

**UNIVERSIDADE DE UBERABA**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E EXTENSÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO**  
**MESTRADO EM EDUCAÇÃO**

**MAÍSA GONÇALVES DA SILVA**

**POTENCIALIDADES DA ATIVIDADE DE ESTUDO NO DESENVOLVIMENTO DO**  
**PENSAMENTO E DA LINGUAGEM ALGÉBRICA DOS ALUNOS DOS ANOS**  
**FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**UBERABA**

**2015**

**MAÍSA GONÇALVES DA SILVA**

**POTENCIALIDADES DA ATIVIDADE DE ESTUDO NO DESENVOLVIMENTO DO  
PENSAMENTO E DA LINGUAGEM ALGÉBRICA DOS ALUNOS DOS ANOS  
FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de Uberaba, como requisito final para obtenção do título de Mestre em Educação, conforme previsto no Regimento do Programa.

Área de concentração: Educação.

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Marilene Ribeiro Resende.

Linha de Pesquisa: Desenvolvimento Profissional, Trabalho Docente e Processo de Ensino-Aprendizagem.

UBERABA

2015

Catálogo elaborado pelo Setor de Referência da Biblioteca Central UNIUBE

***Silva, Máisa Gonçalves da.***

S38p Potencialidades da atividade de estudo no desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica dos alunos dos anos finais do ensino fundamental / Máisa Gonçalves da Silva. – Uberaba, 2015.

285 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade de Uberaba. Programa de Mestrado em Educação, 2015.

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dra. Marilene Ribeiro Resende.

1. Ensino. 2. Aprendizagem. 3. Álgebra. 4. Linguagem. 5. Formação

Maísa Gonçalves da Silva

**POTENCIALIDADES DA ATIVIDADE DE ESTUDO NO  
DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO E DA LINGUAGEM ALGÉBRICA  
DOS ALUNOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação - Mestrado da Universidade de Uberaba, como requisito final para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Aprovada em 31/08/2015

BANCA EXAMINADORA



Profª Drª Marilene Ribeiro Resende  
(Orientadora)  
UNIUBE-Universidade de Uberaba



Profª Drª Váldina Gonçalves da Costa  
UFTM – Universidade Federal do  
Triângulo Mineiro



Profª Drª Valeska Guimarães Rezende  
Cunha  
UNIUBE-Universidade de Uberaba

*Dedico este trabalho ao Fábio, companheiro de horas e sonhos, com quem tenho descoberto a alegria e o sentido de “construir uma história junto”. Por sua compreensão, amor, e por sua fé em mim.*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela minha vida, pelas oportunidades concedidas, pela sua luz que se fez presente quando eu me via em situações de desestímulo e descrença, iluminando caminhos que me fizeram encontrar sentido em tudo que estava passando.

Ao meu marido Fábio, pelos diálogos que me auxiliaram, em muitos momentos, a enxergar certos aspectos deste trabalho por ângulos diferentes. Pelas conversas e críticas que me ajudaram a chegar até aqui; pela compreensão e pelo carinho.

Aos meus pais, Isaías (in memória) e Erilda, e aos meus irmãos Welton e Isaías Jr, por entenderem a ausência que, em muitos momentos, se fez necessária. Em especial a minha prima Bárbara, por conferir as referências.

Aos meus sogros, João Batista e Celma, e a minha cunhada Fabrícia, por entenderem a ausência tanto minha quanto do Fábio. Pois visitá-los se tornou algo raro, um cantinho na fazenda onde se fugia da realidade.

Agradeço à Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Marilene Ribeiro Resende que acreditou em mim e na minha capacidade de concluir este trabalho. Pela orientação na trajetória de pesquisa.

Aos professores integrantes do programa de Mestrado da UNIUBE, pela orientação durante as aulas, seminários ou palestras: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Ana Maria Esteves Bortolanza, Prof. Dr. Gustavo Araújo Batista, Prof. Dr. José Carlos Souza Araújo, Prof<sup>a</sup>. Dra. Luciana Beatriz de Oliveira B. de Carvalho, Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Marilene Ribeiro Resende, Prof. Dr. Orlando Fernández Aquino, Prof. Dr. Osvaldo Freitas de Jesus, Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Sálua Cecílio, Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Sueli Teresinha de Abreu Bernardes, Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Vânia Maria de Oliveira Vieira.

Às estimadas, professoras Fabiana Fiorezi de Marco, Váldina Gonçalves da Costa e Valeska Guimarães Rezende da Cunha, pela colaboração e preciosas sugestões, por ocasião do Exame de Qualificação e também na Apresentação Final da Dissertação.

Aos professores colegas do Projeto OBEDUC (Observatório de Educação), pelo período de reuniões, discussões e aprendizagem sobre aspectos da Teoria Histórico-Cultural e sua aplicação na educação.

Ao meu amigo, professor Norival, pelo companheirismo manifesto desde o início do mestrado. Foram muitas horas de estrada... Uberlândia a Uberaba, Uberaba a Uberlândia.

Aos colegas da ESEBA: direção, coordenadores, professores e alunos, que compreenderam as minhas ausências e colaboraram comigo, quando precisei.

Aos professores do Grupo de Estudo da ESEBA desta pesquisa, pela colaboração, em especial ao professor Leonardo parceiro nesta pesquisa.

Aos meus amigos e colegas de profissão Raquel, Vítor, Natália e Alessandra, apoiando e incentivando a minha pesquisa, facilitando assim a trajetória percorrida, compartilhando comigo as dificuldades, frustrações, vitórias e alegrias.

Aos professores da área de matemática da ESEBA, Ângela, Antomar, Ederson, Leonardo, Mariana, Raquel, Silene, Valmir especial influência na minha decisão de fazer o Mestrado.

Aos alunos da turma do 9º ano 'A' - 2014 da ESEBA, que, como sujeitos da pesquisa, contribuíram de forma significativa e determinante.

Aos alunos e professores do GEPIT, Vítor, Marina, Hugo, Guilherme Tafelli, Guilherme Resende, Marco Túlio, Danilo, Matheus, Júlia, Aryanne, Eduarda Vilela, Thaina, Camila, Marcela, Aline, Yasmin, Aliny Lara, Maria Eduarda, Kailanne, Maria Clara e Cecília pelo apoio. Pela colaboração e participação na realização de outras pesquisas que tanto tem dado certo.

À CAPES, pela iniciativa de valorizar e patrocinar a pesquisa em educação.

À Universidade de Uberaba, pela organização e viabilização do curso de Mestrado.

*“[...] ao se apropriar da cultura e de tudo o que a espécie humana desenvolveu, o homem se torna humano.”*

*RIGON et al., 2010*

## RESUMO

Considerando os resultados insatisfatórios dos alunos em matemática, indicados pelas avaliações sistêmicas (SAEB, SIMAVE, dentre outras) realizadas no país, e a necessidade de um ensino mais eficaz da álgebra, propôs-se esse estudo, cujo objetivo é analisar as contribuições de uma proposta de atividades de estudo, na perspectiva histórico-cultural, no desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica de alunos do 9º ano do ensino fundamental. Esta dissertação insere-se na linha de pesquisa “Desenvolvimento Profissional, Trabalho Docente e Processo de Ensino-Aprendizagem” e no projeto OBEDUC/CAPES e Edital 13/2012 da FAPEMIG, intitulado “O ensino e a aprendizagem de álgebra nos anos finais do ensino fundamental”, desenvolvido na UNIUBE. A metodologia da pesquisa se apoia em uma abordagem qualitativa numa visão dialética, que possibilita observar o fenômeno em seu movimento, considerando que o pesquisador esteve inserido no contexto, analisando o caso em suas especificidades a partir das suas apreensões do objeto de estudo e dos referenciais teóricos nos quais se fundamenta. Como procedimentos de pesquisa, realizaram-se pesquisa bibliográfica, documental e de campo. Na pesquisa bibliográfica fundamentada na teoria histórico cultural, os conceitos de pensamento e linguagem, bem como as suas relações, foram construídos segundo Vigotski; a teoria da atividade e da atividade de estudo conforme os pressupostos de Leontiev e Davidov, respectivamente, além de outros pesquisadores apoiadores da teoria histórico-cultural, que possuem como objeto de estudo a álgebra. Na pesquisa documental, foi realizada a contextualização considerando os PCN, os registros do desenvolvimento lógico-histórico dos conhecimentos algébricos, os documentos que regulamentam o ensino na escola pesquisada, o Projeto Político Pedagógico, o planejamento do professor, dentre outros registros. A pesquisa de campo consistiu num experimento didático, embasado na teoria histórico-cultural, realizado com alunos do 9º ano do ensino fundamental da ESEBA/UFU. Para isso, foram realizadas sessões de estudo entre o pesquisador e o professor da turma pesquisada, fornecendo suporte para elaboração coletiva das atividades de estudo; foram observadas 95 aulas pelo pesquisador; elaboração e proposição da atividade de estudo. Os dados coletados no estudo de grupo, na observação da atividade, os registros dos alunos e as suas falas, foram analisados, levando em consideração o aporte teórico no qual está fundamentada a pesquisa. Os resultados desta pesquisa permitem considerar que um ensino devidamente organizado contribui para o processo de ensino-aprendizagem-desenvolvimento. Observam-se indícios de que os alunos por meio de trabalho coletivo apresentam manifestações e expressões do desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica, no sentido de construção de sentido para a linguagem simbólica, ao percorrerem o movimento lógico-histórico da álgebra, passando da fase retórica até chegar à álgebra simbólica. Os processos de discutir, relacionar, identificar, generalizar e avaliar foram relevantes para o alcance dos objetivos, especialmente no processo de desenvolvimento mental dos alunos que se apropriaram dos recursos necessários para trabalhar com equações do segundo grau.

Palavras-chave: Ensino e Aprendizagem de Álgebra. Atividade de Estudo. Pensamento e Linguagem. Formação de professores.

## ABSTRACT

Considering the unsatisfactory results of students in mathematics, indicated by systemic evaluations (SAEB, SIMAVE, among others) held in the country, and the need for a more effective teaching of algebra, it was proposed that study, which aims to analyze the contributions of a proposed study activities in cultural-historical perspective, the development of thought and the algebraic language students in 9th grade of elementary school. This work is part of the line of research "Professional Development, Teaching Work and Teaching-Learning Process" and design OBEDUC / CAPES and Notice 13/2012 of FAPEMIG entitled "Teaching and learning algebra the end of the school year fundamental ", developed in UNIUBE. The research methodology is based on a qualitative approach in a dialectical view, which makes it possible to observe the phenomenon in its motion, considering that the researcher will be placed in the context, analyzing the case in their specifics from their subject matter seizures and reference theoretical in which it is based. As a research procedures were carried out bibliographic research, documentary and field. In literature based on the cultural historical theory, the concepts of thought and language, as well as their relations have been built to Vygotsky, activity theory and study activity presenting the assumptions of Leontiev and Davidov, respectively, as well as other supporters researchers cultural-historical theory, which have as their object of study algebra. In the documentary research was carried out contextualization considering the PCN, records the logical historical development of algebraic knowledge of the documents that regulate the teaching in the school studied, the PPP, the teacher's planning, among other records. The field research consisted of a didactic experiment, based on the historical-cultural theory, held with students from 9th grade of elementary school of ESEBA / UFU. For this, we created a study group, where study sessions were held between the researcher and the teacher of the surveyed group, providing support for collective elaboration of the study activities; observation of some classes by the researcher; drafting and proposing the study activity. The data collected in the study group, 95 the observation of activity, student records and his lines were analyzed, taking into account the theoretical framework on which is based the research. These results support the conclusion that a properly organized instruction contributes to the teaching-learning-development process, they observe evidence that students through collective work present manifestations and expressions of thought and algebraic language, his actions express logical-historical movement of algebra, moving from rhetoric stage until you reach the symbolic algebra, the processes discussed, relate to, identify, generalize and evaluate were relevant to achieving the goals, especially in the mental development process of the students who have appropriated resources needed to work with quadratic equations.

**Keywords:** Teaching and Learning Algebra. Study Activity. Thought and Language. Teacher training.

## LISTA DE SIGLAS

BOA	Base Orientadora da Atividade
CAp	Colégio de Aplicação
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CPA	Conselho Pedagógico e Administrativo
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
CONSEP	Conselho de Ensino, Pesquisa e Extensão da UFU
CONSUN/UFU	Conselho Universitário da UFU
CEP	Comitê de Ética e Pesquisa
DOU	Diário Oficial da União
EJA	Educação de Jovens e Adultos
ESEBA	Escola de Educação Básica
FAPEMIG	Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais
GEPIDE	Grupo de Pesquisa em Instrução, Desenvolvimento e Educação
GEPAPe	Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Atividade Pedagógica
GETHEC	Grupo de Estudo da Teoria Histórico Cultural
IES	Instituições de Ensino Superior
IFES	Instituto Federal de Ensino Superior
IFTM	Instituto Federal do Triângulo Mineiro
FAMAT/UFU	Faculdade de Matemática da Universidade Federal de Uberlândia
MEC	Ministério da Educação
MMM	Movimento Matemática Moderna
OBEDUC	Observatório da Educação
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PCE	Planejamento Curricular de Ensino
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PHC	Perspectiva Histórico-Cultural
PIC/ OBEMEP	Programa de Iniciação Científica Júnior da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PPP	Projeto Político-Pedagógico
PROEJA	Programa Nacional de Integração da Educação Profissional
PROEX	Pró-reitoria Estudantil e de Extensão

PROGRAD	Pró-reitoria d Graduação
PROPP	Pró-reitoria de Pesquisa e Pós-graduação
PISA	Programa de Avaliação Internacional de Estudantes ( <i>Programme for International Student Assessment</i> )
SAEB	Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica
SIMAVE	Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública
TAA	Termo de Assentimento dos Alunos
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
UFU	Universidade Federal de Uberlândia
UnU	Universidade de Uberlândia
UNIUBE	Universidade de Uberaba.
USP	Universidade de São Paulo
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1</b>	Comparação entre o Conhecimento Empírico e o Conhecimento Teórico	62
<b>Quadro 2</b>	Multiplicação segundo os egípcios	99
<b>Quadro 3</b>	Concepções de Educação Algébrica	114
<b>Quadro 4</b>	Concepções de Álgebra segundo Usiskin (1995) e alguns conteúdos matemáticos	116
<b>Quadro 5</b>	Comparação das propostas de ensino de Álgebra de Usiskin e dos PCN	123
<b>Quadro 6</b>	Essência dos principais conteúdos algébricos	127
<b>Quadro 7</b>	Pesquisas sobre questões algébricas – tipos de erros no processo de resolução de questões segundo Figueiredo (2007)	129
<b>Quadro 8</b>	Colégios de aplicação brasileiros	143
<b>Quadro 9</b>	Reuniões do Grupo de Estudo	157
<b>Quadro 10</b>	Estrutura da Atividade de Ensino segundo Davidov	166
<b>Quadro 11</b>	Instrumento dos alunos: percebendo o desenvolvimento das minhas funções psicológicas superiores	170
<b>Quadro 12</b>	Cronograma da observação do 9º ano A	184
<b>Quadro 13</b>	Atividades de ensino selecionadas para a análise	200
<b>Quadro 14</b>	Atividade de ensino: a essência de equações, estrutura segundo Davidov (1987)	206
<b>Quadro 15</b>	Atividade de ensino: a essência de equações – 1ª Folha entregue aos alunos	208
<b>Quadro 16</b>	Atividade de ensino: a essência de equações – 2ª Folha entregue aos alunos	209
<b>Quadro 17</b>	Episódios da atividade de ensino: a essência de equações	212
<b>Quadro 18</b>	Atividade de ensino: o uso de diferentes linguagens algébricas para expressar equações	225
<b>Quadro 19</b>	Atividade de ensino: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações– 1ª folha entregue aos alunos	228
<b>Quadro 20</b>	Atividade de ensino: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações– 2ª folha entregue aos alunos	228
<b>Quadro 21</b>	Atividade de Ensino: O uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações– 3ª Folha entregue aos alunos	229
<b>Quadro 22</b>	Atividade de Ensino: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações– 4ª Folha entregue aos alunos	230
<b>Quadro 23</b>	Atividade de Ensino: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações– 5ª Folha entregue aos alunos	231

<b>Quadro 24</b>	Episódios da Atividade de Ensino: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações – 1ª Folha da Atividade	233
<b>Quadro 25</b>	Atividade de Estudo: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações – material dos alunos	240
<b>Quadro 26</b>	Atividade de Estudo: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações – material dos alunos – Folha 5	243
<b>Quadro 27</b>	Atividade de Estudo: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações – material dos alunos – dificuldades	250
<b>Quadro 28</b>	Atividade de Estudo: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações – material dos alunos – autoavaliação	252
<b>Quadro 29</b>	Atividade de Estudo: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações – material dos alunos – autorregulação	254

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> – Corpo Discente da ESEBA – 2011	145
<b>Tabela 2</b> – Docentes da ESEBA – 2011	146

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b>	Esquema do ciclo de conhecimento	59
<b>Figura 2</b>	Estrutura da atividade segundo Leontiev (1978)	75
<b>Figura 3</b>	Mapa e linha cronológica das descobertas algébricas	97
<b>Figura 4</b>	Algoritmo de resolução de uma equação quadrática pelos babilônicos	101
<b>Figura 5</b>	Representação geométrica da expressão $(a + b)^2$	102
<b>Figura 6</b>	Representação de uma equação diofantina	103
<b>Figura 7</b>	Representação de uma equação do segundo grau pelos hindus	106
<b>Figura 8</b>	Representação de uma equação do segundo grau pelos hindus	107
<b>Figura 9</b>	Representação de uma equação considerando a notação simbólica de diferentes pesquisadores matemáticos	109
<b>Figura 10</b>	Concepções de álgebra segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais	121
<b>Figura 11</b>	Síntese do grupo de estudo: “Sobre o processo de humanização”	154
<b>Figura 12</b>	– Estudo do texto: “O Desenvolvimento Psíquico e o Processo Educativo”	155
<b>Figura 13</b>	Movimentos interdependentes do procedimento de intervenção didático-formativa segundo Franco (2015)	165
<b>Figura 14</b>	Instrumento dos alunos: percebendo o desenvolvimento das minhas funções psicológicas superiores – modelo de revisão	169
<b>Figura 15</b>	Planejamento pedagógico do 1º Trimestre – 9º Ano ESEBA	174
<b>Figura 16</b>	Planejamento pedagógico do 2º Trimestre – 9º Ano ESEBA	175
<b>Figura 17</b>	Planejamento pedagógico do 3º Trimestre – 9º Ano ESEBA	176
<b>Figura 18</b>	Resolução da Folha 2 do Aluno DN	245
<b>Figura 19</b>	Resolução da Folha 3 do Aluno MT	246
<b>Figura 20</b>	Resolução da Folha 1 do Aluno GR	246
<b>Figura 21</b>	Resolução da Folha 1 do Aluno GR	247
<b>Figura 22</b>	Resolução da Folha 5 do aluno MA	247

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b>	21
<b>1 – FUNDAMENTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS: A QUESTÃO DO MÉTODO, O PENSAMENTO E A LINGUAGEM, ATIVIDADE</b>	33
<b>1.1 O Problema do Método: a Teoria Histórico-Cultural</b>	34
<b>1.2 O Pensamento e a Linguagem</b>	40
1.2.1 Raízes genéticas do pensamento e da linguagem	40
1.2.2 Unidade entre pensamento e a linguagem: palavra – significado	49
1.2.3 Conhecimento teórico e conhecimento empírico	57
<b>1.3 A Atividade: Processo de Humanização</b>	69
1.3.1 A Teoria da Atividade de Leontiev	73
1.3.2 A atividade de estudo de Davidov	78
<b>1.4 Formação, desenvolvimento, relações e atividade: a adolescência na Teoria Histórico-Cultural</b>	83
<b>2 – DESENVOLVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DA ÁLGEBRA: O PERCURSO HISTÓRICO, AS CONCEPÇÕES E AS PROPOSTAS DE ENSINO</b>	94
<b>2.1 O Percorso histórico com foco em função e equações</b>	94
2.1.1 A álgebra no Egito	98
2.1.2 A álgebra na Babilônia	100
2.1.3 A álgebra na Grécia	102
2.1.4 A álgebra no Império Árabe	104
2.1.5 A álgebra na Índia	106
2.1.6 A álgebra na Europa	109
<b>2.2 As concepções de álgebra e de educação algébrica</b>	113
<b>2.3 A álgebra nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática</b>	118
<b>2.4 O ensino da álgebra e os nexos conceituais algébricos</b>	124
<b>2.5 Dificuldades no ensino da álgebra</b>	129

<b>3 – A TRAJETÓRIA METODOLÓGICA: A ELABORAÇÃO DAS ATIVIDADES</b>	133
<b>3.1 uma proposta de trabalho colaborativo</b>	138
<b>3.2 Espaço de construção colaborativa: a escola como local de pesquisa e reunião do grupo de estudo</b>	139
3.2.1 A Escola pesquisada	140
3.2.2 O Projeto Político Pedagógico da escola	146
3.2.3 A formação do grupo de estudo e suas atividades	151
<b>3.3 A elaboração do instrumento de percepção dos alunos sobre o desenvolvimento de suas funções psicológicas superiores</b>	167
<b>3.4 Proposta de reformulação do PPP: Contribuições do Grupo de Estudo</b>	171
<b>3.5 Unidade didática de ensino: relação dialética entre <i>função</i> e <i>equação</i></b>	173
<b>3.6 Diagnóstico da realidade: conhecendo os sujeitos da pesquisa</b>	180
3.6.1 Período de observação	182
3.6.2 Seleção do 9 <sup>a</sup> Ano A	183
3.6.3 Diagnóstico da turma: faixa etária e comportamento em sala	188
3.6.4 Diagnóstico da turma: características sociais, culturais e econômicas da turma	190
3.6.5 Diagnóstico da turma: interesse pelos estudos e pela matemática e relação com o professor	192
3.6.6 Formação dos grupos na sala: trabalhando na ZDP	193
<b>4 – A ANÁLISE DAS ATIVIDADES DE ENSINO: O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO E DA LINGUAGEM ALGÉBRICA</b>	199
<b>4.1 Atividade de ensino: essência de equações - o significado ou sentido de uma equação para os alunos, trabalhando a diferença entre o conhecimento empírico e o conhecimento teórico</b>	204
<b>4.2 Atividade de Ensino: o uso de diferentes linguagens algébricas para expressar equações – o movimento lógico-histórico, da linguagem algébrica retórica e sincopada a linguagem algébrica simbólica</b>	224
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	256

<b>REFERÊNCIAS</b>	263
<b>ANEXOS</b>	272
<b>Anexo 1 - Projeto Político Pedagógico: Contribuições do Grupo de Estudo</b>	272
<b>Anexo 2 – Unidade Didática</b>	279

## INTRODUÇÃO

A motivação para a realização desta pesquisa de mestrado surge a partir da experiência enquanto professora de matemática durante doze anos, atuando boa parte desse período na educação básica. Com base nesta experiência foi possível perceber as dificuldades dos alunos na construção dos conceitos algébricos no ensino fundamental, no desenvolvimento do seu pensamento e linguagem algébricos. Outro fator de motivação foi a participação no projeto do Observatório da Educação (OBEDUC), intitulado “O ensino e a aprendizagem da álgebra nos anos finais do ensino fundamental”, aprovado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e pela Fundação de Amparo à Pesquisa de Minas Gerais (FAPEMIG), Edital 13/2012 – Educação Básica.

Nos processos de uma pesquisa: a necessidade de uma fundamentação teórico-metodológica, a elaboração da questão norteadora, o estabelecimento dos objetivos, a elaboração de hipóteses, a delimitação do objeto de pesquisa, o levantamento de dados e suas análises e, por fim, a elaboração das conclusões, um dos primeiros desafios enfrentado no desenvolvimento desta pesquisa foi a compreensão das matrizes epistemológicas. Nas experiências e oportunidades que tive durante a minha formação docente, devido à forma com que o materialismo histórico-dialético foi trabalhado durante a formação inicial e durante a especialização, de forma rápida e sem o aprofundamento necessário para compreensão dos conceitos desta teoria, transformou a compreensão de alguns conceitos, elementares para o desenvolvimento desse trabalho, em um processo difícil e lento, demandando assim um tempo maior dedicado à revisão bibliográfica e várias reuniões para discussões.

A definição da fundamentação teórica calcada na teoria histórico-cultural foi influenciada pelo Grupo de Pesquisa em Instrução, Desenvolvimento e Educação (GEPIDE), e pelo Grupo de Estudo da Teoria Histórico Cultural (GETHEC), durante o ano de 2013 e primeiro semestre de 2014.

As principais contribuições da teoria histórico-cultural para esse trabalho estão relacionadas aos conceitos de pensamento e linguagem, sua relação e seu desenvolvimento, assim como à teoria da atividade e da atividade de estudo, em que buscamos apoio nos trabalhos de Vigotski (1991, 1996, 2003, 2004, 2009), Davidov (1988), Leontiev (1983), Talizina (2000), nomes importantes dessa teoria. Assim como recorreremos a pesquisadores dessa área que muito tem contribuído, seja com o desenvolvimento de novos conceitos como a atividade orientada de ensino proposta por Moura (2001), ou a proposição de pesquisas com

essa fundamentação teórica relacionada à educação matemática, nos casos de Sforni (2006), Oliveira (1998), Núñez (2009) e Moraes (2008), dentre outros.

