pode levar a um ensino mecânico, na qual os alunos aplicam fórmulas sem necessariamente compreender os nexos internos do conceito proporcional, ou seja, sem desenvolver uma compreensão profunda sobre as relações entre grandezas.

Assim, o ensino de proporcionalidade, sob a perspectiva histórico-cultural, requer que o professor vá além da mera apresentação de fórmulas e regras, e inclua atividades que promovam a interação social, o uso de ferramentas culturais (como a linguagem e representações matemáticas) e a exploração dos nexos internos dos conceitos. Dessa forma, o aprendizado do raciocínio proporcional se torna uma atividade rica em significado, na qual o aluno não apenas utiliza conhecimentos, mas também compreende o raciocínio subjacente às relações proporcionais.

Há uma predominância de uma racionalidade prática nas estratégias didáticas dos professores, que ajustam suas abordagens com base em suas vivências e experiências acumuladas. Essa adaptação ocorre por meio de um processo contínuo de acerto e erro, no qual os docentes moldam suas metodologias de acordo com as dificuldades que encontram nas salas de aula, buscando formas de amenizar os obstáculos enfrentados pelos alunos. Essa racionalidade prática, enquanto eficaz em alguns contextos, pode limitar o desenvolvimento de um pensamento proporcional mais elaborado.

5.3.4 Núcleo de Significação 4 - Equilibrar o descompasso entre as normativas, o currículo, o plano de curso, os livros didáticos com avaliações externas e a realidade de sala de aula gera metas que os professores não dão conta de atender.

Por último reunimos os pré-indicadores referentes ao tema “documentos normativos, currículo e livros didáticos”. Sob esse assunto, discriminamos dois indicadores, que deram origem ao núcleo de significação 4 (Quadro 9).

Quadro 9 – Processo de apreensão do núcleo de significação 4

Núcleo de significação	Indicadores	Pré-indicadores
<p>Equilibrar o descompasso entre as normativas, o currículo, o plano de curso, os livros didáticos, com avaliações externas e a realidade de sala de aula, gera metas que os professores não dão conta de atender.</p>	<p>Programas, normativas e currículos, podem organizar, nortear ou desnortear, já que as propostas são lindas e maravilhosas no papel, mas engessam o trabalho docente prejudicando e apontando resultados de avaliações externas desconectadas da realidade da sala de aula.</p>	<p>Referência - tem coerência - não é 100% - base norteadora do sistema - sigo à risca - ajuda a organizar. (P1) Padronizar o ensino - sigo o plano de curso – incoerente - material usado para SAEB não coincide com plano de curso oferecido pelo Estado - ajuda, porém é muito extenso - cumprir 60% dele - escolhas - mais importante - melhorar a organização - sequencia - conceitos. (P2) Currículo ajuda - organiza – extenso. (P3) Avaliação externa - deveria ser de acordo com o currículo - pesquisa com o professor do que foi trabalhado - porque o currículo é muito extenso - a gente não consegue cumprir tudo - trabalha dentro do currículo. (P4) Um norte - Não digo que vai conseguir o 100% - aplicável. (P5) Tento seguir até onde dá para ir - nos desnorteiam - desorientam - não consegui absorver - bate o desespero - você tem que trabalhar - não te corresponde- eu paro e faço do meu jeito - a gente tem que seguir - eu vou de acordo com a turma - Não tem condição - Muito extenso - forma espiral - progressão - muito bonito – BNCC - Tudo funciona - lindo e maravilhoso - lindo se tudo desse certo - realidade da sala de aula - os obstáculos - você não consegue - temos várias dificuldades - enfrenta- séries anteriores - dar sequência - fica falho para o próximo ano - extenso o conteúdo - ficou faltando - vai aumentando uma distância daquilo que você tem que alcançar - respeitar o tempo do aluno - demanda - dificuldade - Estado é muito burocrático - profissional de apoio. (P6) Plano de curso - orienta bastante - muito conteúdo pra ser trabalhado em um bimestre - muita coisa - precisa de um tempo maior. (P7) Atolado - plano de curso - vem pronto - divido por bimestres - acabo não seguindo - não condiz com a minha realidade - não consegui bater - impotente - achando que eu fiz errado - SIMAVE - caíram questões que eles não tinham visto ainda - optei por trabalhar de uma forma diferente - por que você não explicou isso aqui ainda? - meio que engessou - prejudicado - nota para a escola - não conseguiu trabalhar - não souberam atender essas habilidades - currículos de referência e a BNCC- pré-estabelecem - disciplina - para a gente conseguir - acho que é muita coisa; (P8) Organizam o ensino - boa proposta - consigo fazer 80%, 70%, 80% do trabalho - sequência - rever de novo - mais profundidade - avaliações externas - pequena parcela desses alunados que tem essa consciência. (P9) Nem sempre dá tempo de estudar razão e proporção – escolher - o que acha mais importante - passar mas não ensinar - angústia - seu viver da sala de aula contradiz aquilo que está escrito - não dá conta de atender - muito frustrante - prova de Saeb - prova externa - questões que você não conseguiu passar para o aluno - nem consegue dar - existe uma desconexão - o conteúdo não é como</p>

		<p>uma pastelaria - Aquilo demanda tempo, demanda trabalho, demanda dedicação, renúncia - O aprender é o aluno - Mas eu imagino que eu não consiga melhorar a minha forma de ensinar sem que o aluno não tenha participação no aprendizado - O professor tentando ensinar e o aluno não dá uma resposta - confronto com a didática - apto - situação de uma prova externa - prova externa é muito fria - não sabe a realidade do cotidiano - não mede essa dificuldade. (P10)</p> <p>Organiza – orienta - consigo seguir – extenso. (P11)</p>
	<p>Entre o antigo que favorecia o teórico, o treino e o atual que dá ênfase na contextualização, na interpretação, o livro didático ainda é uma importante fonte de pesquisa.</p>	<p>Apresenta sequência bem construída - Foco na interpretação - Bom raciocínio - construção do que é razão e proporção - regra de três - multiplicar cruzado - mecânico - historicamente as abordagens dos livros mudaram - as abordagens de hoje são mais contextualizadas. (P1)</p> <p>Abordagem da sequência incoerente - resolução de atividade - contextualização - favorece o entendimento. (P2)</p> <p>Nunca consegui contemplar o livro inteiro - mais contextualizado - dificulta o entendimento - livros antigos tinham níveis de treinamento e dificuldade - o aluno conseguia compreender e dar continuidade - hoje as atividades não têm treino – poucas - não apresentam níveis de dificuldade - abrangem todos os tópicos pertinentes - intercalo livros novos com antigos. (P3)</p> <p>Não, do sétimo ano foi possível seguir - bom recurso - vai de acordo com o que a gente vai trabalhar - a abordagem de Proporcionalidade é satisfatória - autores que estão aí há mais tempo - por causa da proposta do livro didático - um bom recurso de pesquisa - fonte de pesquisa para os alunos - conseguem entendê-lo - atividades - têm dificuldades. (P4)</p> <p>Bem fraquinho - poucos exercícios - Matemática é treinamento - fazer até seu cérebro assimilar - Antigamente era mais pá-pum - Era mais direto - Hoje em dia floreira demais - atrapalha - os meninos não têm interpretação - Aí faz um texto enorme - depois fazer o exercício - o aluno se perdeu lá na segunda linha - não tem a mínima ideia que ele está lendo mais. (P5)</p> <p>Antigamente - complete, efetue, resolva - repetição de exercício - não tinha mais aquela parte do raciocínio lógico - Hoje - muitas questões contextualizadas - não vem a questão do treino - penso que o livro didático deveria ter uma parte de treino do conteúdo - matemática é treino - base formada - base solidificada - passar para as construções dos conhecimentos - análises - interpretações - muito complexa para o aluno - passo a atividade do livro didático depois - treino, a explicação, o treino, e depois fazer com eles esses exercícios - ajudá-los - construir esse pensamento - sozinhos não conseguem - Autonomia - muito falho - trabalhar juntos - sinto falta - planejamento - flexível - eu vou e volto. (P6)</p> <p>Eu opto por seguir o livro didático - o aluno não se identifica - exercícios - não fazem parte do cotidiano deles - Eu passo muito os exercícios do livro como atividade para eles - linguagem um pouco difícil - não conseguem fazer sozinhos. (P7)</p> <p>Faço um remelexo de vários livros - atividades diferentes - busco atividades contextualizadas - não costumo trazer as definições dos livros – apoio - estão ficando um pouco mais curtos - mais segmentados - várias seções bem curtas - Explica pouca coisa - exemplo bem superficial e rápido - Muitas imagens - tira foto e vende depois - poucos exercícios - muito grandes os exercícios - Porque eu acho que antes, quando iniciava um capítulo novo, dava todas as explicações - servia um pouco mais para a gente - Formalização maior - tinha muito mais exercícios - está ficando cada vez mais difícil. (P8)</p> <p>Não uso muito - ele contribui - tem muito exemplo prático - atividade contextualizada- antigamente eram muito teóricos. (P9)</p> <p>Não tinha figura - não tinha desenho - Hoje, eles tentam dizer que é uma contextualização - contextualização não auxilia muito - eu pego um pouco de cada autor - é muito superficial - político - mais resumido - antigamente -</p>