A contribuição da teoria histórico-cultural para educação, em particular para educação matemática, pode ser observada nos textos discutidos pelo grupo de estudo, pelos resultados dessa pesquisa, assim como das pesquisas desenvolvidas pelos participantes desse projeto OBEDUC. Indica, assim, uma possibilidade para a educação, considerando que essa teoria discute a escola e a didática numa perspectiva que tem, no desenvolvimento integral do estudante, sua tese fundamental.

Desta forma, pode-se inferir que a preocupação do professor está no ensino-aprendizagem-desenvolvimento do aluno e dele mesmo, considerando que todos os envolvidos na atividade realizada na sala de aula, ao interagirem com o objeto e com os outros sujeitos, modificam seus conceitos, proporcionando assim a possibilidade do desenvolvimento integral. Portanto, não basta apenas o professor dominar o conteúdo que será trabalhado com os alunos, mesmo que esse conhecimento esteja amparado no desenvolvimento lógico-histórico desse conceito.

O trabalho do professor pressupõe organizar o ensino para que os alunos sejam inseridos na atividade de estudo, propondo situações que sejam desencadeadoras da atividade. Para isso é necessário conhecer esses sujeitos, compreender as necessidades que desencadeariam a ação de realizar a atividade. Considerando essas preocupações, este trabalho, propõe o estudo do desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica, tendo como suporte as atividades de ensino propostas a alunos do 9º ano do ensino fundamental, planejadas de forma coletiva entre o pesquisador e o professor.

A educação brasileira, nas últimas décadas, final do século XX e início desse século, tem sido avaliada pelas agências governamentais, por meio das avaliações sistêmicas. Observamos uma preocupação desses órgãos e agências com relação aos resultados alcançados e os esperados em metas de médio e longo prazo, referentes à qualidade da educação básica no Brasil, que tem apresentado resultados insatisfatórios em âmbito nacional, segundo parâmetros estipulados pelos órgãos que gerenciam as avaliações sistêmicas.

Essa preocupação não se encontra apenas nas agências avaliadoras, mas nos gestores e, principalmente, nos professores envolvidos nos processos de ensino aprendizagem, dos pesquisadores da academia e/ou professores da escola, grupo de profissionais que desenvolvem teorias e atividades que visam minimizar as dificuldades dos alunos. Há,

inclusive, uma “cobrança” e uma pressão sobre as escolas e, conseqüentemente, sobre os professores para a obtenção de melhores resultados ou manutenção dos obtidos.

Abordamos, em particular, o ensino e a aprendizagem de matemática, que tem gerado muitas discussões e críticas. As discussões e críticas continuam quando se trata da análise das avaliações e dos desempenhos dos alunos nos sistemas de avaliações em larga escala. Os resultados das avaliações sistêmicas nacionais e internacionais, como o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB); Prova Brasil; Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública (SIMAVE); Programa de Avaliação Internacional de Estudantes (*Programme for International Student Assessment – PISA*), são insatisfatórios em relação à álgebra, apresentando médias inferiores às estabelecidas pelos parâmetros das avaliações.

Ao analisarmos os resultados obtidos nesses sistemas de avaliação, encontramos resultados muito distantes das metas estabelecidas, no que se referem ao ensino e aprendizagem da matemática. Observando o quadro de resultados, disponíveis nos sites oficiais destas avaliações, deparamo-nos com uma amostra significativa de estudantes que, ao final do Ensino Fundamental (9º ano), conseguem fazer basicamente o que eles deveriam ter competência para realizar ao concluir os anos iniciais do ensino fundamental (6º ano e 7º ano). Este fato ocorre em escala nacional, atingindo regiões metropolitanas e o interior dos estados brasileiros.

Esses resultados apontam que investimentos, estudos e pesquisas devem ser realizados para que o processo de ensino-aprendizagem-desenvolvimento dos alunos se dê de forma integral. Alguns programas e projetos educacionais e de formação docente foram criados e propostos como políticas de incentivo para melhorar a qualidade da educação, oferecida pelas escolas brasileiras, principalmente as escolas públicas, nas diferentes instâncias governamentais Federal, Estadual e Municipal. Algumas iniciativas já foram implementadas de modo a minimizar esse quadro, como a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), além de projetos de pesquisa, ensino e extensão que possuem como objeto o ensino e aprendizagem na educação básica.

Os resultados insatisfatórios nas avaliações sistêmicas e as experiências em sala de aula nos levaram a observar que o interesse pela álgebra não tem sido demonstrado pelos alunos. Esse fato pode ser confirmado tanto pelos quadros de resultados das avaliações, como pelos relatos em conversas informais com docentes de matemática que lecionam esses conteúdos. Tendo em vista esse quadro conforme Booth (1995, p. 23) “uma das maneiras de tentar descobrir o que torna a álgebra difícil é identificar os tipos de erros que os estudantes

comumente cometem nessa matéria e investigar as razões desses erros”, erros esses que possuem uma relação dialética com as dificuldades desses estudantes ao lidarem com situações envolvendo conhecimentos algébricos.

Consideramos que isso ocorre, porque os alunos acham esse tópico da matemática complicado e sem significado, apresentando dificuldades em realizar associações entre os conteúdos ensinados e atividades propostas em sala, dificuldades em internalizar os conteúdos trabalhados e fazer as generalizações necessárias para o processo de ensino-aprendizagem-desenvolvimento algébrico.

Estudos realizados na área apontam que devido à falta de entendimento do assunto, os alunos sentem um “desconforto”, um receio, ao tratar de questões que envolvam álgebra ou quando são abordados problemas a ela relacionados. Na busca de compreender essas dificuldades relatadas pelos alunos, destacamos a contribuição do Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Atividade Pedagógica (GEPAPe) da Universidade de São Paulo (USP), principalmente da pesquisadora Panossian (2008), que dedicou seus estudos a identificar a origem de algumas dificuldades dos estudantes com o conhecimento algébrico.

Ressaltamos, a partir deste estudo, os comentários de alunos no sentido de que não conseguem interpretar enunciados e resolver problemas, falas feitas pelos alunos antes da realização desta pesquisa, as quais criaram a necessidade de investigação de práticas com foco no ensino e a aprendizagem algébrica. Os alunos afirmam que esse tópico da matemática é complicado. Muitos deles apresentam dificuldades nos conteúdos algébricos, mas principalmente no desenvolvimento do pensamento algébrico. Esses alunos, ao usarem os conceitos algébricos, em sua maioria, não os compreendem e, por consequência, tendem a aplicá-los de forma incorreta, fazendo com que ocorra a “aplicação do conceito e não a sua formação” (PANOSSIAN, 2008, p. 15).

Outra dificuldade, segundo essa autora, apresentada pelos alunos está no desenvolvimento da habilidade de trabalhar e associar as diferentes linguagens utilizadas no contexto escolar. Nota-se esse fato durante as aulas de matemática, no estudo da álgebra, quando é solicitada ao aluno a tradução da linguagem escrita corrente para a linguagem algébrica e vice-versa.

Panossian (2008), ainda, alega que, ao associarem uma letra com um valor numérico, os alunos começam a generalizar esse instrumento algébrico. Nem sempre antes desse processo de generalização, o aluno compreendeu o significado dessa associação com a linguagem simbólica algébrica. Deste modo, ele apresenta uma tendência a considerar que

uma dada letra, por exemplo, “x”, representa um determinado valor específico, como “16”, e, se em outra situação, o valor a ser encontrado é “21”, a letra associada a esse valor não poderia ser “x”, pois esta letra já possui valor “16”, ou seja, considera que cada letra representa um valor específico, e dessa forma para cada valor, seria necessário uma representação com letras diferentes. Isso revela que o aluno não formou o conceito de variável, fundamental no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Segundo Panossian (2008), alguns alunos conseguem fazer tratamentos em diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático, entretanto, não são capazes de realizar as conversões necessárias para apreensão deste mesmo objeto. Esses alunos apresentam dificuldade em traduzir situações para a linguagem algébrica, através do uso de equações ou expressões algébricas. Notamos que, em consequência disso, os estudantes, de modo geral, desenvolvem o hábito de aplicar fórmulas mecanicamente para resolver exercícios.

Essa dificuldade se acentua nas manipulações algébricas, quando tem que realizar operações literais estabelecendo procedimentos e relações considerando os símbolos algébricos, nas quais os alunos executam comandos sem compreender o porquê de tal manipulação. Deste modo, o aluno não desenvolve para si o sentido daquela ação e nem compreende seu significado, que é social e foi historicamente desenvolvido.

A compreensão do significado está relacionada ao desenvolvimento do pensamento teórico, o qual é trabalhado no contexto escolar, mediatizado pela linguagem. Entender o movimento logico-histórico contribui para relacionar a necessidade historicamente construída pela humanidade, para desenvolvimento dos conhecimentos. “O campo da álgebra, como o de outros conhecimentos matemáticos, foi elaborado historicamente pelos indivíduos para atender às necessidade postas pela experiência prática e seu próprio desenvolvimento como ciência” (PANOSSIAN, 2008, p. 19).

Um dos objetivos, ao ensinar Álgebra nas escolas, é desenvolver nos alunos o pensamento algébrico que vai muito além da simples capacidade de manipular o sistema simbólico algébrico (CEDRO, 2008). O pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com o cálculo algébrico, com as estruturas matemáticas e saber aplicar tais conhecimentos na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou em outros domínios (PANOSSIAN, 2008). Consideramos as contribuições de Figueiredo (2007) com relação às concepções de álgebra e concordamos com a autora ao afirmar que “[...] compreendemos que as concepções

na maior parte das vezes não são simplesmente explicitadas, mas sim desveladas nas escolhas que os professores fazem ao exercer sua prática e seus saberes” (FIGUEIREDO, 2007, p.31).

Compreendemos a álgebra em suas diversas concepções, como o fazem Berdnaz, Kieran e Lee (1996, p. 4, tradução nossa) como sendo “o estudo de uma linguagem e sua sintaxe; o estudo de procedimentos de resolução de certas classes de problemas; o estudo das regularidades que governam as relações numéricas; e o estudo de relações entre quantidades que variam”.

Entendemos, também, que não há passagem do pensamento aritmético para o algébrico, mas ambos se desenvolvem de forma imbricada e continuada. Mas isso não significa que um não seja mais abstrato que o outro, atividades algébricas e aritméticas, possuem diferentes focos, “em aritmética, o foco da atividade é encontrar determinadas respostas numéricas particulares [...] na álgebra o foco é estabelecer procedimentos e relações e expressá-los numa forma simplificada geral” (BOOTH, 1995, p. 24).

No âmbito do Projeto “guarda-chuva”, o subprojeto que desenvolvemos tinha como questão central “Como promover o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica dos alunos do 9º ano do ensino fundamental, a partir de atividades de ensino elaboradas de acordo com os pressupostos da teoria histórico-cultural?”. Tendo como base as posteriores pesquisas, e o constante processo de fundamentação dentro da teoria histórico-cultural, esta questão foi se modificando.

O conhecimento algébrico no ensino fundamental regular comumente é iniciado no 7º ano, onde os alunos abstraem as primeiras noções algébricas, chegando em alguns casos à construção dos primeiros conceitos. Nos dois anos seguintes do ensino fundamental, as noções algébricas vão sendo progressivamente trabalhadas. Ao final desses três anos, os alunos deveriam compreender a linguagem algébrica, desenvolvendo não apenas a habilidade de manipulação simbólica. Espera-se que os alunos tenham generalizado o significado de variáveis, as primeiras noções do conceito de funções, de polinômios, os conceitos relacionados à álgebra como aritmética generalizada e os de equações (BRASIL, 1998).

Diante dos resultados do cenário nacional, num primeiro momento esperava-se conhecer os sujeitos desta pesquisa, que se encontravam no final do ensino fundamental, quando se esperava que tivessem internalizados os conhecimentos algébricos elementares, trabalhados nesse nível de ensino.

Entretanto, como se desenvolve o pensamento e a linguagem de forma geral? Como o pensamento e a linguagem se relacionam? E como se desenvolvem o pensamento e a

linguagem algébrica? Como se pode contribuir com a formação do pensamento teórico nos estudantes? Essas são questões que buscamos responder.

O ensino de qualquer disciplina contempla aspectos psicológicos, filosóficos e sociais. Esse trabalho apresenta interesses relacionados a alguns aspectos filosóficos e psicológicos do desenvolvimento do pensamento e da linguagem em geral, e mais particularmente, do desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica, com destaque para os conteúdos trabalhados no 9º ano do ensino fundamental, especialmente atividades que envolvem o conteúdo de equações do segundo grau.

Na busca de promover um ensino que gere desenvolvimento do ser humano, de modo que esse também gere aprendizagem, numa perspectiva de relação dialética entre eles, buscamos fundamentos na teoria histórico-cultural. Dentre os pressupostos desta teoria, atentaremos principalmente ao pensamento e a linguagem, bem como sua relação dialética.

Em relação à linguagem, destacamos que os processos de socialização e relações entre sujeitos, são processos viabilizados mediante o uso da “linguagem verbal ou mental [...] a condição necessária e específica do desenvolvimento do homem na sociedade” (LEONTIEV, 2004, p. 290). Isso pressupõe que “a aprendizagem possui um caráter social e possibilita ao indivíduo penetrar na vida intelectual daqueles que o cercam” (VIGOTSKY, 2003, p.115).

“O pensamento de um homem é o movimento das formas de atividade da sociedade historicamente construídas e apropriadas” (DAVIDOV, 1982, p. 279, tradução nossa). O pensamento e a linguagem se constituem nas ações práticas da atividade humana e, dessa forma, constituem a atividade do sujeito.

Embasados na teoria histórico-cultural, podemos considerar que o desenvolvimento do pensamento dos alunos no ambiente escolar possui relação com a organização do ensino realizada pelo professor. As formas de organização do ensino podem contribuir de modo mais significativo para o desenvolvimento de conceitos científicos, contribuindo para a mudança no pensamento do aluno e o desenvolvimento das funções psíquicas superiores, como: a atenção, o raciocínio lógico, a memória, a reflexão, a análise e a imaginação.

Nesse sentido, as contribuições de Vigotski (2009) orientam esse trabalho, suas investigações sobre o uso de instrumentos psicológicos e sobre a construção do pensamento e da linguagem. Neste estudo, temos o pressuposto que a linguagem e o sistema simbólico algébrico são compreendidos como instrumentos psicológicos, visão que amplia a comumente vivenciada nas escolas de percebê-los como recursos para resolver situações problemas. Fazemos aqui o destaque da diferenciação entre instrumento psicológico e técnico – sendo

que o técnico provoca mudanças no próprio instrumento, já o psicológico relaciona-se ao comportamento e à psique. No ato instrumental psicológico, “reflete a atividade relacionada a nós mesmos e não ao objeto” (VIGOTSKI, 2004, p. 97).

Compreender a linguagem e o sistema simbólico algébrico como instrumentos psicológicos possibilita perceber as relações que podem ter com o comportamento e com o desenvolvimento das funções psíquicas superiores.

A inclusão do instrumento no processo de comportamento provoca, em primeiro lugar, a atividade de toda uma série de funções novas, relacionadas com a utilização do mencionado instrumento e de seu manejo. Em segundo lugar, suprime e torna desnecessário toda uma série de processos naturais, cujo trabalho passa a ser efetuado pelo instrumento. Em terceiro lugar, modifica também o curso e as diferentes características (intensidade, duração, sequências etc.) de todos os processos psíquicos que fazem parte do ato instrumental, substituindo certas funções por outras. Ou seja, recria e reconstrói por completo toda a estrutura do comportamento, do mesmo modo que o instrumento técnico recria totalmente o sistema de operações de trabalho (VIGOTSKI, 2004, p. 96-97).

Davidov (1982) considera que seria relevante identificar que condições influenciam na apropriação do conhecimento algébrico por parte dos estudantes. Salientamos a diferença dessa perspectiva, pois a mesma está preocupada com os processos de generalização dos estudantes, além das especificidades do conhecimento algébrico, isso poderia proporcionar um estudo do desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica, não só relacionados às especificidades do conhecimento algébrico, mas de forma mais abrangente, atentando-se aos processos de generalização, abstração e formação de conceitos dos estudantes.

Destacamos que o ensino é capaz de promover o desenvolvimento do psiquismo do aluno considerando a aprendizagem dos conceitos científicos, embasados nas teorias desenvolvidas pela humanidade no processo sócio-histórico (LEONTIEV, 1983).

Salientamos que esses conceitos possuem uma relação indissociável com o pensamento e a linguagem, que nos processos de aprendizagem os sujeitos desenvolvem suas funções psíquicas superiores, através de atividades em que são levados a trabalhar em uma Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), possibilitando o desenvolvimento psíquico de modo geral (VIGOTSKI, 2003).

Ressaltamos que, neste trabalho, considerando os autores utilizados que fundamentam a teoria histórico-cultural, faremos uso do termo ZDP. Mas pretendemos como trabalhos futuros elaborar uma releitura, considerando as contribuições do trabalho de Prestes (2010) que defende que:

[...] a tradução que mais se aproxima do termo *zona blijaichego razvitiá* é **zona de desenvolvimento iminente**, pois sua característica essencial é a das possibilidades de desenvolvimento, mais do que do imediatismo e da obrigatoriedade de ocorrência, pois se a criança não tiver a possibilidade de contar com a colaboração de outra pessoa em determinados períodos de sua vida, poderá não amadurecer certas funções intelectuais e, mesmo tendo essa pessoa, isso não garante, por si só, o seu amadurecimento (PRESTES, 2010, p. 173, grifo da autora).

Compreendemos assim o desenvolvimento das funções psíquicas superiores e da educação segundo o método instrumental. “O método instrumental é aquele que investiga o comportamento e seu desenvolvimento por meio da descoberta dos instrumentos psicológicos que estão implicados” (VIGOTSKI, 2004, p. 101).

O método instrumental estuda o processo de desenvolvimento natural e da educação como um processo único e considera que seu objeto é descobrir como se reestruturam todas as funções naturais de uma determinada criança em um determinado nível de educação (VIGOTSKI, 2004, p. 99).

Segundo Davidov (1988) e Leontiev (1983), o desenvolvimento desses conceitos pode ser considerado um princípio imprescindível para a organização do ensino escolar, amparando assim nossa escolha da atividade de estudo, tendo como proposta metodológica o experimento didático formativo.

Apoiamo-nos nas contribuições de Leontiev (1983), com a teoria da atividade, e, em Davidov (1988), com o conceito de atividade de estudo, que considera: o papel do aluno no processo de aprendizagem; seus motivos; suas necessidades; seu desenvolvimento na atividade e suas habilidades para o estudo; a característica do objeto de estudo; os procedimentos a serem utilizados na situação de aprendizagem; os recursos de que se dispõe para a realização da atividade; os resultados previstos; a situação ou contexto da escola e do aluno; os resultados que foram alcançados, produto da atividade.

Destacamos os estudos de Davidov (1988) que indicam que a formação do pensamento teórico dos alunos acontece durante a realização da atividade de estudo. Neste sentido, consideramos adequado organizar os conteúdos das disciplinas escolares em correspondência com as particularidades dessa estrutura. Isso reforça o valor dessa pesquisa, considerando a intenção de compreender os processos de desenvolvimento da linguagem, aliados aos processos de desenvolvimento do pensamento, como funções psicológicas superiores.

Assim, considerando a necessidade de criar alternativas para a melhoria da qualidade do ensino de álgebra no nível fundamental, e, considerando, também, as potencialidades que a abordagem histórico-cultural traz para o campo pedagógico, reelaboramos a questão inicial desta pesquisa, sendo, então, norteadas pela seguinte questão: Quais são as potencialidades da atividade de estudo no desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica dos alunos dos anos finais do ensino fundamental?

Assim, nesta pesquisa, pretendemos fazer um estudo sobre o ensino e a aprendizagem da álgebra no 9º ano do ensino fundamental, tendo como objetivo analisar as contribuições de uma proposta de atividades de estudo, na perspectiva da teoria histórico-cultural, no desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica de alunos do 9º ano do ensino fundamental. As atividades foram desenvolvidas com estudantes de uma instituição federal, no Estado de Minas Gerais, a Escola de Educação Básica (ESEBA) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU).

Entendemos que investigar o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica dos alunos é um processo bastante complexo e inclui a compreensão: das origens filogenéticas e ontogenéticas do pensamento e da linguagem; da relação entre pensamento e linguagem, do pensamento empírico e pensamento teórico; o processo de formação do pensamento e da linguagem algébrica, dentre outros aspectos.

Nesta pesquisa, o foco principal são os estudantes, os indícios de desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica, os processos psíquicos. Mas também foram consideradas as especificidades do conhecimento algébrico de equações do segundo grau, como ferramenta para o desenvolvimento do conceito de funções, fato que levou à elaboração de uma proposta de reformulação curricular.

As ações do professor e a elaboração das atividades analisadas nesta pesquisa, também recebem sua devida importância. Essa elaboração não se deu da forma convencional em uma pesquisa de mestrado, elas foram elaboradas em um grupo de estudo com o professor da escola, em que, além da elaboração coletiva das atividades, foram discutidos textos sobre a teoria histórico-cultural, o que proporcionou uma aproximação da teoria por parte do pesquisador e do professor da escola.

Diante do exposto, optamos por organizar este trabalho em quatro capítulos. No capítulo 1, abordamos os conceitos de pensamento e linguagem, considerando que o desenvolvimento do pensamento e da linguagem e suas relações são o objeto de estudo desse trabalho. Para isso, contamos prioritariamente com o apoio teórico de Vigotski (1991, 1996,

2003, 2004, 2009). Iniciamos esse capítulo com a abordagem da origem filogenética e ontogenética, do pensamento e de linguagem, buscando compreender a relação entre pensamento e linguagem, o que possibilitou, juntamente com os trabalhos de Davidov (1982,1988, 1999), Rubstov (1996) e Rosa, Moraes e Cedro (2010), Libâneo e Freitas (2013), nossa fundamentação de pensamento empírico e pensamento teórico, considerando os aspectos de generalização, abstração e formação do conceito. Esse capítulo foi dedicado à fundamentação teórica também da “atividade”. Considerando-a como fator que contribui significativamente para o processo de humanização, abordamos o trabalho como principal atividade humana. Seguindo nessa esteira, abordamos os princípios da Teoria da Atividade de Leontiev e Teoria da Atividade de Estudo de Davidov. Este capítulo trata ainda da relação do adolescente na teoria histórico-cultural, contando principalmente com a fundamentação de Puentes (2013), Lazaretti (2013) e Facci (2004).

O conteúdo algébrico, considerando o movimento lógico-histórico, os principais fatos históricos referentes aos conceitos de equação e função, foram abordados no capítulo 2, com o apoio de Eves (1997) e Baumgart (1992). Assim como as diferentes concepções de álgebra, considerando os principais pesquisadores matemáticos, entre eles, Usiskin (1995), Figueiredo (2007), Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Lins e Gimenes (1997). Neste capítulo tratamos ainda da abordagem algébrica presente nos parâmetros que orientam o ensino de matemática.

No capítulo 3, abordamos a trajetória metodológica, incluindo a pesquisa com o professor, a formação do grupo de estudo com ele, as reuniões realizadas e alguns resultados destas reuniões, como a elaboração da unidade didática, a proposta de reorganização do currículo de matemática do 9º ano, dentre outros. Apresentamos também a pesquisa com os alunos, a caracterização dos sujeitos da pesquisa, a delimitação da pesquisa, a apresentação dos quadros do período de observação, as atividades realizadas.

E no capítulo 4, apresentamos a análise dos dados das atividades de ensino, considerando o objeto de estudo, o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica. A definição das categorias de análise de dados, a transcrição dos encontros e a avaliação da potencialidade das atividades de ensino.

Por fim, são apresentadas as considerações finais onde podemos concluir que o objetivo do trabalho foi alcançado. Com base nas análises feitas, dos resultados e com o apoio do referencial teórico deste trabalho, podemos considerar que um ensino devidamente organizado contribui para o processo de ensino-aprendizagem-desenvolvimento. Considerar, ainda, que a organização do ensino, com base na atividade de estudo oportunizou a

aprendizagem dos alunos. Além disso, podemos observar que os alunos, por meio de trabalho coletivo, apresentam manifestações e expressões de desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica.

## **1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS: A QUESTÃO DO MÉTODO, O PENSAMENTO E A LINGUAGEM, A ATIVIDADE**

Considerando o objeto de estudo dessa pesquisa, o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica e suas relações, antes de discorrer sobre esse objeto, recorreremos à psicologia histórico-cultural para respondermos alguns questionamentos, como: O que é o pensamento? O que é a linguagem? Como se constituem? De que forma se relacionam?

Considerando a complexidade dessas questões, o processo de generalização, abstração e formação desses conceitos, se deu de forma lenta e gradativa, o que garantiu mudanças na percepção e no trabalho docente dos professores, do pesquisador e da escola, envolvidos diretamente nesta pesquisa. Deste modo, ao agir sobre o objeto de estudo, passamos por um processo de modificação, no qual nos apropriamos do significado, que é histórico e socialmente construído, e atribuímos sentido, que é pessoal, enquanto sujeitos dessa ação.

O que se pretende com este capítulo é apresentar de que forma o pensamento e a linguagem estão sendo abordados neste trabalho, com base em alguns estudos teóricos, fundamentados na teoria histórico-cultural.

Os questionamentos levantados acima apresentam uma significativa complexidade, pois são assuntos abordados em diferentes correntes psicológicas. Como tal, ao serem tratados dentro da teoria histórico-cultural, sofreram um processo de consolidação enquanto conceito, processo esse, similar ao que ocorreu com a crise da psicologia. Em relação ao problema do método, as diferentes correntes psicológicas apresentavam alguns problemas, conforme discutido por Vigotski (1991, 1996, 2003, 2004, 2009).

Deste modo, começamos abordando os problemas quanto aos métodos de análise do pensamento e da linguagem. Nosso intuito aqui não é discorrer sobre as outras correntes, mas ressaltar o referencial teórico e a sua importância para o desenvolvimento do objeto de estudo desta pesquisa.

A busca por compreender o que seja a linguagem, o pensamento, a relação entre pensamento e linguagem e seu processo de formação em cada sujeito, implica entender essas atividades como atividade humana. Assim, iniciamos esse capítulo com o problema psicológico da relação entre pensamento e linguagem, problema esse que encontramos solução dentro da teoria histórico-cultural.

As raízes genéticas do desenvolvimento do pensamento e da linguagem, bem como sua relação, considerando os aspectos filogenéticos e ontogenéticos e a existência de uma

linha histórico-cultural do desenvolvimento, que se diferencia de sua linha biológica, assim como a necessidade da apropriação de signos e significados historicamente construídos; a necessidade de compreensão do desenvolvimento do pensamento e da linguagem, tendo como base uma unidade de análise; as particularidades do pensamento empírico e do pensamento teórico e as suas relações com conhecimento empírico e conhecimento teórico, em suas aproximações possíveis numa dissertação de mestrado, são abordadas neste capítulo,

Além da busca de compreender a atividade humana, como principal ação que proporciona o processo de humanização, tendo em vista que é por meio da atividade que o sujeito generaliza, abstrai e assimila os conceitos, dando sentido pessoal aos conhecimentos historicamente construídos, segundo seus significados, que são sociais. Este processo é mediatizado, ou seja, se dá por meio da interação entre os diferentes sujeitos e o objeto, segundo a teoria da atividade de Leontiev e a atividade de estudo de Davidov. Tratamos, também, da adolescência na teoria histórico-cultural, considerando a possibilidade de uma maior compreensão dos sujeitos da pesquisa.

### **1.1 O Problema do Método: a Teoria Histórico-Cultural**

A influência dos trabalhos de Vigotski na educação é inegável. Suas contribuições envolvem os processos de desenvolvimento e aprendizagem do ser humano, conceitos fundamentais à prática pedagógica. Vigotski, assim como, Luria, Davidov e Leontiev, propõe um estudo sócio-genético do ser humano, seus trabalhos envolvem um importante esquema teórico complexo e integrado que, ao mesmo tempo, é aberto.

Tratar da proposta desenvolvida por Vigotski demanda uma análise criteriosa, considerando a diversidade de aspectos explorados por esse autor. Destacamos algumas das contribuições da teoria histórico-cultural de Vigotski (1991), que considera que:

- i) o homem é um ser histórico e social ou, de forma mais abrangente, um ser histórico e cultural; o homem é moldado pela cultura que ele próprio cria;
- ii) o indivíduo é determinado nas interações sociais, ou seja, é por meio da relação com o outro e por ela própria que o indivíduo é determinado;
- iii) a atividade mental é exclusivamente humana e é resultado da aprendizagem social;

- iv) a atividade cerebral superior é uma atividade que interiorizou significados sociais derivados das atividades culturais e é mediada por instrumentos e signos;
- v) a linguagem é o principal mediador na formação e no desenvolvimento das funções psicológicas superiores;
- vi) o processo de interiorização das funções psicológicas superiores é histórico, assume diferentes formas de acordo com o contexto histórico da cultura e é entendido como o movimento de constituição da relação intrapsíquica por meio das relações interpíquicas; dentre outros, estruturando contribuições ímpares não só para a psicologia, com a elaboração de uma psicologia geral científica que pudesse analisar os problemas de aplicação prática do homem (LUCCHI, 2006).

Vigotski surge na psicologia num momento significativo, um período marcado por mudanças, por reestruturações sociais, educacionais, logo após a consolidação de uma revolução, da qual emerge uma nova sociedade. Essa sociedade demanda a constituição de um novo homem, o que justifica a relação de sua teoria com a análise de problemas práticos (DUARTE, 2010).

Sua teoria surge como meio de superar o problema do método, pois a psicologia se encontrava dividida entre duas orientações – a naturalista e a mentalista. O momento da crise da psicologia acontecia no início do século XX, quando havia o embate entre os psicólogos. Suas insatisfações e críticas eram em relação aos reducionismos das concepções empiristas e idealistas por um lado e entre aqueles que se opunham ao materialismo, como proposta teórico-metodológica, por outro (VIGOTSKI, 2009).

Neste período, a psicologia ainda estava amplamente amparada em métodos de investigação voltados para experimentos com animais. A teoria de Vigotski (2009) destaca que, na ontogênese, deve ser considerada não só a linha natural, biológica, mas também a linha cultural, social e histórica.

Se a conduta humana for compreendida apenas em sua linha natural ou biológica, esta fica reduzida às funções mentais elementares, que são determinadas imediatas, automaticamente pelos estímulos externos ou pelos estímulos internos baseados nas necessidades biológicas. Ao contrário das funções mentais elementares, que são dadas, são naturais, pois são desenvolvidas por aspectos biológicos, as funções mentais superiores são desenvolvidas socialmente, são construídas a partir das interações entre as pessoas e o meio cultural.

Deste modo, podemos dizer que é nas relações sociais, pela mediação semiótica, ou seja, por meio de signos, que o sujeito constitui suas formas de ação e sua consciência. Para Vigotski (2010), o desenvolvimento da consciência do sujeito, está intrinsecamente relacionada à consciência social, onde “o que permite ao homem passar da consciência social para a individual é o seu processo de apropriação dos conhecimentos humanos produzidos anteriormente [...], que ocorre mediante sua atividade em determinado contexto histórico e social” (LONGAREZI; FRANCO, 2013, p. 83).

Nesse sentido, “para compreender a relação entre conhecimento e consciência se faz necessário considerar o conhecimento humano como uma categoria histórica, que não se reduz ao imediato, pelo contrário, realiza-se pelo mediato” (ARAÚJO, 2013, p. 146).

Em sua crítica aos modelos psicológicos anteriores, Vigotski apresentou um caminho que mostra um paradigma unificador que restabelece a integração ausente. Assim elaborou sua teoria social do desenvolvimento compreendendo o sujeito como constituído, não a partir dos fenômenos internos ou como produto de um reflexo passivo do meio, mas constituído nas relações sociais via linguagem (FREITAS, 1994). Vigotski não nega as contribuições advindas das teorias anteriores, mas critica estas bases psicológicas, mostrando que essa forma de estudar é insuficiente considerando a especificidade do objeto psicológico.

Considerando os fundamentos ontológicos nas obras de Vigotski, se faz necessário partir do método, por ser um aspecto central para a compreensão de sua obra, que está amparado no materialismo histórico dialético.

Duarte (2000) destaca que Vigotski afirmava querer apreender a globalidade do método de Marx de como se constrói a ciência. Isso não pode, portanto, ser interpretado num sentido pragmático, como se Vigotski pretendesse adotar de Marx apenas aquilo que fosse imediatamente útil à pesquisa no campo da psicologia. Vigotski pretendia fundamentar em Marx a construção da psicologia, pretendia construir uma psicologia marxista e para isso se fazia imprescindível a adoção do método de Marx em sua totalidade.

Não há margens para ecletismos nem para justaposições que desconsiderem o núcleo da concepção marxista de ser humano, de sociedade e de história. Nesse sentido, não é demais ressaltar que Vigotski entendia que o próprio desenvolvimento da psicologia enquanto ciência está condicionado ao avanço do processo de construção de uma sociedade socialista.

Assim, é importante ressaltar as ideias marxistas que auxiliaram na elaboração da teoria vigotskiana, o marxismo de Vigotski é não reducionista, essencialmente dialético e se apoia numa perspectiva histórica, em que o homem é efetivamente sujeito. Vigotski busca a

globalidade do método marxista, para a construção de uma psicologia geral, a psicologia marxista.

A construção da psicologia marxista era vista por Vigotski não como o surgimento de mais uma entre as correntes da psicologia, mas sim como o processo de construção de uma psicologia verdadeiramente científica. Essa psicologia científica não seria, entretanto, construída através da justaposição de citações extraídas dos clássicos do marxismo a dados de pesquisas empíricas realizadas por meio de métodos fundamentados em pressupostos filosóficos contraditórios ao marxismo. Vigotski entendia ser necessária uma teoria que realizasse a mediação entre o materialismo dialético, enquanto filosofia de máximo grau de abrangência e universalidade, e os estudos sobre os fenômenos psíquicos concretos. Vigotski fazia um paralelo entre essa teoria psicológica mediadora e o materialismo histórico, pois este também tem o papel de estabelecer as necessárias mediações entre o materialismo dialético e a análise das questões concretas, neste caso, as questões concretas da história das sociedades e de cada formação social específica, como o capitalismo, estudado de forma científica por Karl Marx. Por essa razão Vigotski afirmou ser necessária uma teoria que desempenhasse para a psicologia o mesmo papel que a obra *O capital* de Karl Marx desempenha para a análise do capitalismo (DUARTE, 2000, p. 80, grifo do autor).

Nessa perspectiva, para Vigotski (1996), o método deve dar ênfase no processo e não no produto, sendo o processo algo dinâmico, que causa modificações no decorrer da história. Para o autor bielorusso, o pensamento marxista era uma fonte valiosa, considerando a aplicação do materialismo histórico dialético. Vigotski viu nos métodos e princípios do materialismo dialético a solução dos paradoxos científicos fundamentais com que se defrontavam seus contemporâneos. Um ponto central desse método é que todos os fenômenos sejam estudados como processos em movimento e em mudança (VIGOTSKI, 2009).

Para Vigotski (2010), o homem não se constitui como homem pelo fator biológico, mas pelo fator social, a mediação com o outro é fundamental para promover o desenvolvimento cultural do indivíduo. Esse desenvolvimento possui os seguintes momentos: i) o desenvolvimento em si, marcado pelas possibilidades biológicas da espécie; ii) o desenvolvimento para os outros, ou seja, ação ou situação que adquire significação para os outros; iii) o desenvolvimento para si, momento em que ocorre a interiorização, onde a ação ou situação torna-se significativa para mim.

A teoria do desenvolvimento de Vigotski parte da concepção de que todo organismo é ativo e estabelece contínua interação entre as condições sociais, que são mutáveis, e a base biológica do comportamento humano. O homem concreto é objeto de estudo da psicologia,

subjetividade social e individual. Todos os fenômenos devem ser estudados como processos em permanente movimento e transformação.

Em síntese, a teoria psicológica construída por Vigotski rompe com as correntes até então estruturadas e é parte de uma nova concepção de realidade e de homem. Para esse autor, a ação transformadora do homem promove mudanças frequentes dos elementos culturais, constitui-se num processo inerente ao movimento do pensamento humano, em que o sujeito é visto como ser de contexto cultural dialético e histórico.

Vigotski, apoiado na teoria do materialismo histórico dialético, desenvolveu a teoria histórico-cultural, formulou uma psicologia geral, uma ciência do homem histórico, em que a origem e o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores é social (VIGOTSKI, 1996). O desenvolvimento de habilidades e funções específicas, bem como a origem da sociedade, é resultante do surgimento do trabalho. Pelo trabalho, o homem transforma a natureza para satisfazer as suas necessidades e se transforma também (DUARTE, 2010).

Assim como na crise da psicologia, em que o problema do método resultou no desenvolvimento do método dialético da psicologia, na Teoria Histórico-Cultural, ao abordamos pensamento e linguagem, nos deparamos com o problema da relação entre eles. A

[...] relação é a parte menos trabalhada pela psicologia, fato que só poderia ter reflexos mais negativos na questão do pensamento e da linguagem [...] se examinarmos atentamente a história do estudo dessa questão, veremos facilmente que esse ponto central de toda a relação do pensamento com a linguagem sempre fugiu à atenção do pesquisador, e que o centro de gravidade de toda essa questão sempre se confundiu e se deslocou para algum outro ponto e fundiu-se com alguma outra questão (VIGOTSKI, 2009, p. 2).

Se levarmos em consideração os resultados dos trabalhos já desenvolvidos, historicamente perceberemos duas frentes extremistas, uma em que não há dissociação entre pensamento e linguagem, e outra em que não podemos encontrar relação, pois não se considera que há intersecção entre pensamento e linguagem.

Essas duas frentes esbarram no problema da relação, pois quando se delimita a fusão entre pensamento e linguagem, não há possibilidade de analisar uma relação, porque para isso seria necessário abordar aproximações e distanciamentos, se são iguais não há relação a ser analisada. O mesmo ocorre quando se propõe uma plena separação entre pensamento e linguagem.

Nesse caso como são consideradas ações desconexas, não há relação a ser analisada. Embasamos essas ponderações em Vigotski (2009), quando afirma que

[...] quem funde pensamento com linguagem fecha para si mesmo o caminho para abordar a relação entre eles e antecipa a impossibilidade de resolver a questão. Contorna a questão em vez de resolvê-la. À primeira vista, pode parecer que a teoria que mais se aproxima do campo oposto e desenvolve a ideia de que pensamento e linguagem são independentes entre si esteja em situação mais favorável no tocante às questões aqui debatidas. Quem considera a linguagem uma expressão externa do pensamento (VIGOTSKI, 2009, p. 3)

[...] tenta libertar o pensamento de tudo o que ele tem de sensorial, inclusive da palavra, e conceber a relação entre pensamento e palavra como um vínculo puramente externo, tenta de fato, resolver a seu modo o problema da relação entre pensamento e palavra. Essa solução, que parte das mais diversas correntes psicológicas, sempre se vê impossibilitada não só de resolver, mas até de levantar a questão e, se não a contorna, acaba cortando o nó em vez de desatá-lo. Ao decompor o pensamento discursivo nos elementos que o constituem e que são heterogêneos – o pensamento e a palavra -, esses estudiosos, depois que estudam as propriedades puras do pensamento como tal, independente da linguagem, e a linguagem como tal, independente do pensamento, interpretam a relação entre eles como uma dependência mecânica puramente externa entre dois processos diferentes. Poderíamos mencionar como exemplo as tentativas de autores modernos, que procuram decompor o pensamento discursivo nos seus constituintes com a finalidade de estudar a relação e a interação ente esses dois processos (VIGOTSKI, 2009, p. 4).

Isso leva a outro problema, pois mesmo se considerarmos as correntes da psicologia que são mais favoráveis a uma possível relação, ainda esbarraríamos no problema do método, pois põem a decomposição do todo em elementos isolados, inviabilizando assim os estudos das relações internas entre pensamento e linguagem.

A psicologia que deseje estudar as unidades complexas precisa entender isso. Deve substituir o método de decomposição em elementos pelo método de análise que desmembra em unidades. Deve encontrar essas propriedades que não se decompõem e se conservam, são inerentes a uma dada totalidade enquanto unidade, e descobrir aquelas unidades em que essas propriedades estão representadas num aspecto contrário para, através dessa análise, tentar resolver as questões que se lhe apresentam (VIGOTSKI, 2009, p. 8).

Os dois problemas levantados justificam a escolha do referencial teórico, a Teoria Histórico-Cultural, considerando a compreensão entre as relações do pensamento e da linguagem e a compreensão da totalidade. Para Vigotski (1991, p. 104), “o método que aplicamos permite não só revelar a unidade interna do pensamento e linguagem como ainda estudar, de modo frutífero, a relação do pensamento verbalizado com toda a vida da consciência em sua totalidade e com as funções particulares”.

Sendo os objetivos de sua teoria “caracterizar os aspectos tipicamente humanos do comportamento e elaborar hipóteses de como características se formam ao longo da história humana e de como se desenvolvem durante a vida do indivíduo” (VIGOTSKI, 1996, p. 25). Vigotski ressalta a importância de compreender o desenvolvimento humano, mas para isso, mais importante que conhecer cada parte que o constitui, é compreender não só o particular, mas o geral também e a relação que existe entre as diferentes partes.

Assim, com relação ao pensamento e a linguagem, Vigotski (2002) compreendia a interdependência desses elementos, mas o desafio era compreender como um se comportava com relação ao outro, como os mesmos interagem. Buscando entender essa relação, Vigotski iniciou seus estudos tentando compreender o desenvolvimento do pensamento e da linguagem, sabendo que esses possuem origens diferentes, pois no início o pensamento não é verbal e a linguagem não é intelectual.

Na próxima sessão, apresentamos as origens e relações do pensamento e linguagem. Tratamos também dos significados utilizados neste trabalho sobre o pensamento e a linguagem, assim como as suas relações, que foram fundamentais para que construíssemos os nossos sentidos, para esses conceitos.

## **1.2 O Pensamento e a Linguagem**

### **1.2.1 Raízes Genéticas do Pensamento e da Linguagem**

Considerando os aspectos filogenéticos (responsáveis pela base biológica à evolução e patrimônio genético da espécie) da linguagem e do pensamento, a diferença entre o pensamento e a linguagem do homem e dos demais animais está no processo de comunicação, na significação, “a essência do problema não está no som, mas no *emprego funcional do signo*, correspondente à fala humana” (VIGOTSKI, 2009, p. 122, grifo do autor).

Destacamos que, para ocorrer comunicação, é indispensável a utilização do signo, da palavra e do som, considerando a compreensão do significado da palavra, que é indispensável ao processo de generalização. Tendo em vista a complexidade dessa atividade, ela é uma atividade inerente ao homem. Podemos ressaltar que só há comunicação, quando as generalizações dos significados das palavras são realizadas pelos sujeitos e as associações aos

outros grupos ou classes de palavras, ou seja, quando há relação entre pensamento e linguagem, quando isso não se dá, temos apenas um contágio, que poderíamos considerar uma relação sem interação.

Na relação entre pensamento e linguagem no desenvolvimento filogenético, observa-se, segundo Vigotski (2009), que o pensamento e a linguagem possuem diferentes raízes genéticas e seu desenvolvimento se dá por linhas diferentes, sendo que essas linhas não podem ser consideradas minimamente constantes ao longo de todo esse desenvolvimento.

No antropoide observam-se alguns aspectos primitivos do intelecto, como a utilização rudimentar de instrumentos e também alguma linguagem parecida com a do homem. Mas, ressaltamos que, diferentemente dos homens, nos antropoídes, não há relações estreitas entre pensamento e linguagem. Por fim, “na filogênese do pensamento e da linguagem podemos constatar, sem dúvida, uma fase pré-fala no desenvolvimento do intelecto e uma fase pré-intelectual no desenvolvimento da fala” (VIGOTSKI, 2009, p. 128).

Podemos considerar o desenvolvimento do pensamento e da linguagem uma das principais características que nos distinguem dos outros animais, a capacidade humana de unir a linguagem ao pensamento para organizar a realidade. O homem ganha o status de animal racional quando passa a dominar a linguagem. Animais se expressam por meio de gestos e sons, o que, para Vigotski, não é exatamente comunicação, já que não existe a intenção explícita de se comunicar.

“O surgimento do pensamento verbal e da linguagem como sistema de signos é um momento crucial no desenvolvimento da espécie humana, momento em que o biológico transforma-se no sócio-histórico” (VIGOTSKI, 2009, p. 45). “A partir do desenvolvimento de técnicas, ocorre o desenvolvimento e a complexificação da linguagem articulada, que gera signos que são internalizados e transformam o psiquismo” (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010, p. 15).

A linguagem surge pela necessidade do ser humano de se comunicar com o outro para fortalecer o grupo e organizar o trabalho. A associação entre pensamento e linguagem é atribuída à necessidade de intercâmbio dos indivíduos durante o trabalho, atividade especificamente humana.

O homem ao iniciar o seu processo de comunicação com o outro, utilizando a linguagem, como recurso para verbalizar os seus pensamentos, possibilitou um dos maiores avanços evolutivos. O homem que, desde os primórdios, já era um ser social, começou a utilizar diferentes recursos para compartilhar seus conhecimentos e contar a sua história.

Vigotski (2001) defende que o pensamento se forma a partir de ferramentas mediacionais simbólicas. O processo de desenvolvimento das funções psíquicas superiores não segue padrões estruturais gerais de natureza biológica, esse processo não pode ser descrito “como sombra lançada pelo objeto, sem coincidir com ele, mas reproduzindo com precisão e repetindo seu movimento” (VIGOTSKI, 2001, p.245). De acordo com Longarezi e Franco (2013, p. 83), “a origem das funções psíquicas humanas situa-se no processo de interiorização da atividade externa transformada em atividade interna, o que ocorre mediante a atividade do homem nas suas relações com outros homens e com a natureza”.

Nesse sentido, destacamos Vigotski (2001), que considera que o aporte simbólico proporcionado à criança por seu contexto social e cultural, onde incluímos a escola, e o desenvolvimento geral não representam dois processos independentes, mas um único processo no qual estes dois aspectos se inter-relacionam de forma complexa. Nesta linha de formação, o pensamento não pode ser concebido enquanto atividade exclusivamente autônoma, individual, como consequência, a psicologia cognitiva não poderia limitar-se à abstração do intrapsíquico, considerando que o desenvolvimento do intrapsíquico tem relação dialética com o interpsíquico.

O homem é um ser social, e é por meio da linguagem que ocorrem as trocas e que um indivíduo interage com o outro. Deste modo, não é necessário discutir a importância da linguagem no processo de aprendizagem. A construção de conceitos, as generalizações, abstrações, interiorizações, dependem dos momentos de socialização entre sujeitos.

Deste modo, poderíamos ir além e destacar que é por meio das palavras que o ser humano expressa e significa o que pensa. Em diversos momentos, até mesmo no processo de memorização, quando o sujeito está em uma fase individual, ele faz uso da linguagem como facilitadora desse processo, verbalizando suas conclusões (VIGOTSKI, 2002).

Segundo Vigotski (2009), o desenvolvimento do pensamento e da linguagem, considerando as raízes ontogenéticas (desenvolvimento do indivíduo), apresenta fases. Há uma fase em que o desenvolvimento da fala da criança se encontra em um estágio pré-intelectual e que o desenvolvimento do pensamento se encontra em uma fase pré-verbal. O desenvolvimento de pensamento e da fala apresentam linhas de desenvolvimento diferentes e independentes, até um dado momento em que elas coincidem – o pensamento se torna verbal e a fala se torna intelectual.

Ainda em Vigotski (2009), encontramos que a existência da fase pré-verbal do pensamento na infância só foi identificada, recentemente, posteriormente às primeiras

contribuições de Vigotski, após a identificação da fase pré-intelectual da fala. A fase pré-verbal do pensamento seria a independência das relações intelectuais rudimentares em relação à fala, como o pensamento associado à utilização de instrumentos.

Mesmo antes de compreender e dominar a linguagem, a criança apresenta a capacidade de resolver pequenos problemas, de manipular instrumentos com objetivos simples. Vigotski denominou essa fase de pré-verbal do pensamento, em que a criança, mesmo não dominando a linguagem, consegue interagir com alguns objetos para solucionar problemas simples.

Nesta fase, a criança é capaz de identificar que se seu brinquedo caiu atrás do armário, basta dar a volta para pegar um objeto que tenha caído, mesmo se a criança não consiga vê-lo, tendo o objetivo simples de resgatar o brinquedo. Consideramos que esse conhecimento independe da linguagem, é considerada uma inteligência primária, pois podemos observar esse mesmo recurso em primatas, na utilização de gravetos para recolher insetos, com o objetivo de se alimentar.

Já em relação à fase pré-intelectual da fala, Vigotski (2009) destaca que o desenvolvimento da fala na criança foi estabelecido muito antes. Podemos considerar o grito, até mesmo o gruído, as primeiras palavras da criança, como estágios de desenvolvimento da fala e não possuem relação com o desenvolvimento do pensamento.

Na fase pré-intelectual da linguagem, embora a criança não domine a linguagem, ela é vista como um sistema elaborado, que pode ser decodificado em símbolos. Ela encontra diferentes formas de comunicação, algumas delas verbais. Apesar de serem considerados expressões emocionais, o riso e o choro também são recursos verbais de comunicação e interação social de uma criança. Assim, temos, uma fase do desenvolvimento da criança em que o desenvolvimento da fala e do pensamento se dá de forma separada, em que o pensamento não verbalizado pode se dar pela manipulação de objetos.

Ao consideramos as raízes genéticas do pensamento e da linguagem, temos que considerar que o desenvolvimento do pensamento e da linguagem não ocorre de maneira linear.