		<p>tenho um livro que é um verdadeiro tesouro - tem tudo – conceito - exemplo - exercício de aprendizagem - fixação - Não adianta só um livro muito elaborado, muito contextualizado - sem dar ao aluno o que precisa - gente dá muita volta para chegar num assunto - não sigo rigorosamente um livro didático - faço um apanhado. (P10)</p> <p>Utilizo as atividades - resolvo os exercícios - muito contextualizado - dificuldade - não tem autonomia na resolução - era mais direto - mais exercícios de treino. (P11)</p>
--	--	--

No Quadro 9, podemos ver os dois indicadores, apreendidos dos pré-indicadores relacionados:

- Programas, normativas e currículos podem organizar, nortear ou desnortear, já que as propostas são lindas e maravilhosas no papel, mas engessam o trabalho docente prejudicando e apontando resultados de avaliações externas desconectadas da realidade da sala de aula.
- Entre o antigo que favorecia o teórico, o treino, e o atual que dá ênfase na contextualização, na interpretação, o livro didático ainda é uma importante fonte de pesquisa.

A partir desses indicadores, elaboramos o núcleo de significação: *Equilibrar o descompasso entre as normativas, o currículo, o plano de curso, os livros didáticos com avaliações externas e a realidade de sala de aula gera metas que os professores não dão conta de atender.*

No contexto capitalista e neoliberalista brasileiro, a educação frequentemente reflete as tendências e os valores econômicos predominantes na sociedade. Nesse cenário, a qualidade da educação muitas vezes é medida em termos de resultados quantitativos, como notas em exames padronizados, em detrimento de uma avaliação mais holística, ou seja, que considera o aluno de forma integral, observando não apenas os resultados finais de uma tarefa ou prova, mas todo o processo de aprendizagem, bem como os aspectos cognitivos, emocionais, sociais e culturais que influenciam esse processo. Dessa forma, os profissionais da educação podem se ver reféns das demandas do trabalho imposto por essa estrutura social que, possivelmente, os conduz a uma descaracterização profissional.

Mas, assim como Maubant, Roger e Lejeune (2023), que escrevem como a desprofissionalização é associada à desqualificação, ressaltamos, com base nesses autores, que a precarização do trabalho pode ser entendida como a desvalorização da categoria de trabalho. Desse modo, “A desprofissionalização afeta a atividade do trabalho e, em primeiro lugar, levanta a questão dos saberes profissionais necessários ao trabalho” (Maubant, Roger e Lejeune, 2023, p. 43).

Vários fatores podem contribuir para a desprofissionalização docente, incluindo políticas governamentais que enfatizam a padronização do currículo, a ênfase excessiva em testes padronizados de avaliação, a falta de investimento na formação contínua dos professores e a desvalorização social da profissão. Como esclarecem Maubant, Roger e Lejeune (2023, p. 42),

[..]a desprofissionalização se manifesta por meio de sinais observáveis de transformações constatadas, tanto no nível dos profissionais, ao analisarem as condições de exercício de sua atividade, quanto no nível das organizações de trabalho, ao estudarem especialmente os novos modelos de governança e gestão. Os sinais ou formas de desprofissionalização observados definem, por vezes, a própria desprofissionalização, sendo elas: sofrimento no trabalho, perda de referências profissionais, diminuição da autonomia profissional. Esses aspectos referem-se diretamente à situação do trabalhador, aos seus comportamentos, à sua identidade física e psicológica.

Entendemos que, embora seja importante que os professores reflitam sobre sua prática e busquem maneiras de melhorar, é igualmente importante reconhecer que o desempenho dos alunos é influenciado por uma ampla gama de fatores, muitos dos quais estão além do poder e das atribuições do professor. Culpabilizá-los pelos maus resultados dos alunos, é uma forma de desprofissionalização.

As atuais reformas curriculares em vigor no País e a efetividade de seus propósitos devem ser analisadas à luz da perspectiva do Estado Neoliberal. A proposta político-pedagógica no contexto brasileiro é condicionada pelo que esse modelo estatal considera viável e adequado para a educação escolar. Esse princípio coloca nossa educação à mercê das exigências do mercado e dos imperativos da dinâmica capitalista, resultando no aprofundamento das disparidades entre as diferentes classes sociais.

Nessa dinâmica, os profissionais da educação têm, a partir dos documentos oficiais, seu trabalho regido por competências impostas a partir da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que passam então, a nortear os currículos da Educação Básica e a formação dos docentes, ou seja, formar professores capazes de ensinar com base nas prescrições desse documento norteador. Concordando com essa perspectiva, Lima e Sena (2020, p. 13) afirmam que “Ainda que parte dos conceitos (como o de competências), não seja novidade, na conjuntura das reformas em curso, eles anunciam e concretizam um alinhamento ‘definitivo’ da educação brasileira com os princípios e propósitos do capitalismo global.”

Sob a conjuntura em que vivemos hoje, de sociedade e mídia capitalistas, nas quais o professor se vê despreparado diante dos desafios, é imperativo questionarmos se ele consegue perceber o processo de desprofissionalização, mesmo que não se manifeste. Observamos indícios

desse quadro nos relatos dos entrevistados que compartilharam sentimentos, culpabilidade, dificuldades e desinteresse de seus alunos.

Professora P7: Só que, igual, uma coisa que eu percebi, assim... Com alguns alunos. Muitos participavam em sala de aula. Quando eu perguntava, eles respondiam certinho. Conseguia resolver certinho. E aí chegou na prova. Não sei o que aconteceu, sabe? Não sei se é nervosismo de prova, que sempre tem. Insegurança, ansiedade, né? Tem uns que falam. Ah, deu branco. Não sei o que acontece.

Muito comum. Muito comum isso daí. A gente pega na hora de corrigir e fica até triste.

Professor P9: Você pode tentar de tudo quanto é maneiro, você não consegue, às vezes, atingir. Às vezes, é imperativo. E, provavelmente, às vezes, esse aluno deve ter algum problema, mas que a família não buscou para saber, para detectar se ele tem ou não. E a gente fica sofrendo com isso. Ao passo que se a escola tivesse um profissional para fazer esse trabalho... Porque, se depender da família, a família não olha. Está abandonado.

Professor P10: Na verdade, a organização normativa, ela angustia, porque o seu viver da sala de aula contradiz aquilo que está escrito. Você não dá conta de atender. Você não dá conta de atender. Às vezes, é muito frustrante você chegar numa sala, numa prova de Saeb, uma prova externa, e você vê ali questões que você não conseguiu passar para o aluno.

Você está ali, por exemplo, no início do ano, aí chega ali, você pega uma prova externa que pede para você falar sobre semelhança de triângulo, que é lá na frente, e que às vezes você nem consegue dar. Então, existe uma desconexão entre o que você realmente consegue trabalhar em sala e o que é pedido. Porque não é, vamos dizer assim, **o conteúdo não é como uma pastelaria**. O aluno chega e diz que quer dois de carne e dois de queijo. Não é assim. Aquilo demanda tempo, demanda trabalho, demanda dedicação, renúncia.”

Professora P4: É. Eu acho que a avaliação externa, ela deveria ser de acordo com o currículo. Deveria haver uma pesquisa com o professor do que foi trabalhado, porque o currículo, ele é muito extenso, a gente não consegue cumprir tudo.

Mas, a gente trabalha dentro do currículo, mesmo que a gente não consiga cumprir ele todo, e se a avaliação externa tivesse esse olhar, - o que o professor trabalhou? Pra poder ser feito, facilitaria bastante para os alunos.

Professora P6: Nessa questão da Proporcionalidade, eu percebo uma falha muito grande na base, os alunos estão com muita dificuldade naquilo que é a base, numa tabuada, nos pré-requisitos. Essa questão atrapalha muito a questão de você explicar alguma coisa. E o hábito dos alunos, o hábito que eles não têm de fazer tarefa, porque a tarefa é um complemento daquilo que você trabalhou em sala de aula, aqui eu tenho muita dificuldade nesse hábito de fazer tarefa. Tem pouquíssimos alunos que fazem tarefa, então isso dificulta muito. Então é a falta do pré-requisito, é a falta de ter esse hábito de fazer a tarefa, o hábito do estudo. E a gente vem enfrentando muitos problemas, além de problemas sócios culturais que a gente tem aqui, sócios econômicos, vários outros problemas que interferem na educação, tão difícil.”