A relação entre esses processos não é uma grandeza constante, imutável, ao longo de todo o desenvolvimento, mas uma grandeza variável. A relação entre pensamento e linguagem modifica-se no processo de desenvolvimento tanto no sentido quantitativo quanto qualitativo [...] o desenvolvimento da linguagem e do pensamento realiza-se de forma não paralela e desigual. As curvas desse desenvolvimento convergem e divergem constantemente, cruzam-se, nivelam-se em determinados períodos e seguem paralelamente,

chegando a confluir em algumas de suas partes para depois tornar a bifurcar-se (VIGOTSKI, 2009, p. 111).

Fazendo uma analogia com essas ideias apresentadas por Vigotski (2009), se fosse possível modelar uma curva que descreve o desenvolvimento do pensamento e outra que descreve o desenvolvimento da linguagem, haveria momentos em que as mesmas seriam paralelas, momentos em que seriam convergentes, ocorreriam pontos de intersecção, e também momentos em que se apresentariam como curvas divergentes.

Mas em um determinado momento do desenvolvimento da criança, as linhas de desenvolvimento da fala e do intelecto, que, antes, eram dissociadas passam a ter intersecções. Sobre esse momento afirma Vigotski que

[...] a descoberta mais importante sobre o desenvolvimento do pensamento e da fala na criança é a de que, num certo momento, mais ou menos aos dois anos de idade, as curvas da evolução do pensamento e da fala, até então separadas cruzam-se e coincidem para iniciar uma nova forma de comportamento muito característica do homem [...] Esse momento crucial, a partir do qual *a fala se torna intelectual e o pensamento verbalizado* (VIGOTSKI, 2009, p. 130 -131, grifos do autor).

Desse momento em diante, a linguagem passa a ser racional e o pensamento, verbal, ou seja, a fala torna-se intelectual, com função simbólica, generalizante, e o pensamento torna-se verbal, mediado por conceitos relacionados à linguagem. A criança descobre que cada coisa tem um nome. Para Vigotski, esse é

[...] o momento de maior significado no curso do desenvolvimento intelectual, que dá origem às formas puramente humanas de inteligência prática e abstrata, acontece quando a fala e a atividade prática, então duas linhas completamente independentes de desenvolvimento, convergem (VIGOTSKI, 2002, p. 33, grifo do autor).

O autor considera que a criança se inscreve, desde os seus primeiros dias, num sistema de comportamento social em que suas atividades adquirem significado. Os significados, por sua vez, são interiorizados ao longo de seu processo de desenvolvimento, culminando com o aparecimento do pensamento verbal. Sua relação com o ambiente se dá por meio da relação com outras pessoas, situação em que é oferecido a ela um conjunto de acepções, já culturalmente enraizado no grupo em que ela foi inserida.

Ao considerar que o desenvolvimento da criança, desde os primeiros dias de vida, está inter-relacionado com o aprendizado vinculado às relações humanas, Vigotski entende que é nas interações com as pessoas ao seu redor que a criança passa a interiorizar as relações sociais e a se apropriar das informações oferecidas por meio da linguagem. Desde a primeira etapa do desenvolvimento infantil, a criança aprende informações relacionadas à cultura familiar e aos aspectos sociais presentes em seu contexto. Tais conhecimentos adquiridos nas relações intersíquicas passam a constituir as relações intrapsíquicas da criança, que por sua vez medeiam as futuras relações sociais. As ações intrapsíquicas, apropriadas no movimento de aprendizagem, promovem a construção das funções psicológicas superiores que [...] possibilitam novas aprendizagens (RIGON; BERNARDES; MORETTI; CEDRO, 2010, p. 49-50).

Assim, no desenvolvimento filogenético, foi a necessidade de intercâmbio dos indivíduos durante o trabalho o que impulsionou a vinculação dos processos de pensamento e linguagem, na ontogênese esse impulso é dado pela própria inserção da criança num grupo cultural. Inicialmente a criança aprende a usar a linguagem apenas para interação superficial em seu convívio, mas, a partir de certo ponto, esta linguagem penetra no subconsciente para se constituir na estrutura do pensamento da criança.

Segundo Vigotski (2007), a interação com membros mais maduros da cultura, que já dispõem de uma linguagem estruturada, é que vai provocar o salto qualitativo para o pensamento verbal. O pensamento verbal, síntese entre a atividade prática e a fala, é uma forma de comportamento que se circunscreve num processo histórico-cultural e suas características e propriedades não podem ser vislumbradas nas formas naturais da fala e do pensamento.

Fazemos destaque ao trabalho de Vigotski (2009) ao apresentar que a vontade de dominar a linguagem se segue à primeira compreensão difusa dos propósitos desta, quando a criança faz uma das maiores descobertas, a que todas as coisas têm um nome.

O momento em que a linguagem começa a servir ao intelecto e os pensamentos começam a ser oralizados é indicado por dois sintomas objetivos, a súbita e ativa curiosidade da criança pelas palavras, as suas perguntas acerca de todas as coisas novas e o consequente desencadeamento do enriquecimento do vocabulário. É um momento em que essa ampliação do vocabulário se dá de forma extremamente rápida e aos saltos.

Antes deste ponto de convergência, a criança reconhece um pequeno número de palavras, assim como os animais, que, em sua grande parte, está associada a algum estímulo, que tal como no condicionamento, substituem objetos, pessoas, ações, estados, desejos. Antes da fase do pensamento verbalizado e da fala intelectual, a palavra para a criança tem relação com estímulo, ou foi introduzida por outro sujeito em seu vocabulário, sem que a mesma

tenha sentido, por não apresentar um significado, ou seja, a criança apenas a repete (VIGOTSKI, 2009).

Também nos estudos de Vigotski (2002), temos que, quando o pensamento se torna verbalizado e a fala intelectual, a situação altera-se, a criança sente a necessidade das palavras e, por meio das suas perguntas, tenta ativamente aprender os signos relacionados com os objetos. Parece ter descoberto a função simbólica das palavras. A linguagem, que, no estágio anterior, poderia ser considerada como afetiva conotativa entra agora no estágio intelectual. As trajetórias do desenvolvimento da linguagem e do pensamento encontram-se, e, neste momento, os problemas do pensamento e da linguagem entrelaçam-se.

Assim, após as curvas do pensamento e da fala coincidirem, a palavra ganha outro aspecto. A criança questiona, provocando significativamente a ampliação do seu vocabulário, iniciando as associações com outras palavras, o processo de generalização.

A palavra já é relacionada a um signo, que passa a ser utilizada como forma de nomear objetos, fazendo suas associações com outro grupo ou classe de palavras. Nesse sentido a palavra já é utilizada com a função de comunicação. “A própria criança necessita da palavra e procura ativamente assimilar o signo pertencente ao objeto, signo esse que lhe serve para nomear e comunicar” (VIGOTSKI, 2009, p. 131).

Esse processo que acabamos de descrever pode ser definido como uma atividade intelectual da criança, pois aqui a criança já manifesta condições para uma compreensão entre signo e significado, algo mais elaborado do que empregava antes com as suas noções e associações.

A partir do momento em que o uso de signos é apropriado pelas ações práticas, ocorre uma reorganização destas de forma inteiramente nova. Assim a criança passa a controlar o ambiente com a ajuda da fala, fato que promove alteração no próprio comportamento dela (RIGON; BERNARDES; MORETTI; CEDRO, 2010, p. 61).

Poderíamos ir além e afirmar que consideramos que o primeiro conceito geral real da criança acontece quando ela nomeia um objeto, com a exigência de que qualquer objeto, independentemente de sua espécie, tenha seu próprio nome.

A relação entre signo e significado envolve ação mental que transcende a simples utilização de ideias e suas associações, *uma vez que a criança passa a fazer uso dos primeiros conceitos, identificados como conceitos gerais* (RIGON; BERNARDES; MORETTI; CEDRO, 2010, p. 62, grifo dos autores).

Independente de qual unidade de análise, que consideramos, para discutir a relação entre pensamento e linguagem, “não se pode deixar de reconhecer a importância decisiva e exclusiva dos processos de linguagem interior para o desenvolvimento do pensamento” (VIGOTSKI, 2009, p. 133). Para esse autor,

[...] a linguagem se torna psicologicamente interior antes de tornar-se fisiologicamente interior. A linguagem egocêntrica é uma linguagem interior por sua função, é uma linguagem para si, que se encontra no caminho de sua interiorização, uma linguagem já metade inteligível aos circundantes, uma linguagem que já se enraizou fundo no comportamento da criança e ao mesmo tempo ainda é fisiologicamente externa (VIGOTSKI, 2009, p. 136).

Devido ao lento acúmulo de mudanças estruturais e funcionais, a linguagem interior se desenvolve. A linguagem interior se separa da linguagem exterior à medida que ocorre a diferenciação das funções sociais e egocêntricas da linguagem. As estruturas da linguagem interior dominada pela criança se tornam as estruturas básicas do seu pensamento.

O desenvolvimento da linguagem interior depende de fatores externos. Portanto, podemos considerar que “o desenvolvimento do pensamento e da linguagem dependem *dos instrumentos de pensamento* e da experiência sociocultural da criança” (VIGOTSKI, 2009, p. 148-149, grifo do autor), em que o “desenvolvimento do pensamento da criança depende de seu domínio dos meios sociais do pensamento, isto é, da linguagem” (VIGOTSKI, 2009, p. 149).

Para esse autor, o desenvolvimento do psiquismo está na interação do sujeito e o mundo exterior e a forma de mediar a relação entre os dois se materializa nos signos, na linguagem. Assim o desenvolvimento do psiquismo está relacionado ao caráter social das atividades, um processo que é mediatizado pela linguagem. Compreender esse fato pode permitir ações metodológicas intencionais, que tenham como objetivo o ensino-aprendizagem-desenvolvimento dos sujeitos (BAKHTIN, 1992).

Para Vigotski (2009), a linguagem está necessariamente relacionada ao desenvolvimento de quaisquer operações psicológicas baseadas no emprego dos signos. Esse desenvolvimento passa por quatro estágios.

O primeiro e mais primitivo é o estágio que corresponde à linguagem pré-intelectual e o pensamento pré-verbal, em que as operações aparecem em sua forma original.

No segundo estágio, chamado de *psicologia ingênua*, é quando se inicia o processo de utilização de instrumentos, são os primeiros exercícios de inteligência da criança. “No campo

de desenvolvimento da linguagem infantil, esse estágio é notório e se manifesta no fato de a criança assimilar as estruturas gramaticais antes de assimilar as estruturas e operações lógicas correspondentes a tais formas”, é também o estágio em que “a criança assimila a sintaxe da linguagem antes de assimilar a sintaxe do pensamento” (VIGOTSKI, 2009, p. 138).

No início dessa fase, a criança descobre que tudo tem um nome, cada novo objeto que surge representa um problema que a criança resolve atribuindo-lhe um nome. Quando lhe falta a palavra para nomear este novo objeto, a criança recorre ao adulto. Esses significados básicos de palavras assim adquiridos funcionarão como embriões para a formação de novos e mais complexos conceitos.

O terceiro estágio se caracteriza por signos exteriores, operações externas, que são utilizados como recursos para resolução de problemas internos. Esse estágio é desencadeado pelo acúmulo de experiências psicológicas ingênuas do segundo estágio.

Nessa fase, a criança conta nos dedos, ou seja, utiliza mecanismos externos no processo de memorização. Outro exemplo é o recurso de movimentar a mão para diferenciar direções como direita e esquerda.

No quarto estágio, chamado de *crescimento para dentro*, as operações externas se interiorizam.

A criança começa a contar mentalmente, a usar a “memória lógica”, isto é, a operar com relações interiores em forma de signos interiores. No campo da fala, a isto corresponde a linguagem interior ou silenciosa. O que mais chama a atenção neste sentido é o fato de existir uma *interação constante entre as operações externas e internas, uma se transformando na outra sem esforços e com frequência*, e vice-versa (VIGOTSKI, 2009, p. 138-139, grifo nosso).

Desta forma, no quarto estágio as interações externas podem se transformar em internas, não havendo barreiras, entre exterior e interior, onde podem ocorrer transformações ou desenvolvimentos de um sob a influência de outro.

Nesse estágio, a criança consegue assimilar os conhecimentos trabalhados socialmente e abstrair os conceitos de forma consciente, tendo um pensamento mais elaborado, um pensamento científico. Mesmo com o desenvolvimento desse tipo de pensamento, a criança não deixa de desenvolver os pensamentos elementares, como o pensamento senso-motor, que é evidente e real (VIGOTSKI, 2009). Isso

[...] significa que na ontogênese o processo de pensamento aparece principalmente no fato de que se operam mudanças qualitativas que têm

caráter orientador, num movimento que vai do inferior ao superior [...] se baseia no postulado da diversidade, de formas de pensamento, de suas relações constantes e substanciais, de seus movimentos inter-relacionados (AQUINO, 2013, p.249).

Assim como na criança, excetuando a fase em que a fala é pré-intelectual e o pensamento é pré-verbal, não podemos separar o pensamento da linguagem no adulto, o pensamento e a linguagem continuam necessariamente interligados.

Compreendemos que a relação entre o pensamento e a linguagem é inegável, e quando esses processos coincidem temos o pensamento verbalizado. Mas, esse pensamento não esgota todas as formas de pensamento nem de linguagem. Há pensamentos que não mantem relação direta com a linguagem, portanto com o pensamento verbalizado.

De igual maneira nem toda atividade verbal deriva de pensamento, como recitar um poema de cor, que pode não ser considerada uma atividade intelectual propriamente dita. Nessas situações o sujeito não está pensando, está recitando, está falando algo que foi memorizado. Sua ação é muito mais mecânica do que intelectual.

Portanto, no adulto,

[...] a fusão de pensamento e linguagem é uma manifestação parcial que só vigora e se aplica no campo do pensamento verbalizado, ao passo que outros campos do pensamento não-verbalizado e da linguagem não-intelectual sofrem influência apenas distante e indireta dessa fusão e não mantêm com ela nenhuma relação casual (VIGOTSKI, 2009, p. 140).

Desta forma, podemos considerar que no adulto “o pensamento não é expresso pela linguagem em sua forma pura. O pensamento se reflete na linguagem” (PANOSSIAN, 2012, p. 31). Isso se deve ao fato de que, ao verbalizar um pensamento, o mesmo será modificado novamente pela ação do sujeito de comunicar-se, de se fazer entender socialmente. Logo, o pensamento será novamente modificado, deste modo, não sendo possível expressar, seja por meio da linguagem ou outro meio, a forma pura de pensamento.

Ao considerarmos um pensamento verbalizado e uma fala pensada, é indiscutível a relação entre pensamento e linguagem, mas também não podemos considerar que o pensamento é igual à linguagem, ou uma situação antônima, em que pensamento e linguagem não possuem intersecções. Assim, podemos dizer que o pensamento em sua forma mais pura não é expresso pela linguagem sem ferir esse princípio. A forma de expressão do pensamento é a linguagem, a questão que levantamos é que considerando o movimento dialético, esse processo nunca se dará em sua totalidade.

Linguagem não é apenas uma expressão do pensamento e conhecimento adquirido pela criança. Existe uma inter-relação fundamental entre pensamento e linguagem, um proporcionando recursos ao outro. Desta forma, o pensamento e a linguagem têm um papel essencial no desenvolvimento da consciência e do caráter do indivíduo.

*A consciência não se reduz a um mundo interno isolado, ao contrário, se está intimamente vinculada à atividade, só pode ser expressão das relações do indivíduo com os outros homens e com o mundo circundante, sendo social por natureza. Mas a passagem do mundo social ao mundo interno psíquico, não se dá de maneira direta, pois o mundo psíquico, não é cópia do mundo social. No trânsito da consciência social para a consciência individual, a linguagem e a atividade laboral têm papel fundamental. Sendo o trabalho atividade socialmente organizada, a linguagem torna-se necessidade e condição para o desenvolvimento social e individual dos homens. Pela linguagem, os homens compartilham representações, conceitos, técnicas e os transmitem às próximas gerações (RIGON; ASBAHR, MORETTI, 2010, p. 20, grifo nosso).*

Para Luria (2005), pensamento, linguagem e desenvolvimento intelectual, conforme Vigotski, todas as atividades cognitivas básicas do indivíduo ocorrem de acordo com sua história social e acabam se constituindo no produto do desenvolvimento histórico-social de sua comunidade. Neste processo de desenvolvimento cognitivo, a linguagem possui um papel crucial na forma como a criança vai desenvolver seu pensamento, uma vez que formas avançadas de pensamento, conhecimentos científicos, são transmitidas à criança através de palavras.

Considerando as aproximações e distanciamentos do desenvolvimento do pensamento e da linguagem, buscamos fundamentação da relação entre o pensamento e a linguagem, chegando a uma unidade, a palavra e seu significado. Assunto que abordamos na próxima sessão.

### 1.2.2 Unidade entre pensamento e a linguagem: palavra – significado

Para Vigotski (2002), um claro entendimento das relações entre pensamento e linguagem é necessário para que se entenda o processo de desenvolvimento do intelectual. Logo, para compreender o pensamento e a linguagem, ou seja,

[...] para o estudo das funções psicológicas superiores, Vigotski resgata o princípio da “totalidade” do método materialista histórico dialético e constrói uma nova forma de compreensão dos fenômenos psicológicos superiores a partir do método de unidade. *Esse pressuposto teórico-metodológico contrapõe a decomposição do psiquismo em elementos isolados, como memória, pensamento, linguagem, entre outros*, de forma fragmentada e separada em partes que se organizam com base em suas próprias estruturas. Para explicar o modo de entendimento das relações interfuncionais, *Vigotski considera não ser possível decompor a totalidade complexa do psiquismo humano em elementos*. [...] Não é com o estudo de funções psíquicas isoladas, sejam elementares ou superiores, que são criadas condições para a compreensão da complexidade que envolve o estudo do psiquismo humano (RIGON; BERNADES; MORETTI; CEDRO, 2010, p. 58-59, grifo nosso).

Portanto, podemos ponderar que o pensamento e a linguagem possuem uma relação dialética. Deste modo, poderíamos considerar uma unidade de análise, que não se deixa decompor, e que contém propriedades inerentes ao pensamento verbalizado como uma totalidade, essa unidade seria o aspecto interno da palavra, o seu significado.

Araujo (2013), ao falar de Rubinstein, ressalta que a linguagem não comunica apenas um pensamento já formulado, mas também implica no processo de formação desse pensamento. Essa ideia comunga com a de Vigotski (2009), que ressalta a relação entre o pensamento e a linguagem, tendo como unidade a palavra, em que a palavra não é considerada apenas a forma de verbalização e de expressão do pensamento, pois nela ele ganha forma, isto é, significado.

Amparados também nos estudos de Rubinstein, consideramos que o ensino que desenvolve o ser humano, em sua forma integral, é aquele em que o socialmente significativo, passa a fazer sentido para o sujeito, tornando-se pessoalmente significativo. Araújo (2013) destaca que Rubinstein ao defender que:

[...] a linguagem possui um caráter semântico, ele indica a necessidade de compreendermos que o significado de uma palavra, o reflexo de um objeto, em sua forma generalizada, realiza-se no âmbito da atividade prática humana. A linguagem reflete o objeto na dimensão das relações sociais e históricas, bem como possui uma função comunicativa em termos de expressão e de influência (ARAUJO, 2013, p. 147).

O significado da palavra está relacionado a um grupo de objetos e a comunicação entre diferentes sujeitos só se dá efetivamente, quando há compreensão das palavras utilizadas, ou seja, dos seus significados. Esses estão associados a um conjunto de características relacionadas a um grupo de objetos, e não apenas a um só, processo esse que desencadeia uma teia difusa, fazendo relações entre a palavra utilizada e outros diferentes grupos relacionados.

Considere por exemplo, quando surge em um diálogo a palavra “cadeira”, para haver comunicação os sujeitos envolvidos tem que compreender o significado da palavra “cadeira”, que está relacionado ao significado historicamente e socialmente construído para essa palavra. Esse significado oferece suporte para o sentido que o sujeito dá a essa palavra, o qual tem relação direta com seus conhecimentos, sejam eles teóricos ou empíricos. Quando o sujeito escuta a palavra “cadeira” no diálogo, ele associa a todas as cadeiras que ele conhece, além disso, a utilização da palavra “cadeira” desencadeia outro grupo de palavras que podem estar associadas a ela, como madeira, plástico e mesa.

No estudo de Araújo (2013) sobre Rubinstein, observamos que as relações entre a linguagem, a palavra e a consciência são importantes no contexto escolar, considerando o conceito de significado, como reflexo generalizado de um conteúdo objetivo. “Isso aponta para que, por sua função comunicativa arraigada nas relações sociais e históricas, a linguagem é capaz de refletir o objeto, contribuindo para o salto das relações sensoriais e empíricas com ele para as cognoscitivas e teóricas” (DELARI JÚNIOR, 2013, p. 26).

A relação entre o pensamento e a palavra não é uma coisa, mas um processo, um movimento dialético contínuo entre o pensamento e a palavra. Nesse processo, a relação entre o pensamento e a palavra passa por transformações que, em si mesmas, podem ser consideradas um desenvolvimento do sentido funcional.

O pensamento não é simplesmente expresso em palavras, é por meio delas que ele passa a existir. Cada pensamento tende a relacionar algum objeto com outro, a estabelecer uma relação entre esses objetos.

Cada pensamento se move, amadurece e se desenvolve, desempenha uma função, soluciona um problema. Esse fluxo de pensamento corre como um movimento interior através de uma série de planos. Uma análise da interação do pensamento e da palavra deve começar com uma investigação das frases e dos planos diferentes que um pensamento percorre antes de ser expresso em palavras.

Nas atividades do homem – a principal, o trabalho, nas relações sociais, a palavra representa uma forma de interação social, de estabelecer comunicação entre os sujeitos, considerando um código, que possui significado cultural, histórico e social para esse grupo. Nesse sentido a palavra, representa o significado social na comunicação, mas ao mesmo tempo, a palavra pode ser a reflexão individual da realidade, considerando as ações do pensamento, tendo em vista a relação de cada sujeito com o mundo, o objeto social.

Assim, “a linguagem não desempenha apenas o papel de meio de comunicação entre os homens, ela é também um meio, uma forma da consciência e do pensamento humanos, [...] torna-se a forma e o suporte da generalização consciente da realidade” (RIGON; BERNARDES, MORETTI; CEDRO, 2010, p. 64).

Como a palavra está relacionada a um grupo ou classe de objetos,

[...] *cada palavra é uma generalização latente, toda palavra já generaliza e, em termos psicológicos, é antes de tudo uma generalização. Mas a generalização, como é fácil perceber, é um excepcional ato verbal do pensamento, ato esse que reflete a realidade de modo inteiramente diverso daquele como esta é refletida nas sensações e percepções imediatas* (VIGOTSKI, 2009, p. 9, grifo nosso).

Podemos considerar que a distinção qualitativa entre a sensação e o pensamento, é a questão de que o pensamento apresenta um reflexo generalizado da realidade, que é também a essência do significado das palavras e de que, por conseguinte, o significado é um ato de pensamento no sentido completo da expressão. Mas, simultaneamente, o significado é uma parte inalienável da palavra enquanto tal, pertencendo, portanto, tanto ao domínio da linguagem como ao do pensamento.

Uma palavra sem significado é um som vazio, já não fazendo parte do discurso humano. Como o significado das palavras é, simultaneamente, pensamento e linguagem, constitui a unidade do pensamento verbal.

Por isso, o significado pode ser visto igualmente como fenômeno da linguagem por sua natureza e como fenômeno do campo do pensamento. Não podemos falar de significado da palavra tomado separadamente. O que ele significa? Linguagem ou pensamento? *Ele é ao mesmo tempo linguagem e pensamento porque é uma unidade de pensamento verbalizado* (VIGOTSKI, 2009, p. 10, grifo nosso).

A função da linguagem é a comunicação, pois é por meio da linguagem que nos relacionamos socialmente, ou seja, a linguagem é um meio de comunicação social, mas a linguagem acumula as funções de comunicação e de pensamento, que são duas funções indissociáveis.

O conjunto de signos foi criado e desenvolvido pelos sujeitos para estabelecer a comunicação entre eles, formando um instrumento social: *a linguagem*. Os movimentos e os sons vocais decorrentes da interação dos homens assumem a função de mediação entre os sujeitos, ou seja, *a função comunicativa*. Do movimento de interação entre as pessoas, originam-se os

signos, que se constituem também instrumento social que cumprem o objetivo primordial de possibilitar a comunicação entre os sujeitos. A função mediadora dos signos se estabelece na relação entre as pessoas. Dos gestos aos sons articulados, a linguagem se estabelece como instrumento social de comunicação (RIGON; BERNARDES, MORETTI; CEDRO, 2010, p. 63-64, grifo nosso).

Supunha-se que para haver comunicação, a mesma se daria por meio do signo, da palavra e do som, considerando uma análise decomposta desses elementos, não como uma unidade.

A comunicação não mediatizada pela linguagem ou por outro sistema de signos ou de meios de comunicação, como se verifica no reino animal, viabiliza apenas a comunicação do tipo mais primitivo e nas dimensões mais limitadas. No fundo, essa comunicação através de movimentos expressivos não merece sequer ser chamada de comunicação, devendo antes ser denominada *contágio* (VIGOTSKI, 2009, p. 11, grifo do autor).

Destacamos situações como essas em sala de aula em que não há comunicação, apenas um contágio, pois os sujeitos envolvidos no diálogo na sala não estão se comunicando, há a utilização de uma “linguagem” em que as palavras não fazem sentido para os sujeitos, pois eles desconhecem o seu significado, sendo assim inviabilizado o processo de generalização, não existindo a possibilidade de relação entre pensamento e linguagem. A palavra sem significado é considerada um som vazio, se a palavra é privada de significado ela não pertence mais à linguagem.

A comunicação “pressupõe necessariamente generalização e desenvolvimento do significado da palavra, ou seja, a generalização se torna possível se há desenvolvimento da comunicação” (VIGOTSKI, 2009, p. 12).

Portanto, “as formas superiores de comunicação psicológica, inerentes ao homem, só são possíveis porque, no pensamento, o homem reflete a realidade de modo generalizado” (VIGOTSKI, 2009, p. 12).

A palavra sem generalização não tem significado, pois não está relacionada a um conceito. O significado da palavra é unidade do pensamento e da linguagem, mas também podemos considerá-lo como unidade da generalização e da comunicação e do pensamento.

Temos, então, o significado da palavra como unidade e destacamos a importância dessa consideração dentro da psicologia, porque “só começamos a entender a relação efetiva entre o desenvolvimento do pensamento da criança e o desenvolvimento social da criança

*quando aprendemos a ver a unidade entre comunicação e generalização” (VIGOTSKI, 2009, p. 12, grifo nosso).*

Oliveira (1993) afirma que o significado das palavras tem papel central, pois é nele que pensamento e linguagem se unem. Os significados apresentam dois componentes, o primeiro diz respeito à acepção propriamente dita, capaz de fornecer os conceitos e as formas de organização básicas. Por exemplo, a palavra *gato* denomina um tipo específico de animal do mundo real. Mesmo que as experiências e a compreensão das pessoas sobre determinado elemento sejam distintas, de imediato o conceito de gato será adequadamente entendido por qualquer pessoa de um grupo que fale o mesmo idioma.

O segundo componente é o sentido, é o que a palavra representa para cada pessoa e é composto da vivência individual. Vigotski (2009) considerou, além da dimensão cognitiva, ao inscrever a criança em seu universo social, relacionando afetividade ao processo de construção dos significados. Desse modo, concluiu-se que uma pessoa que possui alergia à *pele*, por exemplo, dará à palavra *gato* uma acepção diferente e absolutamente particular, como espirro, coriza ou dor.

As significações estão, portanto, no campo das produções histórico-culturais da humanidade (consciência social), que ao transformarem-se em consciência pessoal constituem-se no sentido que o próprio sujeito atribui a essas significações. Embora os sentidos sejam construídos em determinadas condições sociais e, por isso, reflitam o social no indivíduo, são resultados das vivências pessoais de cada um e, dessa maneira, estão no campo da personalidade. Nesse processo, a linguagem e a atividade coletiva são fundamentais (LONGAREZI; FRANCO, 2013, p. 85-86).

O significado está relacionado ao intercâmbio social, quando vários membros de um mesmo grupo se relacionam, eles atribuem, com base nessas relações, interpretações diferentes às palavras. É isso o que ocorre na escola. Ao começar a frequentá-la, a criança recebe a intervenção do educador, o que fará com que a transformação do significado se dê não mais apenas pela experiência vivida, mas por definições, ordenações e referências já consolidadas em sua cultura.

O movimento de interiorização dos significados [...] é decorrente da vida em sociedade, pelas relações interpessoais. Constitui-se como particularidades que cria condições para que o ser humano tome posse dos bens materiais elaborados historicamente e humanize-se (RIGON; BERNARDES; MORETTI; CEDRO, 2010, p. 58).

A partir do momento em que o objeto cultural é internalizado, o mesmo se torna conteúdo socialmente disponível, e o mesmo será socializado sob a forma de linguagem. Assim, a criança no espaço escolar não vai só aprender que o Sol é diferente de uma lâmpada, fato que poderia ser aprendido com a intervenção de um adulto, mas também irá explorar o conceito científico, que foi historicamente construído.

Deste modo, essa criança irá realizar novas generalizações, acrescentar outros sentidos às palavras, entendendo que o Sol é uma estrela de quinta grandeza, que a Terra e os outros planetas do sistema solar giram em torno do Sol, que a Terra demora aproximadamente 365 dias para completar essa volta, dentre outras informações que vão complementando o sentido que damos a palavra Sol, esse é um processo que nunca acaba, que continua ocorrendo até deixarmos de existir (OLIVEIRA,1993).

Para Rigon, Bernardes, Moretti e Cedro (2010, p. 62, grifo nosso),

[...] no movimento de identificação do significado da palavra, do conceito, estabelece-se uma ação primordial do psiquismo humano, *a relação entre o pensamento e linguagem, que se manifesta por meio de signos*. O entrelaçamento existente entre o signo e o significado ocorre por meio do pensamento como característica essencialmente humana.

A relação entre ensino, aprendizagem e desenvolvimento, dentro da psicologia histórico-cultural, pressupõe a apropriação dos conceitos, que é possibilitada pelos processos de interiorização, de internalização, ou seja, a transformação de uma operação externa em uma operação interna.

Pressupõe, por meio de relações interfuncionais, *a compreensão do significado da palavra*, mediado por signos e por apropriações anteriores. Essa mediação, num primeiro momento, se dá por *signos externos, que são internalizados e se transformam em signos internos do sujeito* (RIGON; BERNARDES; MORETTI. CEDRO, 2010, p. 45, grifo nosso).

Desse processo, resultam transformações significativas nas funções psíquicas superiores, dentre elas destacamos a relação do pensamento e da linguagem, o significado. “Pela linguagem o homem se apropria das significações sociais e a elas atribui um sentido pessoal associado a seus motivos e necessidades” (LONGAREZI; FRANCO, 2013, p. 85-86).

Fazemos a ressalva de que nesta pesquisa empregamos o conceito de motivo conforme a teoria da atividade de Alexis N. Leontiev. Para este autor “O significado psicológico de uma ou outra ação depende de seu motivo, do sentido que tem para o sujeito, o qual caracteriza

fundamentalmente sua fisionomia psicológica” (LEONTIEV, 1961, p. 347). Destacamos também, que o termo *motivo* não pode ser confundido com os sentimentos, desejos, emoções ou vivências das pessoas. Conforme o autor, “não utilizamos o termo motivo para designar o sentimento de uma necessidade; ele designa aquilo em que a necessidade se concretiza de objetivo nas condições consideradas e para as quais a atividade se orienta, o que a estimula” (LEONTIEV, 1978, p. 97, grifo do autor). Portanto, o motivo se constitui nessa relação.

Seguindo a nossa fundamentação, na próxima sessão discutimos sobre o pensamento teórico e o pensamento empírico, seu desenvolvimento e sua relação com o conhecimento teórico e o conhecimento empírico.

### 1.2.3 Conhecimento teórico e conhecimento empírico

Segundo Vigotski (2009), qualquer conhecimento sobre a realidade é sempre um ato de generalização. Entendemos generalização, segundo a perspectiva marxista, “de que o ponto de partida da teoria é um modelo idealizado, que articula em si o geral e o particular. Algo como uma ‘célula’ que define as características essenciais de um tema, a partir da qual se desenvolve um sistema de conceitos” (LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 333). Vigotski apropria-se das contribuições marxistas, ao relacionar a generalização dos processos psíquicos e o desenvolvimento da consciência.

A tomada de consciência está baseada na generalização dos próprios processos psíquicos, o que leva ao seu domínio. Neste processo desempenha papel decisivo, antes de tudo, a instrução. Os conceitos científicos, ao serem mediados por meio de outros conceitos com seu sistema hierárquico interno de inter-relação, constituem o âmbito no qual a tomada de consciência – isto é, sua generalização e domínio – surge pela primeira vez (VIGOTSKI, 2007, p. 315).

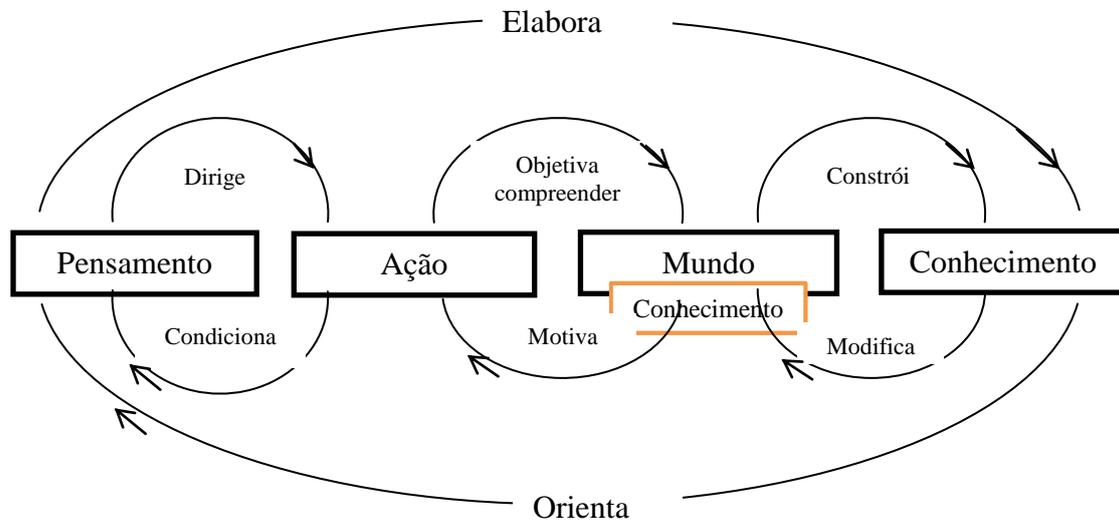
O processo de generalização, abstração e internalização de um conhecimento é mediatizado pelo pensamento e pela linguagem. A linguagem é instrumento do conhecimento, é uma das formas de socializar os conceitos que foram historicamente construídos, que foram se desenvolvendo devido à interação do homem e o mundo. Esse é objeto do homem, e é por meio da interação do homem com o objeto que o pensamento se desenvolve e o resultado dessa interação gera novos conhecimentos, ou modifica os anteriormente adquiridos.

O pensamento, ao ser abstraído, encontra “a linguagem e a fala como aquelas nas quais os conhecimentos socialmente acumulados se encontram objetivados, isto é, por meio delas a consciência de uma pessoa se torna acessível à outra” (ARAUJO, 2013, p. 146-147).

Nesse sentido, podemos considerar que é por meio da linguagem que os conhecimentos desenvolvidos pelos diferentes sujeitos são socializados, mas esse processo é dialético, tanto o sujeito socializa seus conhecimentos, quanto é instruído com novas informações, por meio da linguagem, o que desencadeia novos pensamentos e, por conseguinte, uma nova formulação de conhecimento, pois, “a fala e a linguagem, que têm a gênese na atividade prática, possibilitam que a experiência social da humanidade se torne a experiência de um sujeito” (ARAUJO, 2013, p. 147).

Nos fatos da atividade ou ação humana, o pensamento se apresenta [...] como um dos elementos constituintes; sendo mesmo o essencial, não porque em última instância dirige e orienta todas aquelas manifestações, mas porque constitui precisamente o traço que ele pertence e em que se integra. É como *pensamento* que o homem é o que é; e é na ação que seu pensamento se exprime. Mas como ação, o pensamento é também conhecimento, porque é na base deste último, e tornando-o por conteúdo, que o pensamento se desenvolve. O pensamento dirige a ação e é por ela condicionado; e é nesse condicionamento que vamos encontrar o conhecimento: é do pensamento gerado na interação do homem com o Universo, realizada pela ação, que brota e se constitui o conhecimento (PRADO JÚNIOR, 1960, p. 50, grifo do autor).

Podemos apresentar essa argumentação, por meio de um esquema, que nos servirá para exprimir mais claramente a unidade e totalidade do processo do conhecimento, tal como deve ser entendido e abordado.

**Figura 1** - Esquema do Ciclo de Conhecimento

Fonte: Elaborado pela autora (adaptado de PRADO JÚNIOR, 1960).

Produzir um conhecimento, ou seja, reproduzir na esfera psíquica o seu conteúdo, na perspectiva teórica que estamos adotando, supõe compreender que “a ação de construção e transformação do objeto mental constitui o ato da sua compreensão e explicação, o descobrimento da sua essência” (DAVIDOV, 1988, p. 127, tradução nossa).

Temos claro, que “o homem, ao assimilar determinado conhecimento, assimila também as práticas e a experiência social da humanidade fixada em determinado conhecimento” (ARAÚJO, 2013, p. 150). Isto implica em generalizar, abstrair e conceituar uma determinada realidade, objeto ou fenômeno, seja ela vivenciada de forma empírica ou teórica.

Para pensarmos nesse processo de generalização da realidade, devemos levar em consideração os dois tipos de vivência acima citados. Por exemplo, consideremos a relação de um ventilador ou umidificador e a sensação de calor. Uma criança por meio do convívio com os demais adultos consegue generalizar determinados tipos de conhecimento. Em um dia extremamente abafado e quente compreende que a utilização de um aparelho doméstico como o ventilador ou até mesmo um umidificador poderia amenizar os efeitos de um dia em que as temperaturas fossem altas.

Assim, essa criança possui um determinado conhecimento sobre essa realidade e elabora uma determinada generalização sobre a relação entre o ventilador e o calor, que está embasada na sua experiência. A partir dessa generalização a criança pode fazer outras,

pensando em situações em que ela possa ter vivenciado, como por exemplo, outras formas de amenizar o calor, como beber uma limonada, tomar um banho de mangueira, dentre outras, sendo essas generalizações possíveis graças à vivência dessa criança.

Um adulto, por exemplo, um físico, um químico, pode utilizar o mesmo aparelho doméstico, considerando a mesma função que a criança, mas a sua utilização estará amparada no conhecimento do processo de troca de calor entre o corpo do ser humano e o meio. Esse adulto, ao lidar com um dia quente, poderá ligar o ventilador, tomar uma limonada ou até mesmo um banho de mangueira, mas as suas intenções estarão amparadas em generalizações que ele realizou, tendo como suporte bases teóricas. Tendo conhecimento de que, a partir do momento em que o corpo tenha contato com um objeto ou um ambiente que esteja mais frio, o mesmo perderá calor, estabelecendo-se, assim, um equilíbrio. Deste modo, o homem que antes tinha a sensação de calor, encontrará depois de certo tempo um ambiente mais ameno, ao ligar o ventilador.

Ambos os sujeitos lidaram com a situação, ventilador e a sensação de calor, mas com base em conhecimentos diferentes. A criança utilizou sua vivência, fazendo uso então do conhecimento empírico, já o adulto utilizou o conhecimento teórico para realizar as suas generalizações, fazendo uso do conhecimento historicamente construído.

A criança poderia acreditar que ocorre uma troca de frio e não de calor, ou seja, que o ventilador resfria o corpo, que nesse processo o corpo fica mais frio à medida que o ventilador fica mais quente. Já o físico argumentaria que não ocorre troca de frio e sim perda de calor, além de que não é o ventilador que resfria o corpo, o ventilador agita o ar do ambiente ao redor do corpo, onde o corpo transfere calor para o ambiente e não para o ventilador (o que seria a forma teórica de afirmar que o ventilador resfria o corpo).

O conhecimento teórico, que em nosso exemplo foi expresso pelo adulto, representa o conhecimento que melhor se aproxima do fenômeno em questão e que permite explicar a realidade em suas múltiplas relações. O conhecimento empírico, aqui exemplificado pela criança, é o conhecimento baseado na realidade cotidiana, que possui relação imediata, conhecimento esse que se encontra distante de explicar essa situação de forma geral com as suas múltiplas relações.

Os conhecimentos empíricos e teóricos, ambos são importantes para o desenvolvimento do sujeito, mas compreender a realidade em seus múltiplos aspectos, indo para além de sua utilidade ou aplicabilidade na vida prática, só é possível quando nos apropriamos das generalizações teóricas sobre essa realidade.

A criança ao fazer uso do seu conhecimento empírico estava resolvendo a situação em si, mas o adulto ao se deparar com a mesma situação estava fazendo as generalizações, associações, análises e sínteses da situação, portanto resolvia o problema geral e não o particular, tendo em vista as suas múltiplas relações. Logo, podemos considerar que esse adulto faz uso de um pensamento conceitual.

O pensamento conceitual envolve uma enorme expansão das formas resultantes da atividade cognitiva. Uma pessoa capaz de pensamento abstrato reflete o mundo externo mais profunda e completamente e chega a conclusões e inferências a respeito do fenômeno percebido, tomando por base não só a sua experiência pessoal, mas também esquemas de pensamento lógico que objetivamente se formam em um estágio avançado do desenvolvimento da atividade cognitiva (LURIA, 2005, p.135).

A generalização teórica constitui-se num tipo de conhecimento mais elaborado, mais próximo da explicação da realidade, porque abarca a explicação da essência dessa realidade, da realidade como uma totalidade. Portanto, podemos considerar que o conhecimento teórico busca explicar as múltiplas relações existentes em um determinado fenômeno, relações essas que não são de conhecimento comum, ou seja, diretamente acessíveis, pois são já derivações do próprio pensamento, considerando os processos de análise e síntese teórica, necessários no processo de compreensão desse pensamento.

Compreender realmente um conhecimento historicamente desenvolvido, um conceito, requer compreender esse fenômeno dialeticamente, atingindo sua essência, o que não ocorre diretamente. Para isso, é necessária a atividade do pensamento para atingir o concreto, a totalidade.

Assim, podemos afirmar que “expressar um objeto ou um fenômeno na forma de um conceito significa compreender a sua essência, que extrapola a mera observação das propriedades extrínsecas e observáveis de objetos e fenômenos singulares” (ROSA; MORAES; CEDRO, 2010, p. 75). Logo, para que ocorra a compreensão de um fenômeno, ou objeto é necessário o “estabelecimento de relações que decorrem não somente da observação, mas de uma análise sistêmica do fenômeno” (Ibidem, p. 76).

Considerando que o verdadeiro caráter científico do conhecimento está relacionado ao tipo de pensamento, amparados nos estudos de Davidov (1988), Rubstov (1996) e Rosa, Moraes e Cedro (2010), apresentaremos as contribuições desses pesquisadores quanto às diferenças entre o conhecimento empírico e o conhecimento teórico no quadro a seguir.

**Quadro 1** - Comparação entre o conhecimento empírico e o conhecimento teórico

<b>Características</b>	<b>Conhecimento empírico</b>	<b>Conhecimento teórico</b>
<b>Elaboração</b>	Mediante a observação e a comparação dos objetos às suas representações, valorizam-se assim as propriedades aparentes, comuns aos objetos, embasadas nas sensações e experiências dos indivíduos.	Por meio de uma análise do papel e da função de certa relação entre as coisas no interior de um sistema. Mediante a análise da essência do objeto ou fenômeno, seu caráter invariante, que caracteriza sua existência mediatizada, refletida e essencial. Só é possível graças ao processo de escolarização.
<b>Pensamento</b>	Pensamento empírico.	Pensamento teórico.
<b>Tipo de generalização</b>	Generalização empírica. Generalização formal (particular à situação) das propriedades dos objetos que permitem situar os objetos específicos no interior de uma dada classe formal.	Generalização teórica. Forma universal (geral), que caracteriza simultaneamente um representante de uma classe e um objeto ou fenômeno particular.
<b>Fundamentação</b>	Observação dos objetos ou fenômenos.	Transformação do objeto ou intervenção no fenômeno.
<b>Tipo de representação</b>	Representação concreta do objeto ou fenômeno.	Representa a relação entre as propriedades do objeto ou fenômeno e as suas ligações internas.
<b>Relação</b>	A propriedade formal comum é análoga às propriedades dos objetos ou fenômenos. Oferece apenas condições de análise do objeto ou fenômeno.	Estabelece uma ligação entre o geral e o particular. Oferece condições para que se compreenda qualquer caso particular, por estar fundamentada na análise da função do objeto ou fenômeno.
<b>Concretização</b>	Por meio de escolha de exemplos relativos a certa classe formal.	Mediante a transformação do saber em uma teoria desenvolvida por meio de uma dedução e uma explicação.
<b>Formas de expressão</b>	Um termo.	Diferentes sistemas semióticos (signos).
<b>Atividade</b>	Atividade empírica, experimental, prática.	Atividade de ensino, mediatizada.

Fonte: (Adaptado de ROSA; MORAES; CEDRO, 2010, p. 77).

Portanto, podemos afirmar que, o conhecimento teórico permite uma relação do homem com a realidade de forma diferenciada, se comparado com o conhecimento empírico.

O conhecimento teórico deve ser desenvolvido em cada sujeito, considerando os significados que são sociais, mas ao mesmo tempo, também é desenvolvido de forma singular, o que contribui e amplia as relações humanas.

O conhecimento teórico não pode ser desenvolvido espontaneamente, o mesmo precisa ser mediatizado, precisa de meios específicos e intencionais para a sua formação, meios esses que devem ser encontrados e desenvolvidos em sociedade. Destacamos assim o papel da escola, como principal local para a apropriação e desenvolvimento do pensamento teórico.

Segundo Davidov (1988), o conhecimento empírico e o conhecimento teórico se desenvolvem considerando o pensamento empírico e o pensamento teórico. Deste modo, consideramos que os alunos “podem desenvolver o pensamento teórico por meio da assimilação do conhecimento teórico” (LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 320).

A assimilação no processo de ensino seria um fato pedagógico, já psicologicamente a assimilação constitui uma atividade mental de análise, síntese, abstração e generalização, atividade que tem lugar durante o processo de ensino. Em suas pesquisas Davidov

[...] formulou teoricamente e metodologicamente uma tese inversa: primeiro os alunos devem aprender o aspecto genético e essencial dos objetos, ligado ao modo próprio de operar da ciência, como um método geral para análise e solução de problemas envolvendo tais objetos. Depois, utilizando o método geral, os alunos resolvem tarefas concretas, compreendendo a articulação entre o todo e as partes e vice-versa. *A este procedimento mental Davydov denominou de pensamento teórico* (LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 320, grifo nosso).

Segundo Davidov e Márkova (1987), as bases do pensamento teórico são encontradas na atividade humana genérica que se cristaliza na experiência histórico-social, portanto, nos objetos da cultura humana, nos vários domínios do conhecimento e da ciência. O pensamento, de uma maneira geral, é uma das formas do homem concretizar a sua relação com o mundo.

Entendemos concreto dentro da teoria marxista como sendo a síntese de múltiplas determinações, um produto do pensamento que caminha do “concreto caótico” (ou empírico) para o concreto (concreto pensado), mediado pelas abstrações.

[...] a tarefa do pensamento teórico é justamente superar a “pseudoconcreticidade”, elaborar os dados da contemplação e da representação na forma de conceitos, em revelar o movimento, *a essência do fenômeno, por meio do procedimento de ascensão do abstrato ao concreto* (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010, p. 37-38, grifo nosso).

*O processo de ascensão do abstrato ao concreto deve revelar as contradições presentes na abstração inicial. O objeto deve ser tomado como o todo, em relação com suas manifestações* (singularidades), com sua essência e origem universais. Esse procedimento está na base da formação

do pensamento teórico que provê as pessoas dos meios universais de compreensão da essência das mais diferentes esferas da vida (Ibidem, p. 38-39, grifo nosso).

Portanto, tanto o pensamento empírico quanto o pensamento teórico contribuem para que o homem compreenda a realidade, pois implicam na “apropriação de um modo de ação, de um modo de estar e lidar com o mundo” (PRESTES; TUNES; NASCIMENTO, 2013, p. 49).

Ressaltamos assim que ambas as formas de pensamento são psíquicas, “o que distingue o pensamento empírico do pensamento teórico é o modo como a realidade é analisada e transformada em conhecimento e não o fato de se ter ou não um conhecimento abstrato” (Ibidem, p. 50).

Nos estudos realizados por Libâneo e Freitas (2013) sobre Davidov, encontramos suporte para distinguir pensamento empírico e pensamento teórico, as suas características e como ambos devem ser trabalhados. Embora pensamento empírico e pensamento teórico contribuam para a formação real do homem,

[...] os resultados do seu funcionamento são diferentes. A consciência e o raciocínio empírico estão voltados para as manifestações exteriores e para a classificação dos objetos possibilitando a generalização formal (ou empírica) e as noções. E são, sem dúvida, importantes para o desenvolvimento mental das crianças. Por sua vez, a consciência e o raciocínio teórico implicam a generalização substantiva, ou seja, descobrir num sistema de objetos de conhecimentos seu fundamento geneticamente original, essencial, universal, a partir do que se pode deduzir sua aplicação a peculiaridades – casos específicos – do sistema analisado (LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 326).

Ainda em Libâneo e Freitas (2013), temos que a formação de uma modalidade específica de pensamento não garante, em princípio, a formação deste mesmo pensamento em geral, para toda e quaisquer atividades humanas em que ele possa aparecer. Entretanto, a sua formação cria as bases para a ocorrência de uma posterior generalização deste tipo de pensamento.

Isto é, a amplitude da transferência de um determinado pensamento para outra área (distante de onde se deu a sua formação) não ocorrerá espontaneamente, sobretudo se este pensamento ainda estiver no início de sua formação, mas poderá ocorrer em um momento posterior de seu desenvolvimento (quando tiver alcançado a sua máxima possibilidade) e/ou se for devidamente orientado por atividades específicas que busquem realizar essa transferência.