Professor P8: Daí, nas duas primeiras provas do Simave, caíram questões que eles não tinham visto ainda, porque eu não tinha trabalhado. Eu optei por trabalhar de uma forma diferente. [...] Então, meio que engessou. A gente acaba sendo prejudicado de alguma forma, né, ou nós, ou eles, ou a escola, porque isso daí da nota para a escola. Isso daí é visto como a escola não conseguiu trabalhar esses conteúdos.

Professor P2: O material orientador para SAEB não coincide com plano de curso oferecido pelo Estado. [...] O currículo ajuda, porém é muito extenso. Conseguimos cumprir cerca de 60% dele.

Professor P3: O currículo ajuda porque organiza, mas é extenso. [...] Passar os alunos por progressão é trabalho mais para o professor do que para o aluno. O aluno passa sem saber.

Atentamos para alguns relatos que mostram preocupação com os resultados das avaliações, tanto internas quanto externas. Sendo esse um dos centros das atenções dos professores e das instituições, marcados pela cultura da avaliação, do controle, da vigilância. Os resultados se constituem em mecanismos formais de controle e responsabilização. Vemos nesses recortes, alguns pontos, muitas vezes negligenciados, pelo sistema avaliativo, como o descompasso entre o currículo, o instrumento avaliativo e as demandas de sala de aula.

No caso do ensino de proporcionalidade, essas discrepâncias podem levar os professores a focarem mais em cumprir conteúdos exigidos por avaliações externas, como as provas padronizadas, do que em proporcionar uma compreensão profunda e significativa do conceito. Como a proporcionalidade envolve tanto operações matemáticas quanto uma compreensão contextualizada de relações entre grandezas, o ensino acaba prejudicado quando se torna excessivamente voltado para a preparação para testes, ao invés de promover a abstração e a generalização e a compreensão dos nexos fundamentais que sustentam o conceito.

Na fala do P10 percebemos como a avaliação externa afeta a subjetividade do professor que busca desenvolver seu trabalho, mas que tem sua autonomia prejudicada e limitada pelas diretrizes impostas na realização dessa avaliação que afere o ensino. Quando não alinhado com as demandas desse processo avaliativo, o professor se vê penalizado e também seus alunos. Não lhe sobrando escolha; se não caminhar com as propostas externas, assume então a culpa por “não preparar o aluno” como se o aprendizado só ocorresse sob essas métricas.

Criado em 1990, o Saeb contribuiu largamente com a padronização, mensuração e classificação das aprendizagens dos alunos. Assim como outras avaliações em larga escala, tidas como dispositivos políticos utilizados para diagnosticar a qualidade da educação, os resultados do Saeb também servem para avaliar gestores e educadores, porém pouco favorece a correção dos desequilíbrios detectados, como afirma Felipe (2020).

Cabe pensarmos sobre as implicações dos fundamentos pedagógicos propostos na BNCC, nos currículos e nas matrizes das avaliações externas para o ensino. Cooperam com o nosso entendimento, as concepções de Sousa (2021, p. 73):

Considerando-se que tais fundamentos estão ancorados por uma visão que privilegia as matrizes de avaliações externas e exames nacionais, tais como: Pisa, Saeb, Prova Brasil, Olimpíadas, ENEM dentre outras, a primeira implicação para as práticas escolares está relacionada à fragmentação dos conceitos matemáticos e à padronização na organização do ensino, uma vez que, tanto os materiais didáticos, quanto as aulas estão praticamente

prontas, disponíveis em sites, apostilas e livros didáticos. Cabe aos professores da Educação Básica apenas treinar os alunos para se saírem bem nas avaliações.

A autora (2021) acrescenta implicações acerca da padronização que contribui com a perda da autonomia do professor. Atrelar o currículo às matrizes das avaliações externas força o professor ao papel de mero coadjuvante, responsável apenas pela aplicação de um currículo pensado por pesquisadores. Além de dificuldades decorrentes do surgimento de conceitos desconhecidos pela maioria dos professores da Educação Básica, como por exemplo o pensamento computacional.

Lima e Sena (2020, p. 20) apontam que, sob o foco da “teoria do professor reflexivo, que teve e tem significativa influência nas políticas de formação de professores, no currículo dos cursos de licenciaturas e, especialmente, nas ações de formação continuada que ocorrem no âmbito dos sistemas de ensino e escolas, traz o pressuposto de que o professor aprende pela e na prática.” Esses autores discorrem sobre a ênfase dada ao fazer e ao executar, em detrimento de componentes humanistas e do estudo de fundamentos teóricos que dão base e determinam o processo educativo. Desse modo, Lima e Sena (2020, p. 22) alertam para

[...] marginalização dos conhecimentos histórico e científico, bem como, do lugar das bases teóricas na formação profissional, dando lugar às perspectivas pragmatistas equivocadas que afirmam que a educação só tem significado se ela se voltar ao contexto local, de situações problema, do universo conhecido pelos alunos ou a partir dos seus interesses imediatos manifestados. Fora dessa ordem, a educação não tem sentido, os alunos perdem a motivação para aprender e fracassam. Essas são afirmativas, ou seja, esses valores que são disseminados na BNCC e na BNC são característicos da ideologia do capitalismo contemporâneo que centra nos sujeitos isolados, a responsabilidade pelo seu fracasso ou sucesso, pela riqueza ou pobreza.

Esse pragmatismo, fundamentado na BNCC, e que também serve de embasamento para formação de professores, segundo Lima e Sena (2020, p. 23), compreende que “o sujeito aprende por meio de seu próprio esforço e experimentações”. Esse entendimento atende a um ajustamento da educação com as novas demandas econômicas e acentua as “atuais relações de trabalho no capitalismo global”. Essa condição, como relatam os autores (2020, p.25), abriu margem para desvalorização do professor, uma vez que

[...] já que valem mais as inventividades metodológicas (as “metodologias ativas”), as prescrições do livro didático, das plataformas online, dos módulos interativos, que incentivam o aluno a “aprender a aprender” (que em síntese é buscar o conhecimento por si mesmo), fazendo do professor um mero e cada dia menos necessário, tutor, mediador, incentivador.

No contexto atual, na educação, há prevalência de um modelo ditado por habilidades e competências que buscam satisfazer à lógica do mercado de trabalho. Assim, Lima e Sena (2020) advertem para o empobrecimento dos conteúdos científicos, a precarização dos professores e sua redução a meros transmissores de materiais de ensino; sendo essas apenas algumas das ramificações das abordagens pedagógicas baseadas em competências, alinhadas à lógica neoliberal.

As dificuldades na formação de professores e a falta de recursos didáticos adequados são desafios centrais na educação atual. A formação inicial, muitas vezes, carece de uma conexão sólida entre teoria e prática, dificultando o ensino aprofundado dos conceitos matemáticos essenciais, como o de proporcionalidade. Isso se agrava com as propostas da BNCC, do Currículo Referência de Minas Gerais e dos livros didáticos, que focam no desenvolvimento de habilidades técnicas, promovendo uma visão utilitarista da educação. Essa abordagem limita o desenvolvimento integral dos alunos e a inovação pedagógica, pois faltam recursos didáticos que favoreçam uma prática crítica e dialógica. A Teoria Histórico-Cultural propõe superar esse modelo técnico, formando sujeitos ~~críticos~~ e autônomos, mas, sem uma formação adequada e recursos apropriados, os professores encontram dificuldades em promover uma educação transformadora.

A análise internúcleos revela uma interconexão entre os desafios enfrentados pelos professores de matemática e suas abordagens pedagógicas. No Núcleo 1, a escolha pela profissão baseada em afinidade contrasta com a frustração ao lidar com a complexidade do aprendiz. Esse desafio é intensificado pelo conteúdo abstrato da matemática, particularmente no campo da Álgebra (Núcleo 2), que é percebido como complexo devido à ênfase em letras e generalizações, o que dificulta a aprendizagem para muitos alunos.

Esse cenário e as demandas organizacionais contribui para racionalidade prática (Núcleo 3), onde os docentes, em resposta às dificuldades, adotam estratégias didáticas baseadas na experiência, testando métodos, agindo por tentativa e erro. As escolhas pedagógicas acabam sendo moldadas pelas necessidades e desafios específicos enfrentados em sala de aula. Por fim, a desconexão entre a teoria e a prática se agrava (Núcleo 4), quando os professores se veem pressionados a atender exigências curriculares e avaliações externas, que nem sempre dialogam com a realidade do ensino. Essa dificuldade em equilibrar tais exigências com as necessidades dos alunos reforça a sensação de frustração, destacada desde o primeiro núcleo.

Portanto, os núcleos de significação convergem para um ponto central: o descompasso entre expectativas e a realidade vivida em sala de aula, que obriga os professores a continuamente adaptarem-se e improvisar.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino de Álgebra e Proporcionalidade no 7º ano do Ensino Fundamental desempenha um papel crucial no desenvolvimento cognitivo dos estudantes, especialmente quando abordado sob a perspectiva da Teoria Histórico-Cultural e Desenvolvidamental. Essa abordagem se mostra fundamental ao considerar que o aprendizado matemático não é apenas a aquisição de habilidades técnicas, mas também um processo social e culturalmente situado. Neste sentido, a Teoria Histórico-Cultural, desenvolvida por Vygotsky, destaca a importância das interações sociais e do ambiente cultural na formação dos conceitos matemáticos.

Ao longo deste estudo, foi possível observar como o ensino de Álgebra e Proporcionalidade pode ser enriquecido sob uma organização do ensino que considere o desenvolvimento do conhecimento teórico-científico. Isso implica a criação de situações de aprendizagem que permitam aos estudantes enfrentarem desafios progressivamente mais complexos, de acordo com suas capacidades individuais e o estágio de desenvolvimento cognitivo em que se encontram, de acordo com zona de desenvolvimento proximal. O conhecimento teórico-científico no ensino deve ser apresentado aos alunos de forma a refletir não apenas a estrutura lógica dos conceitos, mas também suas relações históricas e sociais. Buscar no seu movimento lógico e histórico, indícios de como o ser humano aprende os conceitos, não é apenas apreender um conjunto de informações isoladas, mas sim um sistema dinâmico e inter-relacionado que permite aos alunos compreenderem "o quê" "o como", e "o porquê" dos fenômenos estudados.

Além disso, vimos emergir, da análise de manifestações históricas, do estudo bibliográfico e documental, os nexos internos que compõem o conceito de Proporcionalidade, bem como fundamentos teóricos que auxiliam na organização de seu ensino. Tal necessidade de repensar o ensino de Álgebra e Proporcionalidade surge das dificuldades associadas a essa área do conhecimento apontadas tanto nas falas dos professores entrevistados quanto nos baixos índices de desempenho dos estudantes em avaliações externas.

O conhecimento científico é capaz de promover um entendimento mais profundo e fundamentado dos fenômenos. Além disso, ele estimula o pensamento crítico e a capacidade de investigação, abstração e generalização. Buscando uma organização do ensino que privilegie a apreensão da essência do conceito de Proporcionalidade, revelada no estudo de seu desenvolvimento ao longo da história das experiências humanas, entendemos quais são os princípios necessários ao entendimento desse conceito. Compreendemos que os aspectos lógicos e

históricos do conceito de Proporcionalidade apresentam, como nexos internos substanciais, a fluência, a interdependência, a variável, o campo de variação, o reconhecimento das grandezas. Tais nexos internos, relacionados à essência do conceito, possibilitam ultrapassar uma compreensão empírica baseada apenas na linguagem, na manipulação simbólica, em seus aspectos externos e suas manifestações mais aparentes, despidos do trabalho humano que o gerou.

Nessa organização, as atividades desencadeadoras de aprendizagem partem da análise do todo, para que se revele a essência do conceito e assim possa se promover sua abstração substancial. Fundamentado em Davidov, o ensino que se pretende apresenta-se em um movimento de ascensão do abstrato ao concreto pensado. Ele deve ser capaz de estimular o pensamento, partindo da totalidade para o particular. Extrair o que é substancial e universal. E posteriormente o aprendiz ser capaz de utilizar esse conhecimento (universal) na resolução de diferentes situações particulares. Desse modo, a atividade de ensino preza pela apropriação conceitual do conhecimento pelos estudantes, atuando intencionalmente no processo ensino-aprendizagem e promovendo uma postura ativa dos sujeitos envolvidos.

Cabe destacarmos o papel da linguagem, pois como vimos em Vygotsky, o desenvolvimento da linguagem possibilita a formação de níveis mais elevados do pensamento, sendo crucial no desenvolvimento cognitivo e na formação de conceitos.

No entanto, é importante reconhecer os desafios enfrentados na prática educativa, especialmente no que diz respeito à formação dos professores e à disponibilidade de recursos didáticos adequados. As propostas de ensino observadas na BNCC, no Currículo Referência de Minas Gerais e nos livros didáticos analisados pautam-se majoritariamente pelo desenvolvimento de habilidades e competências. Além disso, a educação de competências e habilidades sob uma perspectiva neoliberal tende a promover uma visão utilitarista da educação, em que o valor de um indivíduo é muitas vezes medido pela sua capacidade de contribuir para a economia de mercado. A Teoria Histórico-Cultural e Desenvolvimental fornece fundamentos que contribuem com a superação de um modelo educacional que enfatiza habilidades técnicas e competências específicas voltadas para o mercado de trabalho, em detrimento de uma educação voltada à formação integral do sujeito e de seu desenvolvimento humano.

Tendo as falas dos professores que colaboraram com essa pesquisa como fonte de entendimento de suas subjetividades, alerta-se para a desprofissionalização docente, a falta de autonomia devido a condições impostas pelo sistema de avaliações externas. Alguns relatos apontam para problemas que os professores vivenciam quando se veem marcados pela cultura da

avaliação, do controle, da vigilância. Os professores entrevistados relatam que conduzem o ensino de Proporcionalidade e Álgebra pelas suas experiências e vivências, buscando as estratégias didáticas que consideram mais adequadas de acordo com suas experiências. Há uma lacuna, quando tratamos das bases teóricas que podem enriquecer e fundamentar o trabalho pedagógico. Todos os professores revelaram não utilizarem ou até mesmo desconhecem teorias da educação.

Compreendemos, no decorrer das entrevistas, que os professores não veem as teorias educacionais como marcos teóricos que ajudam a estruturar o entendimento sobre os processos de ensino. Observamos que os professores entrevistados sentem que as teorias educacionais são desconectadas da realidade prática do ensino, especialmente em contextos desafiadores, onde questões sociais, econômicas e culturais têm forte impacto sobre os alunos. Somado a essa percepção, atentamos ainda para questões abordadas como: pragmatismo em sala de aula, formação inicial insuficiente, falta de tempo para reflexão, ausência de formação continuada adequada ou a falta de estímulo das escolas para que os professores se engajem com teorias educacionais.

Chama-nos atenção a clara necessidade de mudanças na formação inicial e continuada. Os docentes descrevem um distanciamento entre suas formações e as demandas do trabalho em sala de aula. Assim como Nóvoa (2022) afirma, entendemos que deve haver mudanças no ambiente de formação dos professores. É importante abrir espaço para o diálogo que aproxime o estudo e a pesquisa, que ocorrem no Ensino Superior, das demandas da Educação Básica.

Uma proposta para aproximar o estudo e a pesquisa no Ensino Superior das demandas da Educação Básica seria a criação de programas de parceria e intercâmbio entre universidades e escolas. Esses programas poderiam incluir a realização de projetos colaborativos entre professores universitários, pesquisadores, futuros docentes e professores da educação básica, criando um espaço contínuo para troca de conhecimentos e práticas pedagógicas. Essa não é uma proposta nova, mas que encontra inúmeros obstáculos, como os de tempo e espaços, de recursos, que atravessam essas instâncias formativas, num País, como o nosso, de realidades muito diversas.

Além disso, seria importante promover formações continuadas para os professores da educação básica, baseadas em pesquisas acadêmicas atuais e com foco nas necessidades reais das escolas. Isso poderia ser realizado por meio de oficinas, seminários e grupos de estudo organizados em colaboração com as universidades, nas quais os professores possam compartilhar suas experiências e discutir como adaptar e aplicar os conhecimentos teóricos na prática.

Inclusive, incentivar estágios supervisionados mais reflexivos para estudantes de licenciatura nas escolas de educação básica seria essencial. Esses estágios deveriam integrar a

observação e a atuação prática com momentos de discussão crítica, orientados por professores universitários e da educação básica, de modo a alinhar teoria e prática e contribuir para a formação de professores mais preparados para lidar com as demandas cotidianas do ensino.