O pensamento empírico está embasado nas características que podem ser observadas de um dado objeto e a partir delas é que se fazem as generalizações (LIBÂNEO; FREITAS, 2013). Logo, o conhecimento empírico faz um tipo de análise da realidade em que as condições aparentes dos objetos ou fenômenos, ou mesmos as características mais destacadas, mais diretamente observáveis são ressaltadas, comparadas entre si e sintetizadas em um conceito, o que se denomina conceito empírico.

A formação do conceito empírico ocorre pela passagem do concreto, sensorial ao abstrato, imaginável, levando a uma generalização empírica. [...] A função principal da generalização conceitual empírica é identificar os aspectos comuns do objeto em cada caso concreto e singular, desenvolvendo a capacidade de separar traços identificadores precisos e unívocos desses objetos dentro das classes gerais de objetos, por meio da distinção, separação, comparação, ou seja, de suas propriedades formais (LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 336).

Para Prestes, Tunes e Nascimento (2013), o pensamento empírico desenvolve-se espontaneamente na vida cotidiana, contribuindo para que o homem viva e lide com as situações cotidianas.

Diferente do pensamento empírico, o conteúdo do pensamento teórico é encontrado na própria existência mediatizada, refletida e essencial do ser. Nesse sentido, o pensamento teórico é o processo de idealização de um dos aspectos da atividade objetiva-prática, a reprodução, que representa as formas universais dos objetos. [...] O pensamento teórico não opera com representações gerais, mas sim com os próprios conceitos (ROSA; MORAES; CEDRO, 2010, p. 74).

O pensamento teórico, como uma das funções psíquicas superiores, como uma das formas específicas da conduta cultural do homem, só pode ser formado no sujeito mediante a sua relação e apropriação de um objeto. Logo, o pensamento teórico está centrado na essência do objeto, fundamentado na transformação do objeto. Assim, o conhecimento teórico, segundo Nascimento (2010, p. 50),

[...] busca analisar as condições internas do objeto ou fenômeno, as relações entre as relações, ou seja, as relações que ele estabelece com os demais objetos e fenômenos e com o seu próprio processo de formação. Tais relações das relações são também analisadas e sintetizadas em forma de um conceito: o conceito teórico.

Considerando as contribuições de Nascimento (2010), ressaltamos a necessidade de apreender essas relações e processos, tendo como base a sua importância para compreender as particularidades psicológicas do desenvolvimento do pensamento dos estudantes, também assinalada por Rosa; Moraes e Cedro (2010, p. 68), quando assinalam “a necessidade de compreender o sentido lógico e teórico dos processos e das formas principais de pensamento: a generalização, a abstração e o conceito”.

A generalização é um ato verbal de pensamento e reflete a realidade de uma forma totalmente diferente da sensação e da percepção. Segundo Davidov (1982), a generalização está associada ao processo de assimilação dos escolares dos conhecimentos científicos.

Pensar empiricamente é observar os objetos e perceber as suas similaridades, mas sem estar preocupado com a essência científica do objeto (LIBÂNEO; FREITAS, 2013). Por exemplo, a professora, ao iniciar o trabalho com sólidos geométricos, leva alguns para a sala para que os alunos possam manipular as peças e classificá-las, quando um grupo de alunos se atenta às cores dos objetos para classificá-los, estão preocupados com a aparência desses sólidos, e não com a essência, ou seja, não tem em sua preocupação primal, o conhecimento científico. Nesse momento,

[...] as limitações do pensamento empírico no desenvolvimento da generalização e da apropriação do conhecimento científico fica evidente, pois, ao unir os objetos e os fenômenos com termos aparentes, ele não consegue estabelecer as reais inter-relações que constituem o sistema integral, universal e transitório, dos fenômenos e dos objetos (ROSA; MORAES; CEDRO, 2010, p. 78).

Mas, é preciso considerar as ações de mediação do professor, que tem como objetivo a apropriação pelos alunos do conhecimento científico, ações essas que podem desencadear a assimilação do conceito. No nosso exemplo, os alunos tendo como objetivo classificar os sólidos, atentando-se às especificidades científicas, poderiam considerar como característica invariante a um dado grupo de objetos, a questão de serem sólidos que possuem bases opostas, composta por mesma figura geométrica.

Sendo possível, assim, “a identificação dos objetos da diversidade dada com a ajuda da característica *invariante*” (DAVIDOV, 1982, p.13, tradução nossa, grifo do autor). Associar essas características que foram observadas a uma palavra, que é a síntese das observações realizadas, é se aproximar do conceito, que, no nosso exemplo, é o conceito de prisma.

Para que esse processo de busca deste atributo invariante que caracteriza o objeto, seja sistematizado, temos que considerar a abstração, que é

[...] a separação do geral e a sua confrontação com o particular, é um elemento construtivo da atividade mental generalizadora do sujeito. Contudo, esse processo abstrato-genérico de identificação de um objeto ou fenômeno prescinde não somente da abstração, mas também da síntese, para que ocorra a sua finalização (ROSA; MORAES; CEDRO, 2010, p. 70).

O conceito é, portanto, “toda a generalidade abstrata expressa por palavras” (DAVIDOV, 1982, p. 297, tradução nossa). Como já nos referimos anteriormente, os conceitos estão fortemente ligados ao significado das palavras que traduzem a compreensão dos traços substanciais dos objetos e fenômenos.

Nessa perspectiva,

[...] os conceitos surgem não como simples representações gerais, mas sim como um modo da atividade psíquica do sujeito, que permite a ele a reprodução do objeto idealizado e, conseqüentemente, do seu sistema de relações, o qual na sua unidade reflete a universalidade ou a essência do movimento do objeto ou fenômeno. Portanto, o conceito constitui ao mesmo tempo a forma do reflexo do objeto e o meio da sua reprodução e estruturação mental (ROSA; MORAES; CEDRO, 2010, p. 74-75).

Considerando as contribuições dos autores da teoria histórico-cultural, podemos fazer uma crítica a esse modelo intuitivo, que fundamenta grande número de práticas escolares. Assim, destacamos a contribuição de Vigotski (2009, p.359), ao afirmar que:

[...] a própria essência do conceito e da generalização pressupõe, a despeito da doutrina da lógica formal, não o empobrecimento, mas o enriquecimento da realidade representada no conceito em comparação com a percepção sensorial e indireta e com a contemplação dessa realidade.

O pensamento é guiado por leis que existem na realidade objetiva, o que nos leva a considerar que é necessária a compreensão do movimento lógico-histórico para se compreender o pensamento.

Davidov (1982) ressalta que o mundo é objeto do homem e que o mesmo desenvolve seu pensamento considerando a interação com o mundo objetual, e nessa relação ambos se modificam, o pensamento teórico só pode ser formado no sujeito mediante a sua relação e apropriação do objeto. Mas o pensamento não modifica o objeto na prática, o pensamento transforma, projeta e cria um novo objeto, o objeto idealizado.

Davidov (1988) afirma que a formação do pensamento teórico requer a apropriação de um conhecimento também teórico, porque nessas objetivações nos apropriamos de ações do pensamento, de forma de análise e síntese da realidade. Portanto, é na escola que o conhecimento teórico, ou conhecimento científico, deve ser trabalhado, pois

[...] além do conhecimento, a criança, assimila também, as capacidades, surgidas historicamente, que estão na base da formação da consciência e do pensamento teórico: a reflexão, a análise e a experiência mental. *Portanto, o processo educativo que gera desenvolvimento psicológico é aquele que coloca o sujeito em atividade* (RIGON; ASBAHR, MORETTI, 2010, p. 25, grifo nosso).

Considerando que é papel da escola selecionar os conhecimentos teóricos historicamente desenvolvidos, para serem trabalhados com os alunos, por meio de atividades de ensino, o desafio é a organização do ensino que não reforce o desenvolvimento do pensamento empírico, baseado nos aspectos externos, mas que vise à formação do pensamento teórico, com foco no que é a essência do conceito, isto é, naquilo que é genérico.

A teoria marxista, a psicologia histórico-cultural e a didática desenvolvimental afirmam que o verdadeiro papel da escola é o de criar um tipo específico de orientação pedagógica que permita desenvolver no aluno aquilo que fora dela não teria condições de desenvolver: o pensamento teórico. De modo que a função da escola é desenvolver no aluno as funções mentais superiores que o tornam humano tendo como foco o pensamento teórico, pela via da formação dos conceitos científicos e das ações mentais (LONGAREZI; PUENTES, 2013, p. 10).

A necessidade do sujeito motiva uma ação, uma prática que tem como objetivo satisfazer a necessidade inicial, e nesse processo para solucionar o problema ou elaborar a ação, o sujeito é levado a utilizar seus processos psicológicos, ou seja, a pensar.

O pensamento humano, segundo a lógica marxista, nas obras de Leontiev (1983, p. 29, grifo nosso), é entendido como “produto do desenvolvimento sócio-histórico, como uma forma teórica peculiar da *atividade humana* que não é mais que um derivado da atividade prática”.

Dessa forma, apresentamos os principais conceitos teóricos relacionados a pensamento e a linguagem que orientam este trabalho. Consideramos que esse olhar sobre o pensamento e a linguagem como as funções psicológicas constituídas na atividade humana, repleta de diferentes conexões e inter-relações que constituem e orientam a atividade dos sujeitos, oferece contribuições para que se entenda também a constituição do conhecimento algébrico

na atividade humana e, de forma particular, na atividade do sujeito. Assim durante a próxima sessão, pretendemos abordar a atividade, como processo de humanização, as atividades principais e seu papel na educação.

### **1.3 A Atividade: Processo de Humanização**

Aprofundando nossas discussões, direcionamos nossos estudos para a questão da atividade principal do homem, o trabalho, além das atividades dominantes, que são as diferentes atividades considerando-se cada fase de desenvolvimento. Nossas inquietações vão na direção de compreender em qual atividade teríamos resultados mais significativos no processo de ensino-aprendizagem-desenvolvimento.

Nesse sentido, nos deparamos com alguns questionamentos como: O que é ser humano? Como o homem se constitui homem? Qual atividade principal no período escolar? Como se dá a relação entre a atividade e o processo de ensino-aprendizagem-desenvolvimento?

As questões levantadas são de significativa importância para a realização desta pesquisa, considerando que diferentes correntes filosóficas apresentam aos conceitos envolvidos diferentes significados. Portanto, ressaltamos novamente que neste estudo temos como matriz de referencial teórico metodológico o materialismo histórico dialético e nele buscamos suporte para responder as nossas inquietações.

Destarte, o que se pretende é apresentar o estudo realizado a respeito de atividade, primeiramente partindo de uma questão ampla, a atividade humana, o que possibilitará suporte para discutirmos as questões educacionais e a atividade de estudo. Deste modo, o que pretendemos é apresentar a forma em que a atividade está sendo abordada neste trabalho, com base em alguns estudos teóricos.

Ao nos questionarmos sobre o processo de humanização, temos que considerar o que é ser homem, e mais, a que tipo de homem nos referimos, pois diferentes campos da filosofia já discutem essa questão há milênios, chegando a diferentes conclusões amparados em suas matrizes teóricas. Nos estudos realizados por Sánchez Gamboa (2012, p. 161-162), sobre epistemologia,

[...] o homem é considerado nas investigações identificadas como crítico-dialéticas como um ser social, no sentido do indivíduo incluído no conjunto

de relações sociais. Dependendo da formação social na qual se situa e da correlação de força existente, o homem se converte em força de trabalho, mão de obra, especialista, capital humano, sujeito capaz de transformar a realidade, ator e criador da história, etc. Apesar de ser histórica e socialmente determinado, também é capaz de tomar consciência de seu papel histórico, de educar-se por meio das ações políticas e de liberar-se por meio da prática revolucionária. [...] homem como agente ativo, capaz de praticar, afirmar sua palavra, criar, assumir seus projetos num contexto histórico-social. Considera-se também como ser transformador da natureza por meio do trabalho, criador e construtor do ambiente social no qual vive. O homem não é só objeto determinado pelas situações socioeconômicas, produto de sua própria existência e das condições históricas, também é sujeito a que cabe modificar e transformar a realidade.

Ressaltamos também outro trecho deste trabalho de Sánchez Gamboa (2012, p. 162), ao referir-se que o homem é “resultado dos processos sociais e transformador da sociedade e construtor da história”.

Várias são as explicações para o processo de humanização nas diferentes ciências que o discutem. Considerando os trabalhos de Cedro (2008); Duarte (2010) e Rigon, Asbahr e Moretti (2010), buscamos compreender o processo de humanização no materialismo histórico dialético.

“Marx define o homem como *conjunto de relações sociais*” (PRADO JÚNIOR, 1960, p. 501, grifo do autor), mas não renega a questão do homem também ser um ser biológico, pois ele é conduzido pelas leis biológicas, deste modo, consideramos que o homem deve ser compreendido tanto na sua relação biológica como social. Destarte,

[...] esse autor considera que o homem é o resultado do entrelaçamento do aspecto individual, no sentido biológico, como o social, no sentido cultural. Ou seja, ao se apropriar da cultura e de tudo o que a espécie humana desenvolveu – e está fixado nas formas de expressão cultural da sociedade – o homem se torna humano. Dessa forma, assume uma concepção do ser humano em seu processo de desenvolvimento, o que significa compreendê-lo no movimento histórico da humanidade, tanto nas dimensões filogenéticas como ontogenéticas. Esse fundamento permite a realização de uma análise teórica da natureza social do homem e de seu desenvolvimento sócio-histórico (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010, p. 15-16).

No marxismo temos a afirmação de que o homem é um ser natural, que sobrevive da natureza, onde a natureza é compreendida não como um mero espaço, mas local onde o homem pode intervir, considerando seus processos criativos, e fazer modificações e construções necessárias para melhorar a sua sobrevivência. A

[...] atividade criadora é a característica principal do ser humano, porém essa atividade vital pressupõe a existência de relações sociais que permitem a sua concretização. Assim, podemos entender que o homem é um ser social e consciente que se objetiva por meio da atividade criadora, *o trabalho* (CEDRO, 2008, p. 20, grifo nosso).

“Um dos pressupostos fundamentais da teoria histórico-cultural, advindo da teoria marxista, é o papel central do *trabalho, atividade humana por excelência*, Nessa perspectiva, *o trabalho é aquilo que fundamentalmente humaniza*” (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010, p.16, grifo nosso).

O processo de trabalho é uma condição própria do ser humano para, ao se relacionar com a natureza, produzir sua existência, independentemente de qualquer forma social determinada. O ser humano utiliza-se do domínio de seu raciocínio para apropriar-se, e, assim, relacionar-se com a natureza criando condições para o seu desenvolvimento (MARX, 1983). O homem

[...] não se satisfazendo apenas com o domínio do necessário, diferencia-se do animal ao assumir uma posição de não indiferença perante a natureza. O homem cria necessidade que têm por objetivo não apenas garantir sua existência biológica, mas, principalmente, sua existência cultural (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010, p. 16).

No que diz respeito aos pressupostos ontológicos e às abordagens dialéticas, temos que o homem é um ser social, ou seja, incluído nas relações sociais. O homem desempenha papel importante nesta sociedade, pois o mesmo é força de trabalho e a mão de obra, um sujeito capaz de transformar a realidade, autor e criador de histórias. Um ser capaz de criar, de assumir seus próprios projetos num contexto histórico-cultural. Podemos acrescentar ainda como sendo o sujeito a quem cabe a transformação da realidade social.

Duarte (2000) indica que o materialismo histórico dialético não se limita a definir a condição de gênero humano, ele busca compreender a essência do que é ser humano. “A essência humana representa as possibilidades criadas no processo de desenvolvimento do gênero humano que aproximam o indivíduo da realização de uma atividade consciente que o torne um ser universal e livre”, ou ainda, “o conceito de essência humana expressa uma direção do processo histórico de humanização em busca da universalização das possibilidades de uma vida humana plena a todos os indivíduos”, em que “esse processo de apropriação da condição humana só é possível por meio da sua atividade vital que é o trabalho” (CEDRO, 2008, p. 20).

Assim, é por meio do trabalho que o homem se constitui homem, que se humaniza, nos processos de criação e transformação da natureza, nas suas interações sociais, mas é também por meio desse que se pode dar o processo de alienação, o afastamento do processo de humanização.

Para Leontiev (1978, p. 130), “a alienação da vida do homem tem por consequência a discordância entre o resultado objetivo da atividade humana e o seu motivo. Dito por outras palavras, o conteúdo objetivo da atividade não concorda com seu conteúdo subjetivo, isto é, com aquilo que ela é para o próprio homem”.

Concordamos com Cedro (2008, p. 20), ao apresentar a ideia de que o trabalho pode tanto contribuir como prejudicar o processo de humanização,

[...] a própria atividade que serve como meio para que o homem se torne humano também serve para distanciá-lo do processo de humanização, isto é, a apropriação da condição humana se apresenta distante da vida da maioria dos indivíduos. Na verdade, o que temos é um processo de ruptura e distanciamento entre a atividade humana, múltipla e universal, e a apropriação da condição humana universal; em outras palavras, temos um processo de alienação. Assim, o trabalho, a atividade vital humana, deixa de ser a atividade mediadora que forma a essência do humano no indivíduo e passa a ser uma atividade que esvazia o ser do homem (CEDRO, 2008, p. 20).

Consideramos que o processo de humanização se dá na relação entre os processos de apropriação das condições humanas e na objetivação, por parte do indivíduo, deste fenômeno. Esse processo só é possível por meio das relações sociais, destacamos que quando essa socialização se realiza sob uma condição dominante, temos um fator de alienação humana. Nesse sentido, é importante que se desprenda da lógica capitalista de produção das coisas, em detrimento da formação dos próprios homens, da construção do conhecimento, e por consequência do processo de humanização.

De acordo com Marx (1983), as mudanças históricas na sociedade e na vida material produzem mudanças na vida humana. Seguindo nessa esteira, na teoria de Vigotski (2009), os processos de movimento e mudanças da sociedade são essenciais, pois transformam a natureza humana e o mecanismo de mudança individual ao longo do desenvolvimento que tem sua origem na sociedade e na cultura. Para esse autor, a ação transformadora do homem promove mudanças frequentes dos elementos culturais, esse se constitui num processo inerente ao movimento do pensamento humano, em que o sujeito é visto como ser de contexto cultural dialético e histórico.

A atividade principal do homem é o trabalho e, segundo Leontiev (2004) uma atividade humana concreta constitui-se dos seguintes componentes: as necessidades e os motivos, os objetivos, as condições e meios de seu alcance, as ações e operações. Esses princípios podem ser observados nos trabalhos de Leontiev (1983), assim, seguindo nossos estudos buscamos entender a teoria da atividade, o que apresentamos no subitem seguinte.

### 1.3.1 A Teoria da Atividade de Leontiev

Consideramos que a atividade é o modo, especificamente humano, pelo qual o homem se relaciona com o mundo. Podemos considerar, ainda que é um processo no qual se reproduz e se transforma, de modo criativo, a natureza, a sociedade e o próprio sujeito, com base na realidade objetiva mediada pela prática. Ao analisarmos a teoria da atividade de Leontiev, percebemos, que segundo esse autor não são os conceitos e sim a atividade real que une o sujeito com a realidade, o que assim determina o desenvolvimento da consciência.

O conceito de atividade em Leontiev (2006, p. 68) é designado como “processos psicológicos caracterizados por aquilo a que o processo, com um todo, se dirige [seu objeto, material ou não material], coincidindo sempre com o objeto que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo”.

Leontiev (1961) defende uma relação dialética nesse processo, a partir da qual o sujeito dirige sua ação para aquilo, ou para um objeto (seja algo externo ou interno) que vai corresponder ao objetivo/motivo de sua atividade. Esse autor ainda entende que na busca do sujeito por essa correlação entre motivo/objeto e objeto existe uma relação de ação recíproca, uma vez que, necessitam-se mutuamente. Assim, temos que a satisfação dessa coincidência resulta na formação de sentido de tal atividade para o sujeito.

Segundo Núñez (2009, p. 64), na teoria da atividade de Leontiev,

[...] existem diferentes tipos de atividades: práticas, gnosiológica, valorativa, como formas de inter-relação do sujeito com o objeto; e comunicativa, como forma de relação entre sujeito-sujeito, entre outros. Esses são tipos de atividades que devem ser desenvolvidas nos alunos durante o processo de aprendizagem.

Seguindo as orientações de Núñez (2009), consideramos três principais tipos de atividades, sendo elas: reprodutora, produtiva e criativa. A primeira, reprodutora, caracteriza-

se pela reprodução ativa dos conhecimentos e experiências acumuladas pela humanidade, pode ser considerada mera memorização. Na produtiva, o conteúdo é assimilado no sentido da transformação do objeto da atividade. A criativa produz novos objetos como produto da própria atividade.

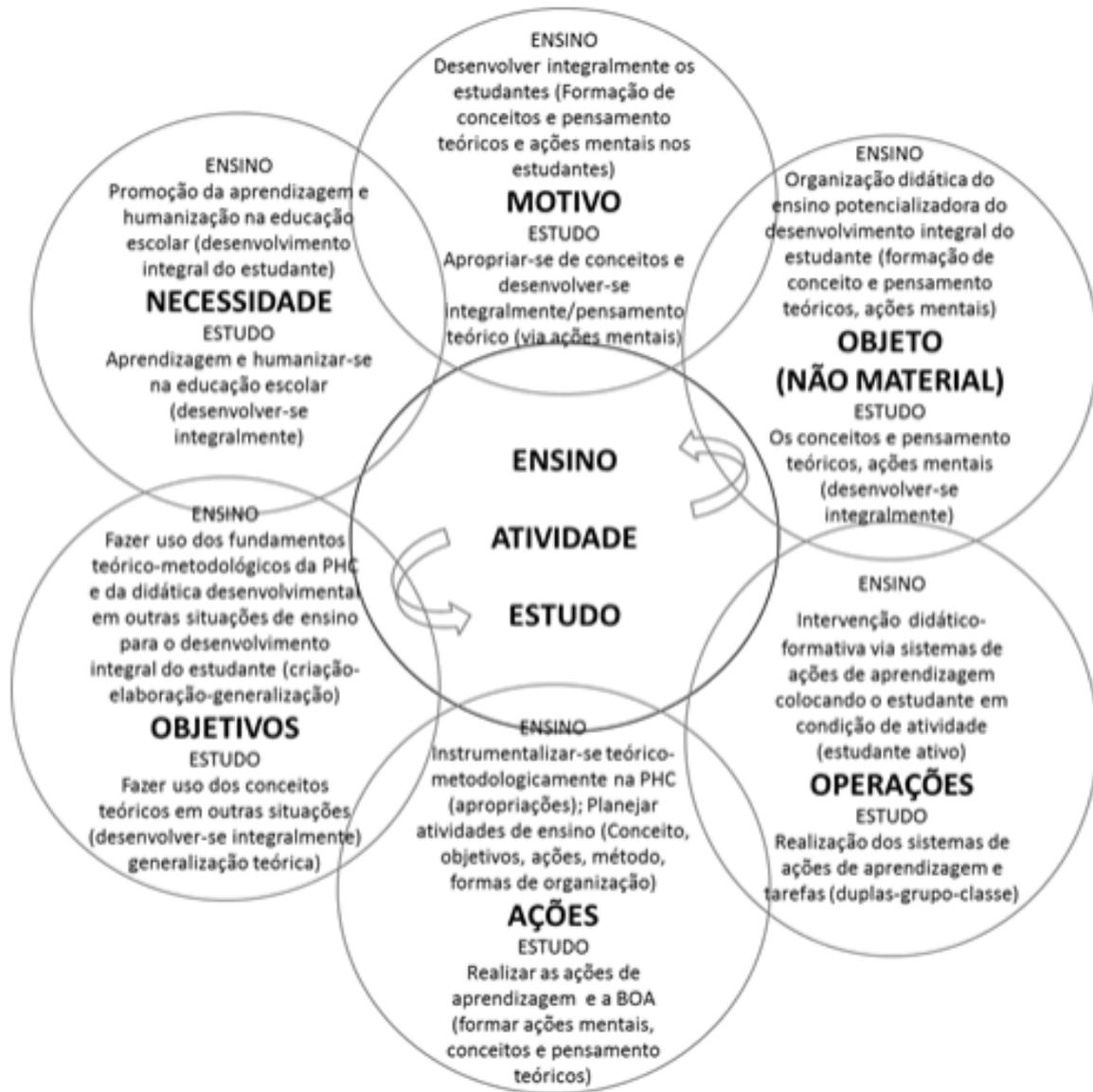
Salientamos que, para Núñez (2009), é importante que estes três tipos de atividades estejam presentes na escola, e que se complementem de forma dialética, segundo os objetivos da atividade definidos pelo professor e as necessidades de aprendizagem dos alunos considerando o conteúdo e o nível de ensino.

A teoria da atividade de Leontiev, considerando sua análise estrutural da aprendizagem, está delimitada: pelo papel do aluno no processo de aprendizagem, seus motivos, suas necessidades, seu desenvolvimento na atividade e suas habilidades para o estudo; pela característica do objeto de estudo; pelos procedimentos a serem utilizados na situação de aprendizagem; pelos recursos de que se dispõe para a realização da atividade; pelos resultados previstos; pela situação ou contexto da escola e do aluno; pelos resultados que foram alcançados, pelo produto da atividade (LEONTIEV, 1978).