A partir da análise dos relatos dos professores, dos documentos normativos e orientadores da educação e das abordagens observadas nos livros didáticos, concluímos que não encontramos indícios significativos de propostas de ensino de Proporcionalidade para o 7º ano do E. F. que conduzam à assimilação e à apropriação desse conceito, promovendo o ensino desenvolvimental alicerçado pelos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural e Desenvolvimental. A pesquisa nos revelou que o ensino de Proporcionalidade e Álgebra se tem pautado mais pelos nexos externos dos conceitos que nos nexos internos. A falta de indícios do ensino conceitual desses conceitos nos leva a concluir que é necessário provocar mais reflexões sobre o ensino dessa área do conhecimento visto as diversas dificuldades apontadas pelos docentes.

Portanto, diante dos pressupostos teóricos discutidos, é possível afirmar que o ensino de Álgebra e Proporcionalidade no 7º ano do Ensino Fundamental, quando fundamentado na Teoria Histórico-Cultural e Desenvolvimental, não apenas pode contribuir para o desenvolvimento matemático dos estudantes, mas também para a formação de cidadãos críticos e participativos, capazes de compreender e transformar o mundo ao seu redor através do conhecimento matemático adquirido.

Como professora, este trabalho me proporcionou uma compreensão mais profunda da organização do meu trabalho docente, daquilo que é essencial ao desenvolvimento do pensamento teórico, processos de abstração e generalização substantiva, especialmente em relação à proporcionalidade e álgebra. Como pesquisadora, o trabalho ampliou meu entendimento sobre a importância da pesquisa na educação e me forneceu uma base sólida para contribuir com práticas de ensino baseadas em evidências. Além disso, a metodologia empregada me ajudou a aprimorar minhas habilidades de análise e interpretação de dados qualitativos. Foi uma experiência rica que contribuiu com a ampliação do meu entendimento acerca do contexto educacional atual.

Os limites desse trabalho incluem a amostra restrita às escolas de uma única região, o que pode limitar uma compreensão mais ampla dos resultados. Além disso, o estudo se concentrou especificamente no ensino de proporcionalidade no 7º ano, deixando de fora outros anos/séries e tópicos que também são relevantes para a compreensão completa do ensino desse conhecimento.

Há ainda diferentes questões a serem exploradas sobre esse tema, como a abordagem do ensino da proporcionalidade em diferentes anos escolares influencia a compreensão dos alunos ao longo do tempo, qual é o papel da formação inicial e/ou continuada dos professores na melhoria do ensino de álgebra e proporcionalidade, como a utilização de tecnologias educacionais pode melhorar a compreensão dos alunos.

Questões como essas, podem ajudar a expandir o conhecimento na área e contribuir para as discussões sobre a atividade pedagógica, o conhecimento matemático, o conceito de proporcionalidade e o conhecimento algébrico.

Analisando o meu processo de desenvolvimento profissional, após o mestrado, houve mudanças na minha linguagem e na forma de planejar e organizar as atividades desencadeadoras de aprendizagem. Ele contribuiu significativamente para minha formação profissional como professora, ao permitir um aprofundamento teórico nas bases que fundamentam as práticas educativas, ampliando minha capacidade de refletir criticamente sobre o ensino e suas abordagens. Ele possibilitou o desenvolvimento de uma visão mais analítica e investigativa, que enriquece minha prática pedagógica, tornando-a mais consciente e fundamentada.

A continuidade desse trabalho, impulsionada pelo mestrado, está na aplicação de novas metodologias e na implementação de estratégias mais adequadas em sala de aula. O contato com pesquisas recentes e a produção científica, que oferece um repertório mais amplo de ferramentas para lidar com os desafios cotidianos da educação, permite e incentiva a busca por soluções inovadoras para melhorar o ensino. O mestrado também me estimulou à reflexão contínua sobre o processo de ensino-aprendizagem, possibilitando a integração de teorias educativas, como a Teoria Histórico-Cultural, às práticas pedagógicas, contribuindo para uma formação docente mais sólida e consciente do papel transformador da educação.

REFERÊNCIAS

- AGUIAR, Wanda Maria Junqueira de; OZELLA, Sérgio. Núcleos de significação como instrumento para a apreensão da constituição dos sentidos. **Psicologia Ciência e Profissão**, n. 26 (2), p. 222-245, 2006. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/9001384.pdf>. Acesso em: 10 maio 2024.
- AGUIAR, Wanda Maria Junqueira de; OZELLA, Sérgio. Apreensão dos sentidos: Aprimorando a proposta dos núcleos de significação. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**. Brasília, v. 94, n. 236, p. 299-322, jan./abr. 2013. Disponível em: <https://rbep.inep.gov.br/ojs3/index.php/rbep/article/view/3542/3277>. Acesso em: 10 maio 2024.
- AGUIAR, Wanda Maria Junqueira de; SOARES, Júlio Ribeiro; MACHADO, Virgínia Campos. Núcleos de significação: Uma proposta histórico-dialética de apreensão das significações. **Cadernos de Pesquisa** v.45 n.155 p.56-75 jan./mar. 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/198053142818>. Acesso em: 10 maio 2024.
- ANFOPE - ASSOCIAÇÃO NACIONAL PELA FORMAÇÃO DOS PROFISSIONAIS DA EDUCAÇÃO. Nota da ANFOPE sobre o Parecer CNE/CP Nº 4/2024. 18 abr. 2024. Disponível em: <https://www.anfope.org.br/nota-da-anfope-sobre-o-parecer-cne-cp-no-4-2024-2/>. Acesso em: jun. 2024.
- ANJOS, Ricardo Eleotério dos; DUARTE, Newton. A adolescência inicial: Comunicação íntima pessoal, atividade de estudo e formação de conceitos. In: MARTINS, Lígia Márcia; ABRANTES, Ângelo Antônio; FACCI, Marilda Gonçalves Dias. *Periodização histórico-cultural do desenvolvimento psíquico: do nascimento à velhice*. Campinas. SP. 2016. p. 195 – 220.
- BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Tradução: Luís Antero Reto; Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016.
- BERNAL, Márcia Maria. **Estudo do objeto proporção**: Elementos de sua organização matemática como objeto a ensinar e como objeto ensinado. 2004. 170 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, 2004. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFSC_e5bcc1d1ff6936a992a4b006c198c199. Acesso em: jan. 2024.
- BERTATO, Fábio Maia. A falsa (su-)posição? Tradução dos problemas 24, 25, 26 e 27 do Papiro de Rhind. **Revista Brasileira de História da Matemática**, [S. l.], v. 18, n. 36, p. 11–29, 2020. Disponível em: <https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/18>. Acesso em: 23 jan. 2024.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN**: terceiro e quarto ciclos: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília-DF, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em 15 fev. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. Assessoria de Comunicação Social. **Proposta de novas normas para a formação do professor avança**. Brasília, DF, 18 de dez. 2018a. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/ultimas-noticias/211-218175739/72091-proposta-de-novas-normas-para-a-formacao-do-professor-avanca>. Acesso em: 12 jun. 2024.

BRASIL. Ministério da Saúde. **Carta Circular nº 1/2021-CONEP/SECNS/MS**. Brasília, 03 de março de 2021. Assunto: Orientações para procedimentos em pesquisas com qualquer etapa em ambiente virtual. Disponível em: https://conselho.saude.gov.br/images/comissoes/conep/documentos/CARTAS/Carta_Circular_01.2021.pdf. Acesso em: abr. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – Inep. **Apresentação SAEB 2021**. Brasília, DF, 16 de setembro de 2022. Disponível em: https://download.inep.gov.br/Saeb/resultados/apresentacao_Saeb_2021.pdf. Acesso em: 16 jan. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – Inep. **Pisa 2018 revela baixo desempenho escolar em leitura, matemática e ciências no Brasil**. Atualizado em 31 out. 2022a. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/acoes-internacionais/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil>. Acesso em: 08 de jun. de 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parecer CNE/CP nº 4 de 12 de março de 2024**. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial em Nível Superior de Profissional do Magistério da Educação Escolar Básica (cursos de licenciatura, de formação pedagógica para graduados não licenciados e de segunda licenciatura). Brasília, DF, 12 de março de 2024. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/publicacoes-para-professores/30000-uncategorised/91251-parecer-cp-2024>. Acesso em: 15 jun. 2024

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. 2. ed. Lisboa: Gradiva – Publicações, 1998.

CARVALHO, Janaira Pereira. Ensino-Aprendizagem de Proporcionalidade: O estado do conhecimento no período de 2015 a 2023. *In: XII EPEDUC: ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO/ VI CONGRESSO INTERNACIONAL DE TRABALHO DOCENTE E PROCESSOS EDUCATIVOS*. 04 a 07 out. 2023, Uberaba. Universidade de Uberaba. Disponível em: <https://www.uniube.br/epeduc/anais.php#anais>. Acesso em: 15 de abr. de 2024.

CEDRO, Wellington Lima; MORAES, Sílvia Pereira Gonzaga de; ROSA, Josélia Euzébio da. A atividade de ensino e o desenvolvimento do pensamento teórico em matemática. **Ciência e Educação**. Bauru, v. 16, n. 2, p. 427-445, 2010. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/pY6vL4SykdzjPLGnZCM8Qjz/abstract/?lang=pt#>. Acesso em: 11 abr. 2024.

COSTA JÚNIOR, José Roberto. Atribuição de significado ao conceito de Proporcionalidade: Contribuições da história da matemática. **BoEM**, Joinville, v.1. n.1, p. 34-54, jul./dez. 2013. Disponível em: <https://revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/3961>

DAVIDOV, Vasily Vasilyevich. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Habana: Editorial Pueblo y Educacion, 1982.

DAVIDOV, Vasily Vasilyevich. **A enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**: Investigación psicológica teórica y experimental. Moscú: Progreso, 1988.

EDU-Uberaba. **IDEB-2021**. Uberaba, 2024. Disponível em: <https://qedu.org.br/municipio/3170107-uberaba/ideb>. Acesso em: 18 mar. 2024.

FELIPE, Eliana da Silva. Do SAEB à BNCC: padronizar para avaliar. In: UCHOA, Antonio Marcos da Conceição; LIMA, Átila de Menezes; SENA, Ivânia Paula Freitas de Souza (Orgs.). **Diálogos críticos**. Reformas educacionais: avanço ou precarização da educação pública? Vol 2. Porto Alegre, RS: Editora Fi, 2020. p. 80-101

FIORIO, Peterson Ricardo. **Sistema Global de Navegação por Satélite (GNSS)**. Piracicaba, SP. 2020. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/mod/resource/view.php?id=3197428> Acesso em: 24 de abr. de 2024.

FRANCO, Maria Laura Puglisi Barbosa. **Análise de conteúdo**. 2. ed. Brasília: Liber Livro, 2005.

HOUGEN, Olaf Andreas; WATSON, Kenneth Marshall; RAGATZ, Rolland Andrew. **Principios de los procesos químicos**. Traduzido por Miguel Ángel Herráez. Editora Reverté, 1964.

KARLSON, Paul. **A magia dos números**: A matemática ao alcance de todos. Rio de Janeiro: Globo, 1961.

LEONTIEV, Alexei Nikolaevich. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Horizonte, 1978.

LEONTIEV, Alexei Nikolaevich. El Problema de la Actividad en la Psicología. In: **Actividad, Conciencia y Personalidad**. La Habana: Pueblo y Educación, 1983.

LEONTIEV, Alexei Nikolaevich. **Activity, Consciousness and Personality** [1978]. Translated by: HALL, M. J.: Prencice Hall, 2000. Disponível em: <https://www.marxists.org/archive/leontev/works/1978/index.htm> Acesso em: 11 de abr. de 2024.

LIBÂNEO, José Carlos. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: A Teoria Histórico-Cultural da atividade e a contribuição de Vasili Davydov. **Revista Brasileira de Educação**. Set/out/ nov/dez 2004, n° 27. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbedu/a/ZMN47bVm3XNDsJKyJvVqtx/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 11 abr. 2024

LIBÂNEO, José Carlos; ALVES, Nilda. **Temas de pedagogia**: Diálogos entre didática e currículo. São Paulo: Cortez, 2012.

LIBÂNEO, José Carlos; FREITAS, Raquel Aparecida Marra da Madeira. Vasily Vasilyevich Davydov: A escola e a formação do pensamento teórico-científico. In: PUENTES, Roberto Valdés; LONGAREZI, Andréa Maturano (org.). **Ensino desenvolvimental**: Vida, pensamento e obra dos principais representantes russos. Uberlândia: EDUFU, 2013. p. 315-350.

LIMA, Átila de Menezes; SENA, Ivânia Paula Freitas de Souza. A pedagogia das competências na BNCC e na proposta da BNC de formação de professores: a grande cartada para uma adaptação massiva da educação à ideologia do capital. *In*: UCHOA, Antonio Marcos da Conceição; LIMA, Átila de Menezes; SENA, Ivânia Paula Freitas de Souza (Orgs.). **Diálogos críticos**. Reformas educacionais: avanço ou precarização da educação pública? Vol 2. Porto Alegre, RS: Editora Fi, 2020. p. 11-37

LIMA, José Vitor Ramos de; ANDRADE, Daianny Maria de; ALBUQUERQUE, Islanita Cecília Alcântara de. Uma alternativa histórica para o ensino de Proporcionalidade. Congresso Nacional de Educação, 5. 2018. Campina Grande -PB. **Anais do evento CONEDU**. Campina Grande. Realize Eventos Científicos e Editora Ltda, 2018. p. 1-11.

LONGAREZI, Andréa Maturano; FRANCO, Patrícia Lopes Jorge. A. N. Leontiev: a vida e a obra do psicólogo da atividade. *In*: PUENTES, Roberto Valdés; LONGAREZI, Andréa Maturano (org.). **Ensino desenvolvimental: Vida, pensamento e obra dos principais representantes russos**. Uberlândia: EDUFU, 2013. p. 67-110.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Pesquisa em educação: Abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MAUBANT, Philippe; ROGER, Lucie; LEJEUNE, Michel. Desprofissionalização. *In*: BUENO, Belmira Oliveira (org.). **Formação, profissionalização e desprofissionalização docente**. São Paulo: FEUSP, 2023. p. 34-57

MELLO, Suely Amaral. Infância e humanização: Algumas considerações na perspectiva histórico-cultural. **Perspectiva**, Florianópolis, v. 25, n. 1, p. 83-104, jan./jun. 2007. Disponível em: <http://www.perspectiva.ufsc.br>

MENDUNI-BORTOLOTTI, Roberta D'Ângela. **Um estudo sobre a matemática para o ensino de Proporcionalidade**. 2016. 143 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal da Bahia. Faculdade de Educação, Salvador. 2016. Disponível em: <https://repositorio.ufba.br/handle/ri/19735?mode=full>. Acesso em: abr. 2024.

MINAS GERAIS. **Currículo Referência de Minas Gerais**. Minas Gerais, 2018. Disponível em: <https://curriculoreferencia.educacao.mg.gov.br/>

MINAS GERAIS. Currículo Referência de Minas Gerais. **Planos de curso-CRMG**. Publicado em 29 jun. 2020. Disponível em: <https://curriculoreferencia.educacao.mg.gov.br/index.php/plano-de-cursos-crmg>. Acesso em: 12 abr. 2024.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação. SIMAVE – 2021. Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, **CAEd**. V. 2 (2021), Juiz de Fora – Anual. Disponível em: https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/mg/colecoes/2021/MG%20SIMAVE%202021%20-%20MR%20C03_WEB.pdf. Acesso em: 20 jan. 2024.

MINAS GERAIS. Secretaria de Educação. Resultados do PROEB e PROALFA 2022. **SIMAVE**. Dados atualizados em: 31 maio 2023. Disponível em: <https://SIMAVE.educacao.mg.gov.br/>. Acesso em: 03 jun. 2024.

MORETTI, Vanessa Dias; CEDRO, Wellington Lima. **Educação matemática e a Teoria Histórico-Cultural: Um olhar sobre as pesquisas**. Campinas: Mercado das Letras, 2017.

NÓVOA, Antônio. **Escolas e professores**. Proteger, transformar, valorizar. Salvador: SEC/IAT, 2022.

OLIVEIRA, Aline Tatiane Evangelista de; SANTANA, Monaliza Angélica; SILVA, Terezinha Severino da; RODRIGUES, Adriana. Idades psicológicas: Importância e implicações para o ensino-aprendizagem e a educação. **Cadernos da Fucamp**, v.17, n.29, p.55-69/2018. Disponível em: <https://revistas.fucamp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/1168/893>. Acesso em: jun. 2024.

PANOSSIAN, Maria Lúcia. **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da Álgebra**. 2013. 317 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-14052014-153038/pt-br.php>. Acesso em: maio. 2023

PANOSSIAN, Maria Lúcia; SOUSA, Maria do Carmo de; MOURA; Manoel Oriosvaldo de. Nexos conceituais do conhecimento algébrico: Um estudo a partir do movimento histórico e lógico. *In*: MORETTI, Vanessa Dias; CEDRO, Wellington Lima (org.). **Educação matemática e a Teoria Histórico-Cultural: Um olhar sobre as pesquisas**. Campinas: Mercado de Letras, 2017.