Leontiev (1979, p. 276) nos explica que “os elementos (de orientação) constitutivos da estrutura da atividade, objeto, necessidade e motivo, são compreendidos em sua relação indissociável”. Entretanto, nessa estrutura não se realizam sozinhos, sendo que “para se concretizarem precisam dos elementos de execução, ações, operações e objetivos que, se relacionam com os primeiros elementos” (Ibidem, 1979, p. 276).

Considerando os estudos realizados por Franco (2015), sobre a teoria da atividade de Leontiev, temos que a estrutura interna das atividades, representada na figura a seguir, possui necessidades, objetos, objetivos, ações e operações que, se inter-relacionam, mas que precisam ser desenvolvidos pelos sujeitos, de forma consciente.

**Figura 2** – Estrutura da atividade segundo Leontiev (1978)



Fonte: Franco (2015, p. 100).

Segundo Franco (2015, p. 26-27),

[...] a atividade humana externa (teórica) e a interna (prática) possui a mesma estrutura (necessidades, motivos, condições, ações, operações, objeto e objetivos) [...] Segundo Leontiev (1978) esses componentes fazem parte da estrutura interna da Atividade e são compreendidos em seu aspecto dinâmico e sistêmico.

Nesta pesquisa, partimos da suposição de que “uma necessidade cognoscitiva/afetiva concretizada, pode orientar novas ações do estudante na atividade de estudo, no interior da relação ensino-aprendizagem-desenvolvimento, de forma consciente do motivo nos fins” (FRANCO, 2015, p. 88).

Para Leontiev (1978), a atividade humana apresenta três momentos bem definidos: o momento inicial ou de planificação, o momento de execução e o momento de controle. Segundo a teoria da atividade de Leontiev, toda atividade humana possui a seguinte estrutura invariante: um sujeito, um objeto, os motivos, o objetivo, o sistema de operação, a base orientadora da ação, os meios para realizar a ação, as condições de realização e o produto.

Para ser considerada uma atividade, segundo Leontiev (1978), deve existir uma relação dialética em toda estrutura, apresentada acima, em que no desenvolvimento da atividade, podem surgir novas necessidades, que podem desencadear outros motivos. Para Araújo e Moura (2008, p. 6) “ao fazer a atividade, o sujeito se revela e que a qualidade dessas ações depende de sua finalidade, do contexto e das interdependências”.

Observamos que uma característica da atividade humana e, mais especificamente da atividade de estudo, é seu caráter consciente, o qual se orienta a um objetivo definido e conscientizado pelo aluno, sujeito da atividade, de modo a interagir e transformar o objeto e a si mesmo.

Para Leontiev, a educação

[...] é um processo de internalização e de apropriação da cultura produzida historicamente. Para o autor, a escola é uma via importante pela qual a criança experimenta um conjunto de vivências diferentes do contexto do cotidiano, que possibilite se apropriar do conhecimento científico (NÚÑES, 2009, p. 67).

Destacamos que a atividade de estudo tem como objeto a natureza, a sociedade, o homem ou a própria personalidade do sujeito que aprende, ela é considerada uma atividade por se destinar a atender as necessidades do sujeito, sendo assim satisfaz as necessidades cognitivas do aluno. Na teoria da atividade de Leontiev, a ação é um dos componentes principais pelo qual se realiza a atividade.

Podemos ainda complementar que a atividade humana não existe de outra forma que não seja a de ação ou grupo de ações. Podemos considerar ainda que a ação é parte da atividade, mas que ela se diferencia à medida que o objetivo não coincide com os motivos,

pois a ação é orientada a um objetivo. A ação na atividade se realiza via operação, que são: os procedimentos, estratégias e métodos, para a transformação do objeto em produto.

Na atividade de estudo é o aluno quem realiza a ação para atingir algumas transformações em sua personalidade, para assimilar um dado conteúdo – ele é o sujeito da atividade. Destacamos que o

[...] o sujeito da atividade não é um indivíduo isolado, uma vez que ele tem como base as relações sociais que estabelece com os outros. Na aprendizagem, quando se forma atividades, valores, como consequência da própria atividade cognitiva do aluno com o objeto da aprendizagem, *o aluno não é só sujeito, mas também objeto da atividade* (NÚÑES, 2009, p. 76, grifo nosso).

Salientamos o fato de que o sujeito da atividade é entendido aqui, considerando o materialismo-dialético, como um ser social, que se encontra incluído nas relações sociais. Entendemos que o sujeito é capaz de transformar a realidade, sendo autor e criador, tendo papel fundamental na transformação da sociedade, mas também é objeto na medida em que também é transformado “na” e “pela” atividade.

Uma das características básicas da atividade é seu caráter objetal, o objeto é condição necessária para que se obtenha um produto determinado, sendo o objeto o fator determinante para diferenciação entre uma atividade e outra.

Núñez (2009, p. 79) destaca que

[...] no caso da atividade de estudo, refere-se aos conteúdos e qualidades da personalidade que a escola deve mobilizar nos alunos durante processo educativo. A aprendizagem como atividade humana tem uma peculiaridade em relação a outras atividades: não só são transformados os objetos materiais inanimados como também se modifica o aluno nas interações que estabelece com os outros.

Outro fator importante para a realização de uma atividade é o motivo, os mesmos devem existir no sujeito, pois não há ação se não houver motivos ou necessidades (FRANCO, 2015). De forma simples poderíamos dizer que não há atividade se não há motivo, o conceito de atividade está relacionado à motivação. A motivação deve estar presente em todos os momentos da atividade de estudo.

É importante que o professor se atente à motivação dos sujeitos da atividade, de forma a possibilitar uma ação consciente dos objetivos esperados. Nesse sentido, podemos dizer que o que caracteriza a verdadeira atividade é a coincidência entre seu objetivo e seu motivo, ou

seja, a correspondência entre necessidade e objetivos da atividade, resultando assim no produto desejado, pois o objetivo é a representação imaginária dos resultados possíveis a serem alcançados. Assim,

[...] uma ação se converte em atividade quando o objetivo e o motivo coincidem, possibilitando o desenvolvimento de habilidades e capacidades relacionadas com determinados conhecimentos. Quando não coincidem, o ensino e a aprendizagem são ações, e não atividades (NÚÑES, 2009, p. 82).

Consideramos que na atividade de estudo é importante deixar claro para o aluno os objetivos de aprendizagem, para que ele tenha clareza para determinar suas ações, possibilitando uma atividade consciente, na qual está presente a autorregulação da aprendizagem. Assim, o conteúdo da Base Orientadora da Atividade (BOA) marca a estrutura das ações para se atingir os objetivos. A BOA constitui-se para o sujeito, a visualização do produto final, considerando os procedimentos, os meios e as condições exigidas na ação.

Ao nos referirmos a produto, consideramos os resultados a serem obtidos, a transformação do objeto por meio das ações, podendo ser ele coincidente ou não com os objetivos da atividade. Na situação de coincidência, temos um caso ideal. Considerando a atividade de estudo temos como produto, os conteúdos assimilados, as novas formas de agir, as atitudes e valores formados, sendo estes relacionados às intencionalidades educativas.

### 1.3.2 A Atividade de Estudo de Davidov

A concepção de atividade de estudo de Davidov está também relacionada à psicologia soviética, cujo processo de estudo se baseia nas teses marxistas, considerando a condicionante histórico-social do desenvolvimento psíquico das crianças.

Davidov (1987) destaca que a atividade, em particular a atividade de estudo, não tem um fim em si, sendo condição indispensável para o desenvolvimento intelectual e moral das crianças, da sua esfera intelectual e motivacional.

Destacamos a relação dialética da atividade de ensino e a atividade de estudo, em que o professor está envolvido na atividade de ensino, com o objetivo de ensinar o conteúdo selecionado, enquanto o aluno, na atividade de estudo, tem o objetivo de aprender os conceitos presentes nesse conteúdo (DAVIDOV, 1988).

Ambas as atividades utilizam estrutura similar a da atividade proposta por Leontiev (1987), no desenvolvimento desta sessão apresentamos os elementos que compõem a atividade de estudo, por consequência a atividade de ensino.

Na atividade de estudo, espera-se uma transformação do próprio sujeito atuante e não a transformação do objeto com que o sujeito atua (DAVIDOV, 1987). E, segundo Franco (2015, p. 24), “o objetivo-fim da atividade de ensino é o desenvolvimento integral do estudante”.

A ideia de atividade de estudo utiliza uma série de conceitos comuns a toda a psicologia evolutiva e pedagógica soviética. A atividade de estudo, como qualquer atividade humana, possui algumas estruturas, o que diferencia uma atividade de estudo é que

[...] em primeiro lugar, ela contém todos os componentes enumerados do conceito geral de atividade. Em segundo lugar, estes componentes têm um conteúdo de objeto específico, que os distingue de qualquer outra atividade [...] Em terceiro, na atividade de estudo é obrigatório que haja o princípio criativo ou transformador. (DAVIDOV, 1999, p. 2).

Destacamos os estudos de Davidov (1988) ao apontar que a formação do pensamento teórico dos alunos acontece durante a realização da atividade de estudo. Uma de suas hipóteses fundamental foi supor que os alunos de menor idade formam as bases da consciência e do pensamento teórico durante a assimilação dos conhecimentos e atitudes no processo da atividade de estudo.

A verificação desta hipótese ressalta a grande importância que tem a atividade de estudo na idade escolar inicial. Neste sentido, consideramos indispensável organizar os conteúdos das disciplinas escolares em correspondência com as particularidades da estrutura da atividade de estudo.

Ressaltamos que o aluno só assimila sob uma atividade de estudo, quando ele tem necessidades e motivações interiores, pois sem esta motivação não há ação efetiva. Podemos dizer que a necessidade educacional do aluno é a necessidade de experimentar um dado material, com intuito de investigar sua essência (DAVIDOV, 1999). Assim,

[...] a demanda da criança por ensinamento é exatamente a aspiração de obter conhecimento sobre o geral no objeto, ou seja, conhecimentos teóricos sobre alguma coisa por meio da experimentação com o objeto. Nesta transformação do objeto está forçosamente latente o elemento criativo, o caráter educativo-atuante constituidor da aprendizagem daqueles conhecimentos, que se referem ao objeto da experimentação. Lá onde o mestre cria sistematicamente na sala de aula as condições que exijam dos

alunos a obtenção de conhecimentos sobre o objeto por meio da experimentação com este, é onde as crianças deparam com as tarefas que exigem deles a realização da atividade de estudo (DAVIDOV, 1999, p.2).

Segundo Davidov (1987), a organização de uma atividade de estudo começa com a delimitação do conteúdo, do conhecimento científico a ser trabalhado, depois o professor, com o objetivo de ensinar cria situações que gerem a necessidade dos alunos de aprender, que deveria ser o objetivo dos alunos ao realizar uma atividade.

Quando isso ocorre, o aluno é motivado a realizar a atividade, realizando assim a atividade de estudo. Sem a necessidade não é possível ter uma ação correspondente, deste modo não haverá a realização de uma atividade de estudo. Assim, como destaca Davidov (1999), se o aluno não tem a necessidade, a motivação, ele pode estudar e aprender diversos conhecimentos, mas não haverá a possibilidade de realizar a transformação criativa do material estudado.

Após a formação da necessidade pelos alunos, o segundo passo para realização da atividade de estudo é a problemática, a tarefa de estudo. Segundo Davidov (1987), a unidade fundamental da atividade de estudo é a tarefa de estudo, a principal diferença entre a tarefa de estudo e as demais tarefas, consiste em sua finalidade – seu resultado é a transformação do próprio sujeito atuante e não a transformação do objeto com que o sujeito atua.

Para Davidov & Márkova (1987, p. 324),

[...] a tarefa é a unidade fundamental (célula) da atividade de estudo e está estritamente ligada à generalização teórica. É por meio desse tipo de tarefa que o estudante domina as relações gerais da área de conhecimento estudada, que aprende o modo de proceder para a identificação dos princípios, das ideias chave, das características essenciais do conceito. Portanto, difere substancialmente das tarefas que os estudantes se deparam na educação escolar, geralmente usadas como exercícios repetitivos destituídos de significado e sentido.

Assim, a atividade de estudo trata-se de uma atividade de autotransformação, e isto consiste em sua principal particularidade. Na especificidade do objeto de estudo,

[...] as regularidades são reveladoras dos movimentos internos na estrutura psicológica da atividade da professora e dos estudantes (necessidades, motivo, objeto, ações, condições, objetivo). Nos movimentos internos desses elementos, identificam-se as mudanças, os limites, as permanências, os nexos; enfim, o seu desenvolvimento real (FRANCO, 2015, p. 47).

Nesta pesquisa consideramos os nexos conceituais, segundo Sousa (2004, p. 53), que os define “como elo entre as formas de pensar o conceito, que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens do conceito”. E ainda afirma que “a conexão entre os nexos conceituais da álgebra: fluência, campo de variação e variável formam o conceito de álgebra (Ibidem, 2004, p. 53)”.

A tarefa de estudo coloca os alunos em busca de uma solução, exigindo deles a experimentação para a assimilação. Este momento se dá mediante a transformação dialética de objeto e sujeito.

Para Franco (2015), as tarefas desse tipo, ajudam o estudante a dominar o modo geral de ação com aquele determinado conceito, a fim de resolver um problema de aprendizagem. Por isso, Davidov (1980, p. 91) afirma que, tais “tarefas ou situações de estudo, necessariamente, precisam exigir dos estudantes determinadas ações de estudo que os façam analisar as relações e os nexos existentes no conceito”.

Davidov (1987) afirma que, no processo da atividade objetual, a criança se converte no sujeito, vai sendo capaz de assumir a atividade, mediante interação com o objeto, ela mesma e os outros sujeitos da ação.

A partir desse tipo de análise nas atividades de ensino e estudo vemos a possibilidade de estabelecer relações intercambiáveis entre os seus componentes estruturais, de modo a abarcar o tratamento do objeto em sua unidade mediante todos os aspectos que os envolvem: sujeito-objeto; interno-externo; objetivo-subjetivo; teórico-prático. Na constituição de motivos decorrentes da atividade humana, todos esses aspectos são singulares, mas não podem ser vistos como excludentes, pois estão contidos um no outro (FRANCO, 2015, p. 41).

Outro fator importante para realização de uma atividade de estudo é a apresentação aos alunos de uma meta a ser alcançada, um objetivo. Há ainda de se considerar ações de controle e avaliação, sendo que estas ações possibilitam tanto uma execução correta das ações de estudo, quanto à determinação ou não da sua real assimilação da tarefa estudada.

Portanto, como destaca Davidov (1987), a estrutura da atividade de estudo, inclui os seguintes componentes: a tarefa de estudo; as ações de estudo; e as ações de controle e avaliação.

O primeiro componente, a compreensão da tarefa de estudo pelos alunos, está relacionada à motivação dos estudantes e com a transformação da criança em sujeito da atividade. O segundo componente está relacionado à realização pelos estudantes das ações de

estudo, e o terceiro componente à realização das ações de controle e de avaliação pelos alunos. Na atividade de estudo dos estudantes, é importante que haja interrelação entre todos os seus componentes. Caso contrário, a atividade pode vir a se desenvolver de forma parcial, não possibilitando a assimilação.

Davidov (1988), ao se referir à ação de estudo, aponta que o cumprimento das ações de estudo pelas crianças pressupõe a presença de reflexão, de análise e de planejamento substancial. Também segundo ele, quando a criança domina o esquema principal dos procedimentos gerais da atividade objetiva, sendo o mesmo indispensável para solucionar a tarefa de estudo, aparecem as ações de controle, cuja principal função é assegurar que este procedimento tenha todas as operações indispensáveis para que este aluno resolva de forma exitosa, uma diversidade de tarefas concretas particulares.

Assim, considerando as contribuições de Davidov (1999), podemos dizer que para elaboração de uma atividade de ensino, consideramos os elementos que compõem uma atividade de estudo, que são: o objeto de estudo; os sujeitos; o objetivo; a necessidade; o motivo; a tarefa de estudo; a ação de estudo; a operação; a ação de controle; e a avaliação, que diferencia a atividade de estudo das demais atividades. Pelo exposto, tais componentes não se encontram dissociados entre si.

Para que um e outro se efetive e opere a transformação no estudante, torna-se relevante a orientação do professor. O estudante precisa estar orientado para adquirir essa autonomia. Assim, ao apropriar-se dos modos generalizados de ação com conceitos científicos, terá condições de identificar o que constitui o conceito como tal, ou seja, sua essência definidora. A nosso ver, mesmo sendo um processo do estudante (uma atividade) não prescinde de interações, seja do professor e/ou de colegas mais experientes, mediadas por instrumentos e procedimentos que os auxiliem na apreensão do modo geral de ação referente ao conceito. Quando o professor organiza didaticamente a sua atividade de ensino, não pode se eximir da função de orientar o processo da formação desse tipo de atividade de estudo (FRANCO, 2015, p. 102).

Considerando os estudos de Puentes (2013) sobre o enfoque do ensino e da didática desenvolvimental, podemos estabelecer uma interdependência entre a atividade de ensino e de atividade de estudo e o desenvolvimento. No enfoque do ensino desenvolvimental, a tarefa cumpre outra função.

Segundo Franco (2015, p. 103), “as situações ou tarefas de estudo colocam o estudante em uma condição de análise das relações e propriedades dos conceitos, a partir da

identificação das suas características essenciais, dos atributos que não se percebem de modo direto”.

Fazendo uma associação com os estudos de Aquino (2013), percebemos que o procedimento de intervenção didático-formativo estrutura-se e desenvolve-se tomando essas atividades em sua unidade dialética. “As atividades dos sujeitos geram necessidades coletivas, direcionadas a objetivos e metas que podem satisfazer a ambos, professor e estudantes e, por isso, esse processo precisa se tornar consciente no âmbito dessa relação” (FRANCO, 2015, p. 105).

A idade escolar inicial se caracteriza pela introdução dos alunos na atividade de estudo, tem início no domínio de suas partes e componentes. Já em uma idade média escolar, os alunos já têm domínio de sua estrutura geral, inicia seu caráter voluntário, o aluno já utiliza essa atividade como meio para organizar as inter-relações sociais com outros estudantes.

E a idade escolar avançada caracteriza-se por utilizar a atividade de estudo como meio para orientação e preparação profissional, o aluno domina a atividade de estudo autônoma, atividades cognoscitivas e investigativas criativas (LIBÂNEO; FREITAS, 2013). Assim, entendemos que o âmbito educacional pode se constituir em um campo de possibilidades para intervir na formação humana dos sujeitos, em condição de atividade de estudo, no sentido atribuído por Davidov (1988).

Considerando o objetivo desta pesquisa que é analisar as potencialidades da atividade de estudo para o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica dos alunos do 9º ano do ensino fundamental, atentamos também para a compreensão dos adolescentes, sujeitos participantes desta pesquisa, sua formação, desenvolvimento, relações e atividades na perspectiva da teoria histórico-cultural, assunto que abordamos na próxima sessão.

#### **1.4 Formação, Desenvolvimento, Relações e Atividade: a adolescência na Teoria Histórico-Cultural**

Considerar o desenvolvimento humano, é considerar os

[...] diferentes períodos pelos quais o indivíduo passa no seu desenvolvimento psíquico. Se for verdade que a ordem consecutiva na aquisição da experiência social leva a uma ordem de sucessão no desenvolvimento psíquico do indivíduo, os períodos desse desenvolvimento não estão determinados por fatores biológicos tal como concebido pela

psicologia cognitivista de Piaget e seus seguidores, e sim por premissas históricas, sociais e culturais (PUENTES, 2013, p. 179).

O desenvolvimento humano inicia-se quando o sujeito é inserido em sociedade; esse ser humano passa por diferentes fases com características distintas e um dos principais estudiosos dessas fases é Zaporozhets. Destacamos também os trabalhos de Vigotski, Leontiev, Elkonin e Davidov, todos representantes da teoria histórico-cultural, que em seus estudos

[...] trabalharam na elaboração das bases de uma nova periodização do desenvolvimento humano, cujas teses fundamentais se sustentam no fato de que o desenvolvimento do indivíduo acontece ao longo da vida, passando por uma série de períodos determinados pela idade psíquica e não pela biológica ou física (PUENTES, 2013, p. 179).

Ao longo do tempo, o sujeito se forma transformando-se, segundo as influências sociais e culturais. Neste sentido, destacamos o trabalho de Puentes (2013, p. 175), que ressalta que

[...] de acordo com Petrovski (1980), a psicologia do desenvolvimento centra seu foco de análise nas particularidades dos processos psíquicos nas diferentes idades, nas possibilidades de assimilação dos conhecimentos, nos fatores que determinam o desenvolvimento da personalidade.

A adolescência é uma fase em que ocorre o processo de construção de personalidade na qual o indivíduo procura compreender a realidade, compreender os outros e compreender a si mesmo desenvolvendo a sua consciência pessoal e social, aprofundando a sua formação, sofrendo mudanças de seus valores e capacidades. Segundo Dragunova (1980, p. 120),

[...] por uma parte, no adolescente coexistem traços de *infantilidade* e de *adulter* (tendência a considerar-se adulto), e, por outra, que em adolescentes da mesma idade cronológica existem diferenças essenciais nos níveis de desenvolvimento dos distintos aspectos da idade adulta. Isto está vinculado ao fato de que em circunstâncias da vida dos estudantes modernos, há fatores de dois tipos: 1) que atrasam o desenvolvimento dos traços adultos (dedicação das crianças somente ao estudo, com exclusão, na maioria dos casos, de outras obrigações permanentes e importantes, tendência de muitos pais a liberar os filhos do trabalho cotidiano, de preocupações e aflições, a protegê-los em tudo); 2) fatores que acentuam os traços adultos (uma enorme torrente de informações, a aceleração do desenvolvimento físico e do amadurecimento sexual, ocupações extras de muitos pais, e como possível consequência disso, uma precoce independência dos filhos) (grifo do autor).

Apesar de o adolescente manifestar tendência de ser e considerar-se como adulto, não quer pertencer e ser tratado como criança, de fato, lhe falta a sensação autêntica e efetiva de adulto, ainda que tenda de fato para isso, necessita que os demais o reconheçam como tal. Por essa razão, acentuam-se as relações conflituosas entre professores/estudantes/pais (DRAGUNOVA, 1980).

Considerando a análise dos dados de pesquisas realizadas por Zaporozhets (1961), baseadas em experiências pedagógicas, que tinham como suporte a psicologia histórico-cultural, esse pesquisador estipulou

[...] uma periodização do desenvolvimento da criança *baseada em seis etapas fundamentais*: a) a primeira infância (desde o nascimento até um 1 ano); b) a idade anterior à pré-escolar (de 1 a 3 anos); c) a idade pré-escolar (dos 3 aos 7 anos); d) a idade escolar primária (dos 7 aos 10-11 anos); e) a idade escolar média ou adolescência (dos 11os 14-15 anos); f) da idade escolar preparatória ou primeira juventude (dos 14-15 aos 17-18 anos) (PUENTES, 2013, p. 181-182, grifo nosso).

Essa periodização difere muito pouco de outras periodizações elaboradas por autores russos, como aquela de *seis etapas* que estabeleceu A. N. Leontiev (1964): 1) etapa da infância – até um ano; 2) etapa idade anterior à pré-escolar – de 1 a 3 anos; 3) etapa da idade pré-escolar – de 3 a 6 anos; 4) etapa da idade escolar inicial – de 7 a 10 anos; 5) *etapa da idade escolar média – de 11 a 14 anos*; 6) *a etapa da adolescência – de 14 a 17 anos*; ou aquela outra que reproduz Davidov (1988) e cujo esquema geral foi elaborado por Vygotsky, o próprio Leontiev e Elkonin: 1) a comunicação emocional direta – até um 1 ano; 2) a atividade objetual manipuladora – de 1 a 3 anos; 3) a atividade de brincadeira – de 3 a 6 anos; 4) a atividade de estudo – de 6 a 10; 5) *a atividade socialmente útil – de 10 a 15 anos*; 6) *atividade de estudo e profissional – de 15 a 17 ou 18 anos* (Ibidem, 2013, p. 182, grifo nosso).

Na perspectiva histórico-cultural, a natureza do desenvolvimento é cultural, e cultura, segundo Vigotski (2009), é produto da vida social e da atividade social do ser humano. Desta forma, os processos de desenvolvimento e aprendizagem se transformam na medida em que a sociedade também se transforma.

Paralelamente às condições histórico-culturais, “o que o aluno pode aprender em determinado momento da escolaridade depende das possibilidades delineadas pelas formas de pensamento de que dispõe naquela fase de desenvolvimento, dos conhecimentos que já construiu anteriormente e do ensino que recebe” (BRASIL, 1997, p. 37).

Partindo do pressuposto de Vigotski que considera que cada idade psicológica se baseia na situação social do desenvolvimento, acredita-se que aprendizagem é um salto para o

seu desenvolvimento. A passagem e a duração da adolescência variam significativamente dependendo do nível do desenvolvimento social, portanto, o desenvolvimento mental e a sua situação social são características essenciais do momento histórico em que ele está imerso.