RESENDE, Marilene Ribeiro. Conceitos basilares das teorias de V.V. Davidov: Aportes e desafios para a pesquisa e o ensino-aprendizagem da matemática. **Revista de Educação Pública**, v. 30, p. 1-22, jan./dez. 2021. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/educacaopublica/issue/view/654>. Acesso em: abr. 2023.

SFORNI, Marta Sueli de Faria. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino**. Contribuições da teoria da atividade. Araraquara: JM Editora, 2004.

SIMAVE. Sistema Mineiro de Avaliação e Equidade da Educação Pública. **Resultados PROEB e PROALFA 2021**. Jun.2024. Disponível: https://avaliacaoemonitoramentosimave.caeddigital.net/#!/resultados-avaliacoes-somativa-atuais-publica?DADOS.VL_FILTRO_ETAPA=2%C2%B0%20ANO&DADOS.VL_FILTRO_DISCIPLINA=LP&DADOS.VL_FILTRO_REDE=ESTADUAL. Acesso em: jun. 2024.

SOUSA, Maria do Carmo de. O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática. **Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, [S. l.], v. 1, n. 4, p. 40–68, 2018. DOI: 10.14393/OBv2n1a2018-3. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/Obutchenie/article/view/42533>. Acesso em: 23 jan. 2024.

SOUSA, Maria do Carmo de; PANOSSIAN, Maria Lúcia; CEDRO, Wellington Lima. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino: O percurso dos conceitos algébricos.** Campinas: Mercado de Letras, 2014.

SOUSA, Maria do Carmo de. BNCC e as práticas escolares. *In:* NAVARRO, Eloisa Rosotti; SOUSA, Maria do Carmo de; ANDRADE, Susimeire Vivien Rosotti de; GRILLO, Rogério de Melo. **Formação de professores da educação em ciências e matemática em pesquisa** [livro eletrônico]: Perspectivas e tendências. Guarujá, SP: Científica Digital, 2021. p. 69-77. Disponível em: <https://www.editoracientifica.com.br/livros/livro-formacao-de-professores-da-educacao-em-ciencias-e-matematica-em-pesquisa-perspectivas-e-tendencias-vol2> Acesso em: 17 de abr. de 2024.

TARDIF, Maurice. **O trabalho docente: elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas.** 4. ed. - Petrópolis, RJ : Vozes, 2008.

VYGOTSKY, Lev Semionovich. **A construção do pensamento e da linguagem.** 2. ed. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2009.

VIGOTSKY, Lev Semionovich; LURIA, Alexander Romanovich, LEONTIEV, Alex N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** Tradução de: Maria da Pena Villalobos. 11. ed. São Paulo: Ícone, 2010.

Apêndice I – Lista das escolas públicas estaduais selecionadas, onde trabalham os professores entrevistados

E.E. América	Rua Constituição, 1405 - Abadia - CEP 38.025.110	(34) 3312-2991
E.E. Bernardo Vasconcelos	Rua Antônio Queirós da Costa, 133- Costa Teles I - CEP 38035-420	(34) 3313-1707
E.E. Boulanger Pucci	Rua José Bonifácio, 620 - Parque São Geraldo - CEP 38030.130	(34) 3336-4684
E.E. Gabriel Toti	Av. Tutunas, 901 - Tutunas - CEP 38061.500	(34) 3315-4692
E.E. Geraldino Rodrigues Cunha	Rua: Vigário Carlos, 1300 - Abadia	(34) 3313-1290
E.E. Lauro Fontoura	Rua João Rodrigues Vilaça, 164 - Fabrício - CEP 38065.440	(34) 3338-5024
E.E. Marechal Humberto de Alencar Castelo Branco	Rua Padre Leandro, 121 - Estados Unidos - CEP 38015.340	(34) 99871-4904
E.E. Minas Gerais	Pça. Frei Eugênio, 473 - São Benedito - CEP 38010.280	(34) 3332-3212
E.E. Nossa Senhora da Abadia	Rua Dr. Ludovice, 815 - Abadia - CEP 38026-050	telefax (34) 3322-6626
E.E. Presidente João Pinheiro	Rua Menelick de Carvalho, 383 - Boa Vista - CEP 38017.070	(34) 3312-9932
E.E. Professor Alceu Novaes	Av. Dr. Hélio Luiz da Costa, 865 - Guanabara - CEP 38081.100	(34) 3338-8864/ 3325-5320 CAP
E.E. Professora Corina de Oliveira	Av. da Saudade, 289 - Mercês - CEP 38061.000	(34) 3332-0227 (34) 3312-9449
E.E. Quintiliano Jardim	Rua Osvaldo Cruz, 300 - Estados Unidos - CEP 38015.230	(34) 3321-6619

Apêndice II

CARTA DE SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA REALIZAÇÃO DE PESQUISA NA ESCOLA XXX– UBERABA/MG

Uberaba, 27 de setembro de 2023

Prezado(a) Senhor(a) diretor(a),

Vimos, respeitosamente, solicitar a autorização para desenvolver o projeto de pesquisa intitulado: **O ensino-aprendizagem de Proporcionalidade no 7º ano do Ensino Fundamental com foco na aprendizagem de conceitos**. Trata-se de um projeto de ligado ao curso de Mestrado em Educação da Universidade de Uberaba – UNIUBE, que propõe realizar um estudo amplo do ensino-aprendizagem de Proporcionalidade.

Os pesquisadores-responsáveis são a professora orientadora Dra. Marilene Ribeiro Resende e a mestrandia Janaira Pereira Carvalho.

Esta pesquisa tem como objetivo compreender quais aspectos vigoram no ensino-aprendizagem de Álgebra e mais especificamente de Proporcionalidade, no 7º ano do Ensino Fundamental, visando a aprendizagem conceitual e a formação do pensamento teórico-científico do aluno.

O(a) professor(a) será convidado(a) a participar de uma entrevista semiestruturada com tempo médio de 30 minutos. A entrevista será realizada de forma presencial ou via Google Meet, observadas as orientações da Carta Circular nº 1/2021-CONEP/SECNS/MS de 03 de março de 2021 sobre procedimentos em pesquisas com etapa em ambiente virtual. A escolha dependerá da preferência e da disponibilidade do(a) participante.

A Subsecretaria de Ensino Superior – SEE/MG emitiu parecer favorável à realização da referida pesquisa, por meio de Termo encaminhado a essa pesquisadora, em 25 de setembro de 2023 (em anexo).

Esclarecemos o caráter voluntário da adesão dos professores, assegurando-lhes a inteira liberdade de participar ou não da pesquisa ou retirar seu assentimento, em qualquer fase da mesma. Não haverá nenhum tipo de coação aos sujeitos, todos serão respeitados em sua decisão seja ela qual for. O pesquisador compromete-se a manter o sigilo, resguardando o anonimato desta escola e dos sujeitos pesquisados e garante a não utilização das informações em prejuízo das pessoas.

Colocamo-nos à disposição para quaisquer esclarecimentos e desde já agradecemos a atenção.

Atenciosamente,

Prof.^a Dr.a Marilene Ribeiro Resende

Mestranda Janaira Pereira Carvalho

Apêndice III**UNIVERSIDADE DE UBERABA**

Programa de Pós-graduação em Educação (Mestrado).

LINHA DE PESQUISA: PROCESSOS EDUCACIONAIS E SEUS FUNDAMENTOS

Mestranda: Janaira Pereira Carvalho

janairacarvalho37@gmail.com

ROTEIRO DE ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA

PROJETO: O ensino-aprendizagem de Proporcionalidade no 7º ano do Ensino Fundamental com foco na aprendizagem conceitual.

Data e local da entrevista:

Escola:

1. Nome:
2. Endereço:
3. Telefone:
4. e-mail:

DADOS DE IDENTIFICAÇÃO

Entrevistado(a):

1. Nome:
2. Idade:
3. Formação acadêmica na graduação? Qual(is)? Quando? Onde?
4. Tem pós-graduação? Qual(is)?
5. Tempo de atuação como professor de matemática? E no 7º ano do Ensino Fundamental?

QUESTÕES DA PESQUISA

1. Conte como se deu sua opção por ser professor de matemática.
2. Como foi sua graduação? (Seu curso enfatizou mais aspectos do conteúdo matemático ou metodologias ou ambos?) (Existiam disciplinas de fundamentos da educação? Quais) (A

- graduação inicial foi importante e suficiente para sua prática? Qual a importância dela para sua prática?)
3. E a formação continuada, como têm sido as abordagens e os temas tratados?
 4. Sua prática para o ensino-aprendizagem de matemática é embasada em alguma teoria de ensino? Se sim, cite qual ou quais as teorias que a orientam?
 5. Para você, qual é o objetivo do ensino de Álgebra hoje? (Concepções de Álgebra) Quais conteúdos de Álgebra você leciona para seus alunos do 7º ano? O conceito de Proporcionalidade está inserido nessa área? Como você vê o conceito de Proporcionalidade no contexto do ensino de Álgebra do 7º ano?
 6. Quais as maiores dificuldades que você enfrenta ao ensinar Álgebra para alunos do 7º ano do Ensino Fundamental? E em relação à Proporcionalidade?
 7. Quais as principais dificuldades dos alunos que você identifica durante o processo de ensino da Álgebra? E em relação à Proporcionalidade?
 8. Quais as contribuições do ensino da Álgebra para o aluno? Quais as habilidades que você considera fundamentais que os alunos do 7º ano precisam adquirir no estudo de Álgebra? Como que o estudo de Proporcionalidade para o desenvolvimento do aluno?
 9. Cite os recursos e as estratégias didáticas que você mais utiliza durante aulas de Álgebra no 7º ano. (Boas práticas)
 10. Os documentos de caráter normativo e orientadores do ensino contribuem para organização e elaboração de estratégias para ensino de Álgebra? Se sim, de que maneira eles contribuem e em que pontos eles desajudam o ensino de Álgebra?
 11. Como você vê a abordagem dos livros didáticos em relação à Proporcionalidade? (O livro didático ajuda na compreensão do conceito de Proporcionalidade? Se sim, de que maneira ele ajuda? Se não, ou em parte, explique o porquê.) Você considera que houve mudanças nas abordagens sobre Proporcionalidade dos livros didáticos durante os anos de sua prática docente? Se sim, cite algumas que considere mais relevantes.

Apêndice IV

Uberaba _____ de _____ de 2023.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Nome do participante da pesquisa: _____

Título do projeto: O ensino-aprendizagem de Proporcionalidade no 7º ano do Ensino Fundamental com foco na aprendizagem conceitual.

Instituição onde será realizado: Universidade de Uberaba

Responsável: Janaira Pereira Carvalho, telefone (34)988435055, e-mail janaira.carvalho@educacao.mg.gov.br

CEP-UNIUBE: Av. Nenê Sabino, 1801, bloco C sala 2C09 – Campus Aeroporto: 38055-500-Uberaba/MG, tel: 34-3319-8816; e-mail: cep@uniube.br O atendimento à comunidade acadêmica e comunidade externa, acontece às segundas-feiras das 08h às 12h.

Você está sendo convidado para participar do projeto “O ensino-aprendizagem de Proporcionalidade no 7º ano do Ensino Fundamental com foco na aprendizagem conceitual”, de responsabilidade da Mestranda Janaira Pereira Carvalho, sob a orientação da Professora Dra. Marilene Ribeiro Resende. Tem como objetivo geral: Discutir o ensino-aprendizagem de Proporcionalidade no 7º ano do Ensino Fundamental, visando a aprendizagem conceitual e a formação do pensamento teórico-científico do aluno.

Este projeto se justifica porque em pesquisa realizada anteriormente, para verificar o que já foi produzido sobre Proporcionalidade, constatou-se que ainda é reduzido o número de pesquisas sobre essa temática na área da educação. Acrescenta-se, ainda, diante dos resultados insatisfatórios dos alunos em matemática nas avaliações externas, que é necessária uma aprendizagem que contribua para o desenvolvimento de conceitos na área da Álgebra e que promova o desenvolvimento do pensamento teórico.

No campo da Álgebra, o conceito de Proporcionalidade destaca-se também pela sua capacidade integradora de conhecimentos e pelo potencial de desenvolvimento do pensamento matemático, tendo aplicações em vários outros campos do conhecimento, constituindo-se em instrumento importante para a resolução de problemas e para a compreensão de fenômenos que nos rodeiam.

Neste contexto, o estudo se torna necessário para entender quais práticas pedagógicas e didáticas do ensino-aprendizagem de Proporcionalidade vigoram atualmente na rede estadual de ensino de Uberaba. Espera-se que essa pesquisa possa contribuir para identificar quais possíveis necessidades, lacunas e perspectivas de melhoria para condução de experiências no ensino de Proporcionalidade que conduzam ao desenvolvimento do aluno.

Se aceitar colaborar nesta pesquisa, você participará de uma entrevista semiestruturada, abordando o ensino da Álgebra e mais especificamente o ensino da Proporcionalidade. A entrevista pode ocorrer pessoalmente, em local e horário combinado, de acordo com a sua disponibilidade ou em ambiente virtual, Google Meet, caso você prefira. A entrevista terá tempo médio de 30 minutos. Você tem liberdade de se recusar a participar e ainda se recusar a continuar participando em qualquer fase da pesquisa, sem qualquer prejuízo para você. Sempre que quiser poderá pedir mais informações sobre a pesquisa através do telefone da pesquisadora do projeto e, se necessário através do telefone do Comitê de Ética em Pesquisa.

Pela sua participação no estudo, você não receberá nenhum pagamento e não terá nenhum custo. Isso não o impede de solicitar ressarcimento ou indenização, caso a sua participação na pesquisa lhe cause algum dano.

Você poderá ter os seguintes benefícios por participar dessa pesquisa: o estudo oportunizará no diálogo com o pesquisador a possibilidade de uma reflexão sobre a sua prática pedagógica no que se refere ao ensino da Álgebra, ao ensino da matemática e mais especificamente ao ensino da Proporcionalidade. Além disso há também benefícios para área da educação matemática, retratando pontos importantes referentes ao ensino-aprendizagem de Álgebra, contribuindo para que ele se desenvolva sobre práticas pedagógicas que conduzam ao desenvolvimento de conceitos fundamentais da matemática, mais especificamente o de Proporcionalidade, e o desenvolvimento do aluno.

Toda pesquisa com seres humanos tem riscos. No caso desta pesquisa, os riscos possíveis se referem à perda da confidencialidade dos resultados e o desconforto do colaborador ao ser entrevistado. Tratando-se da confidencialidade dos dados, será garantido o anonimato com a utilização de códigos ou nomes fictícios. Sobre o desconforto, esse será minimizado considerando o tempo e o espaço adequado para realização da entrevista, um espaço em que se possa garantir a privacidade do participante. Aquele que optar por participar da entrevista pelo ambiente virtual terá orientação sobre os riscos característicos do ambiente virtual e esclarecimentos dos potenciais riscos de violação, observadas as recomendações da Carta Circular nº 1/2021-CONEP/SECNS/MS

de 03 de março de 2021. Os contatos não serão feitos por meio de listas, mas, sim, individualmente. As gravações da entrevista serão armazenadas em arquivo pessoal dos pesquisadores, aos quais caberá a guarda e o devido descarte. Após o *download*, serão apagados imediatamente de qualquer plataforma virtual ou “nuvem” e sugerimos que você faça o mesmo. Sabemos que em meios virtuais existem riscos, mas todos os cuidados serão tomados, embora o pesquisador não tenha total controle para assegurar a confidencialidade. Os dados serão manuseados apenas pelos pesquisadores e devidamente armazenados por um prazo de 5 anos. Após esse período serão devidamente descartados.

Sinta-se à vontade para solicitar, a qualquer momento, os esclarecimentos que você julgar necessários. Você tem a liberdade de entrar em contato com o pesquisador sempre que julgar necessário. Caso decida-se por não participar, nenhuma penalidade será imposta a você.

Caso participe dessa pesquisa, você poderá ter acesso aos resultados encontrados, quando ela for concluída. Para isso deixe um e-mail para envio: _____

Você receberá uma via desse termo, assinada por você e pelo responsável pela pesquisa, rubricada em todas as páginas, onde consta a identificação e os telefones da equipe de pesquisadores, caso você queira entrar em contato com eles. Neste documento também consta o endereço, telefone e e-mail do CEP-UNIUBE, que avaliou e aprovou este projeto. Sinta-se à vontade para entrar em contato.

CONSENTIMENTO LIVRE, APÓS ESCLARECIMENTO

Li o esclarecimento acima e compreendi a finalidade do estudo e a quais procedimentos serei submetido. A explicação que recebi esclarece os riscos e benefícios do estudo. Estou ciente de que sou livre para interromper minha participação a qualquer momento, sem qualquer prejuízo a mim por essa decisão. Sei que meu nome não será divulgado, que não terei despesas e não receberei pagamento para participar do estudo. Concordo em participar do estudo.

Uberaba, ...//.....

Nome do participante e assinatura

Janaira Pereira Carvalho

Pesquisadora: Janaira Pereira Carvalho