Deste modo, tendo como suporte as contribuições da teoria histórico-cultural, podemos considerar que

[...] crianças com idades diferentes apresentam diferenças não só na quantidade de conhecimentos e habilidades, no tempo que levam para fixar na memória determinadas informações e para compreendê-las ou na fixação da atenção sobre um número maior de objetos, mas e, sobretudo, na quantidade profunda desses aspectos. De modo que as particularidades psicológicas da idade se dão, de modo geral, como uma regularidade. Ao mesmo tempo, crianças com idades iguais podem adquirir características psicológicas diferentes, segundo as condições histórico-sociais concretas em que vivem e são educadas (PUENTES, 2013, p. 181).

Considerando essa observação, podemos ponderar sobre a comparação entre diferentes adolescentes, os que se encontram integrados ao ambiente escolar e os que não tiveram oportunidade de frequentar esse espaço.

Esses alunos, quando nos seus respectivos contextos fora da escola, não são possuidores das mesmas experiências com objetos de conhecimentos apresentados no ambiente escolar, o que influencia todo o processo de como o aluno irá atribuir significação aos objetos neste ambiente, ou seja, o ritmo de aprendizagem varia de aluno para aluno. Assim sendo, a escola precisa incorporar essa diversidade de modo a garantir respeito aos alunos e a criar condições para que possam avançar no seu aprendizado (BRASIL, 1998).

A escola é um local de socialização dos conhecimentos, o processo de desenvolvimento humano é social. Nesse sentido destacamos que

[...] a teoria histórico-cultural estabeleceu a tese fundamental sobre o caráter social e racional da natureza humana. Segundo Vigotski (1956), o desenvolvimento da psique no indivíduo é de natureza social e tem lugar por intermédio do processo de interiorização, de transformação do intersíquico (atividade coletiva) em intrapsíquico (atividades individuais) (PUENTES, 2013, p. 177).

Nesse sentido, tomando como referência as capacidades a serem desenvolvidas no processo educacional, a formação almejada e os aspectos desenvolvimentais do aluno, com a finalidade de subsidiar o processo ensino-aprendizagem considera-se que a organização do ensino colabora para a superação dos problemas do desenvolvimento escolar, uma vez que

“permite compensar a pressão do tempo que é inerente à instituição escolar, tornando possível distribuir os conteúdos de forma mais adequada à natureza do processo de aprendizagem” (BRASIL, 1998, p.42). Franco (2015) salienta que

[...] tudo isso implica na produção e criação de novas relações no ensino e estudo, tendo em vista à superação da condição de mera reprodução para a condição de produção de si mesmo e do mundo. Claro, se constituídas em condição de atividade. Em consonância com o aporte teórico-metodológico [...] para que os sentidos possam se objetivar nas significações há de se estabelecer outra relação qualitativamente nova, onde motivo-objetivo-objeto (conteúdo não material) das ações de estudar e ensinar, nessas atividades, não estejam ou sejam estranhas umas às outras. Ao contrário, que possam se constituir de maneira inter-relacionada e de forma consciente do que cabe a cada um dos sujeitos no processo (FRANCO, 2015, p. 31).

Ressaltamos ainda que “os trabalhos de Zaporozhets são de extremo valor no contexto da organização da prática pedagógica do professor em sala de aula e da escola de um modo geral” (PUENTES, 2013, p. 176), as principais contribuições estão nos períodos de desenvolvimento psíquico e seus efeitos na educação, em que é levado em consideração,

[...] o entendimento da organização didática dos processos de ensino-aprendizagem, à luz das leis que regem o desenvolvimento humano. Para a didática, para o professor e para os processos pedagógicos, a compreensão que a psicologia aporta em relação às condições nas quais tem lugar o desenvolvimento humano [...] é fundamental para se pensar os modos de se ensinar, pois, em última análise, a maneira como certos conteúdos são ensinados deve estar determinadas pelas leis que regem o desenvolvimento do indivíduo (PUENTES, 2013, p. 176).

A organização curricular do ensino está diretamente relacionada às questões do desenvolvimento dos alunos, quando organizada segundo uma atividade de ensino, pois considera as necessidades, os motivos e as ações dos estudantes, o que pode possibilitar o desenvolvimento do sujeito, a assimilação de conceitos científicos. Deste modo, poderíamos dizer que a atividade de ensino teria atingido seu objetivo (DAVIDOV, 1987).

Consideramos que é importante, ainda, ressaltar que a forma de apresentação do conhecimento fica menos fragmentada possibilitando ajustamentos necessários para melhor apreensão de saberes por parte dos alunos.

Segundo Zaporozhets, a organização didática dos processos de ensino-aprendizagem deve levar em consideração essa periodização. Em primeiro lugar, porque compreende que cada período da ontogênese do homem exige um tipo específico de orientação pedagógica. Em segundo, porque considera

não ser possível pular períodos deixando de lado etapas intermediárias, pois em cada grau de desenvolvimento, as ações de influência pedagógica sobre a criança devem estar em consonância com as particularidades da idade própria deste grau [...] Em terceiro lugar, porque estabelece que a missão dos professores seja a de acelerar o desenvolvimento psíquico das crianças e facilitar o desenvolvimento do novo (PUENTES, 2013, p. 182).

Em qualquer processo de formação é necessário conhecer a característica dos sujeitos envolvidos, considerando as diferentes fases de desenvolvimento, como a infância e adolescência, pois a aprendizagem é um processo evolutivo (Zaporozhets, 1961). Neste sentido, é importante perceber o aprendizado, a interação, o desenvolvimento e a transição de um nível de desenvolvimento para outro.

Nos anos finais do ensino fundamental, a prática pedagógica é organizada para alcançar resultados junto a um público específico, os adolescentes. A adolescência é caracterizada como uma fase em que ocorre a transição da fase infantil para a puberdade. Neste período, observamos mudanças importantes com relação ao organismo, à sexualidade e à relação social (LAZARETTI, 2013).

Para Leontiev (1978), a atividade dominante é aquela sob a qual aparecem e no interior da qual se diferenciam tipos novos de atividade. Entendemos, a partir disso, que é aquela que potencializa o desenvolvimento.

“Cada estágio do desenvolvimento da psique refere-se à relação estabelecida do sujeito com a realidade, enfim, com o tipo de atividade dominante para ele no período” (FRANCO, 2015, p. 96).

Assim, atividade dominante, definida por Leontiev (1978, p. 310), é aquela que “exerce forças motoras psíquicas e não aquela na qual o sujeito fica envolvido na maior parte do tempo”. Conforme explica o próprio autor, para que uma atividade seja considerada dominante ela depende de três características essenciais:

Primeiramente, é aquela sob a forma da qual aparecem e no interior da qual se diferenciam tipos novos de atividade [...] Segundo, a atividade dominante é aquela na qual se formam ou se reorganizam os seus processos psíquicos particulares [...] Terceiro, a atividade dominante é aquela de que depende o mais estreitamente as mudanças psicológicas fundamentais da personalidade da criança observadas numa dada etapa do seu desenvolvimento (LEONTIEV, 1978, p. 311).

Segundo esse enfoque, “a cada etapa da vida psíquica surge uma contradição interna causada pela mudança de lugar no sistema de relações sociais e pela mudança do conteúdo da atividade essencial nesse período” (FRANCO, 2015, p. 96).

“É necessário frisar que a atividade de estudo, que é a atividade dominante no período escolar primário, não se resume a assimilação de conhecimentos – a atividade de estudo não é sinônimo de assimilação de conhecimentos” (LAZARETTI, 2013, p. 219).

O estudo deveria ser a atividade fundamental na vida do adolescente e, nesta fase, ocorrem mudanças significativas no domínio de sua estrutura psíquica, na formação do caráter voluntário e na tomada de consciência das especificidades do jovem frente ao estudo, inclusive, com a utilização deste como meio de organizar as interações sociais com os pares.

Os adolescentes apresentam um desenvolvimento significativo neste período, pois passam a ser capazes de ampliar suas referências conceituais sobre os diferentes saberes escolares advindos do estudo da realidade natural e social.

A escola é o lugar onde o adolescente desenvolve sua atenção, memória, seu pensamento e outros processos cognitivos, e a formação da sua personalidade. Nesse sentido, sua racionalidade deve estar preparada para a compreensão e assimilação crítica da teoria (científica e filosófica), de tal forma que a mesma possa ser materializada linguisticamente em discursos teóricos (conhecimento técnico-científico) e em discursos práticos (argumentação social para elaboração de normas reguladoras de ações sociais nos mundos do lazer e do trabalho, constituídas democrática e solidariamente, sem preconceitos de gênero, sexualidade, raça, etnia e condição geracional).

Nessa fase ocorrem mudanças significativas na sua capacidade de pensamento abstrato, com a formação de um pensamento ativo, independente e criativo. Segundo Bernardes (2012, p. 55), “o pensamento do adolescente assume dimensões mais amplas, sendo possível a caracterização do pensamento abstrato, conforme afirma Vigotski”.

Ainda nesta linha, dos estudos de Vigotski, Bernardes, ressaltamos Facci (2004, p.71) que considera que neste período “o pensamento do jovem converte-se em convicção íntima, em orientações dos seus interesses, em normas de conduta, em sentido ético, em desejos e seus propósitos”.

Partindo das hipóteses de Vigotski (1996), Elkonin e colegas evidenciaram que o período da adolescência constitui-se de intenso desenvolvimento intelectual e das funções psicológicas superiores, sob a base das relações humanas e de trabalho, e influenciam diretamente na formação da personalidade (LAZARETTI, 2013, p. 219).

Deste modo, o jovem avança em seu desenvolvimento intelectual e já consegue pensar conceitualmente, o que lhe favorece a percepção da realidade, sua compreensão dos outros e de si mesmo. Há o desenvolvimento do pensamento abstrato e o conteúdo do pensamento do adolescente passa a constituir-se em normas próprias de conduta, orientadora de desejos e propósitos. Assim, amplia-se a consciência social e a assimilação das várias dimensões da cultura (FACCI, 2004).

Para esse autor, além do estudo, a comunicação íntima pessoal surge como outra atividade principal, ocorrendo uma transformação na posição do jovem em relação ao seu meio social e ao próprio corpo. Neste sentido, na relação com o grupo de pares, o adolescente busca um posicionamento pessoal diante das questões que a realidade impõe à sua vida, sendo que as suas interações são mediatizadas por normas morais e éticas que configuram as regras do grupo.

A comunicação pessoal com os seus pares é deveras importante para o adolescente, uma vez que, por meio dela, ele forma as suas convicções sobre o mundo, o futuro e as relações sociais, além de estabelecer sentido pessoal para a vida.

Destacamos que o desenvolvimento dos alunos está relacionado à condição de que

[...] no decorrer da idade escolar, a criança, transita da infância à adolescência e há a predominância nas relações sociais, o que não significa que a atividade de estudo desapareça nesse novo período, apenas torna-se secundária e submete-se a anseios mais amplos aos interesses sociais (LAZARETTI, 2013, p. 219).

Neste período além das modificações psíquicas e sociais, temos também mudanças biológicas ocorrendo, que assim como Vigotski (2009) defende, são fatores que não devem ser desconsiderados. O processo educativo não pode ignorar a idade que o aluno possui, as alterações que ocorrem na adolescência como a transformação do corpo, o despertar pelo interesse sexual e a consolidação da estrutura psíquica onde não há o equilíbrio entre o pensamento e o sentimento.

O processo de desenvolvimento do adolescente está associado a questões de maturação física e à experiência de aquisição, ou seja, à aprendizagem. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) a partir dos 11 anos aproximadamente, temos o início do período da puberdade, que opera a passagem da infância à adolescência. Essas mudanças podem ou não ser acompanhadas por problemas comportamentais, pois esses

dependem de fatores socioculturais. As transformações que ocorrem no corpo do aluno são acompanhadas por transformações psíquicas (LAZARETTI, 2013).

Para Dominguez (1990), na adolescência algumas transformações fisiológicas ocorrem, como o aumento da estatura e a posse da função reprodutora. O jovem expressa seus sentimentos com todo o corpo e, muitas vezes, é desengonçado. Tais mudanças incitam no jovem a necessidade de se apropriar novamente do corpo que já não conhece mais. Há uma grande sensibilidade à imagem corporal, sendo necessário reorganizar o esquema corporal como condição para a construção da pessoa.

A reorganização do esquema corporal provoca no jovem o retorno do pensamento para si mesmo, e as funções afetivas voltam a predominar. Há ambivalência de atitudes e sentimentos, desejo de posse do outro e ao mesmo tempo de sacrifício e idealização do amor. No comportamento, verificam-se as reações de vaidade, mesclada com sentimentos de timidez e vergonha. Surgem as necessidades de conquistas, aventuras, independência e de união a outros jovens com os mesmos ideais, o que pode ser satisfeito por ações imaginárias ou ideais.

A adolescência, segundo Dominguez (1990), é caracterizada por alterações biológicas significativas que afetam o desenvolvimento psicológico do adolescente e essas alterações estão relacionadas com a imagem corporal e a valorização que o sujeito recebe, com a comunicação e seus relacionamentos com adultos e colegas.

Então, essas mudanças psicológicas na adolescência estão relacionadas aos processos biológicos da puberdade e o adolescente se sente desconectado com a família e com as normas da sociedade.

Ao estudar sobre a atividade dominante na adolescência – atividade de comunicação íntima pessoal – Elkonin (1987) aponta algumas dificuldades. Entre elas a justificativa de que como não ocorrem, explicitamente, alterações nas condições de vida e da atividade principal, a causa da passagem para a adolescência foi fundamentada nas mudanças que ocorrem no próprio organismo, especialmente na maturação sexual (LAZARETTI, 2013, p. 219).

Existem muitas características que são identificadas nessa fase como a dificuldade em relacionar com os adultos, notam-se os conflitos gerados em família e na escola. Surge também a característica de autoconfiança, ele se considera dono de si, começa a se sentir um adulto. Segundo Elkonin, com a chegada da adolescência, ocorre a presença de uma nova

atividade principal, a comunicação íntima pessoal, caracterizada por reproduzir entre os colegas as relações estabelecidas entre os adultos (LAZARETTI, 2013).

Para Dominguez (1990), as condições socioculturais do jovem influenciam em suas escolhas. Grupos são formados de modo a promover a oposição ao outro – aos adultos do seu meio (visando o confronto de representações, leis, hábitos e controles, e não à pessoa do adulto em si). Ao mesmo tempo em que existe essa necessidade de oposição ao adulto, há dependência (pois o jovem carece de orientações em suas escolhas).

Observa-se que a oposição ao adulto é feita por meio de argumentos intelectuais e, em suas relações afetivas, há exigências racionais. Ele anseia por participar em seu meio social, demonstrando a sua singularidade e há interesse por si mesmo e pelos seus pares. Nesse sentido, ele busca no grupo, tanto elementos de diferenciação como de identificação, importantes para que constitua sua personalidade.

Neste estágio, o jovem toma consciência de si no tempo, interessa-se por questões filosóficas e morais, estabelecendo hipóteses, comprovando-as no plano das ideias, inventando, descobrindo e criando. A adolescência é uma fase crítica da vida caracterizada por mudanças rápidas no comportamento emocional, intelectual, sexual e social. É um período de transição entre a infância e a idade adulta, em que as alterações do corpo e da personalidade geram conflitos com os familiares e a sociedade.

Nesse período,

[...] observamos que para que o adolescente adquira as premissas da responsabilidade, do compromisso e da coletividade, é necessário, antes de tudo, *um amplo desenvolvimento das condições sociais* de que faz parte. A própria atitude perante essas premissas provoca o interesse ao futuro. Estabelecem-se interesses profissionais, e, portanto, *a atividade profissional – de estudo* começa a tornar-se dominante. O adolescente começa a ter uma atitude séria perante o trabalho, em realizar uma atividade socialmente útil (LAZARETTI, 2013, p. 220).

Reiteramos que conhecer sobre o desenvolvimento humano viabiliza ao professor planejar o seu trabalho junto ao aluno de forma a promover efetivos processos de desenvolvimento. Nesse sentido, referendamos o argumento de Facci (2007) fundamentada na teoria de Vigotski, ao anunciar que

[...] a prática pedagógica, na perspectiva vigotskiana, pode ser definida como numa ação planejada e consciente que influencia o desenvolvimento psicológico do aluno. O professor, portanto, faz a mediação entre os conteúdos curriculares e o aluno, com a finalidade de provocar o

desenvolvimento das funções psicológicas superiores do mesmo. A capacidade de abstrair, a memória lógica, o planejamento, dentre outras funções, são adquiridas por meio das relações sociais (FACCI, 2007, p. 147).

Assim, é preciso que se tenha clareza de que a maneira como o professor compreende o desenvolvimento, a educação e o processo de ensino-aprendizagem irá nortear todo o seu trabalho pedagógico na escola. Tal fato indica a necessidade de se pensar e de criarem novas formas de organização, de planejamento e de estudos pedagógicos que configurem a estrutura e funcionamento curricular tendo em vista a organização do tempo e do espaço escolar. Seguindo as orientações de Davidov (1987), uma das tarefas do professor ao pensar na organização da atividade de estudo, é delimitar o conteúdo o qual será trabalhado, considerando o conhecimento científico. Buscar compreender um conteúdo é buscar a essência deste conteúdo Davidov (1988). Seguindo essas orientações, no próximo capítulo, abordamos o conteúdo algébrico, considerando o movimento lógico-histórico, os principais fatos históricos referentes aos conceitos de equação e função.

## **2. DESENVOLVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO DA ÁLGEBRA: O PERCURSO HISTÓRICO, AS CONCEPÇÕES E AS PROPOSTAS DE ENSINO**

Para que fosse possível explorar o conteúdo algébrico nas atividades propostas para esta pesquisa, antes buscamos, no levantamento bibliográfico, entender as concepções algébricas, além do seu desenvolvimento lógico-histórico, especialmente, do conteúdo de equações e de funções.

Assim, neste capítulo abordamos: o desenvolvimento algébrico, ao longo da história, tendo como base uma linha cronológica; as concepções algébricas, considerando o trabalho de Figueiredo (2007); e a abordagem algébrica presente nos PCN.

### **2.1 O percurso histórico com foco em função e equações**

Para compreender o desenvolvimento histórico dos conhecimentos algébricos, focamos nossas leituras em autores que apresentam como eixo específico a história da matemática, como Eves (1997) e Baumgart (1992). Ao recorrermos a esse acervo, percebemos a constante modificação que o conteúdo matemático vem sofrendo ao longo dos tempos, com a significativa influência de acontecimentos históricos nas descobertas, ou em períodos de estagnação de novas teorias.

Considerando que ainda estamos vivenciando a história do desenvolvimento algébrico, pois a matemática não é uma “ciência acabada”, vive em desenvolvimento, o que pretendemos é apresentar algumas contribuições que influenciaram as concepções algébricas atuais.

Consideramos que conhecer o desenvolvimento lógico-histórico de um determinado conteúdo é importante tanto para o professor quanto para o aluno. O professor pode apresentar essa evolução dos conceitos como forma de auxiliar o aluno no processo de compreensão das relações que existem entre os diferentes conhecimentos matemáticos. Outro fator é o de apresentar uma aplicação do conteúdo abordado, pois os conteúdos matemáticos desenvolvidos tinham relação direta ou indireta com a resolução de um problema da vida diária, ou seja, do trabalho do dia a dia.

Ao considerarmos o desenvolvimento de um dado conceito no ensino, não temos a pretensão que o aluno permeie todos os caminhos, que o conteúdo percorreu ao longo da

história, pois um dos papéis da escola é exatamente o de apresentar ao aluno os conhecimentos acumulados pela humanidade. Deste modo, acreditamos que analisar o desenvolvimento lógico-histórico pode nos auxiliar tanto numa melhor compreensão daquele conteúdo específico como no trabalho das possíveis dificuldades de ensino.

Segundo Eves (1997), as primeiras descobertas matemáticas necessitavam da prática para se desenvolver e esse desenvolvimento se deu a partir da evolução da sociedade. Podemos então concluir que a matemática primitiva se desenvolveu por meio da agricultura, da engenharia e das atividades comerciais.

Essas atividades requeriam o cálculo de um calendário utilizável, o desenvolvimento de um sistema de pesos e medidas para ser empregado na colheita, armazenamento e distribuição de alimentos, a criação de métodos de agrimensura para a construção dos canais e reservatórios e para dividir a terra, e a instituição de práticas financeiras e comerciais para o lançamento e a arrecadação de taxas e para propósitos mercantis (EVES, 1997, p.57).

Como podemos perceber na obra de Baumgart (1992), a ênfase inicial da matemática está baseada na aritmética e nas práticas de mensuração. Observando os registros históricos, podemos concluir que o início do desenvolvimento algébrico foi posterior às primeiras conclusões aritméticas e geométricas, tendo seus avanços relacionados a mensurações.

Esse processo de desenvolvimento algébrico, que no início se deu de forma lenta e pouco expressiva, ganha proporções maiores quando a álgebra começa a ser pesquisada e desenvolvida na região europeia, solidificando sua expansão a partir do século XVII, com as descobertas de Viète.

Considerando nosso objetivo nesse capítulo, buscamos registros sobre o desenvolvimento da álgebra e encontramos diferentes autores especializados em história da matemática que trazem desenvolvimentos cronológicos com algumas diferenciações. Como o foco deste trabalho não é apresentar essas diferenças ou investigar porque elas ocorrem, decidimos por utilizar a sequência cronológica apresentada por Eves (1997), pois foi uma das referências em que encontramos maior número de informações.

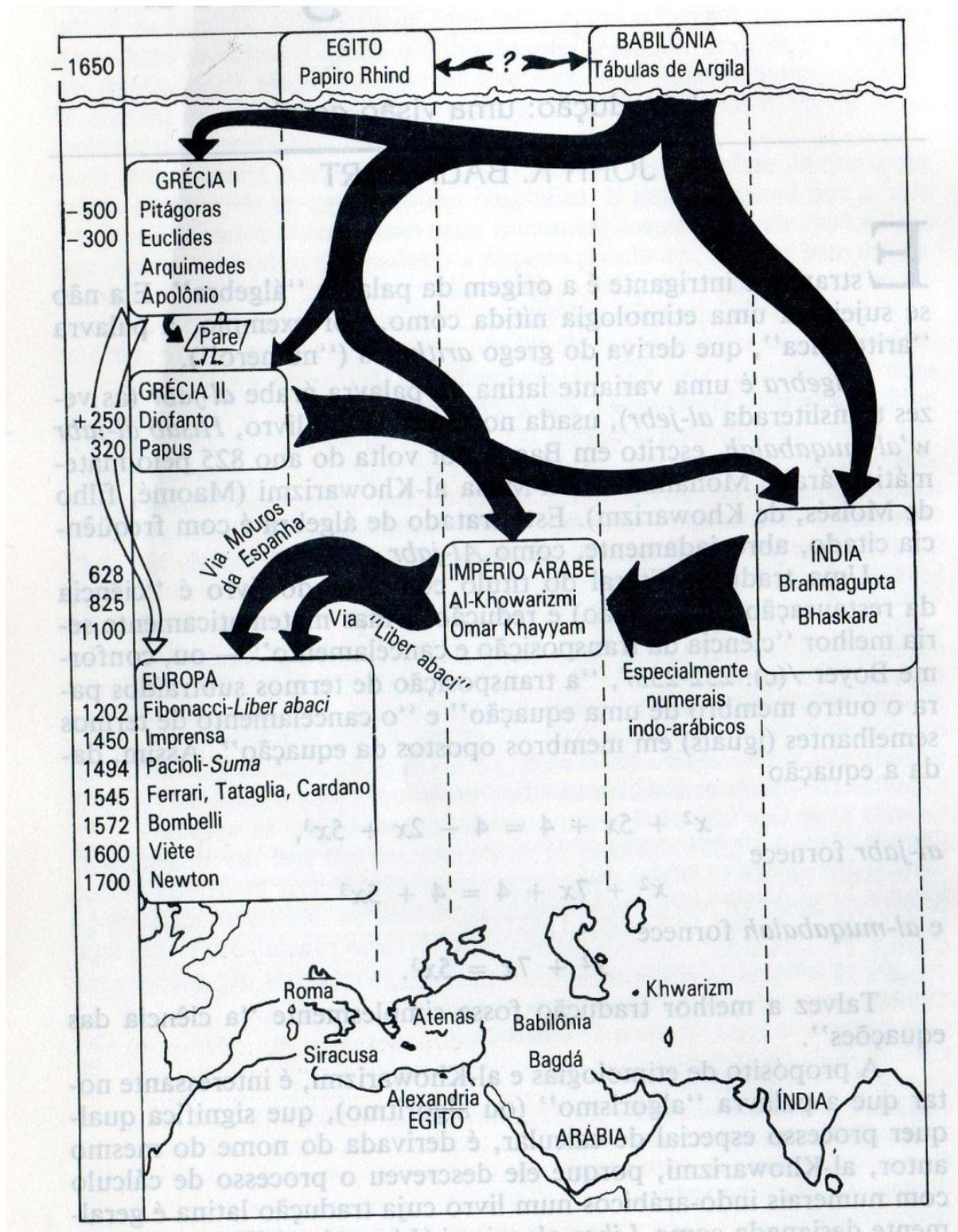
Deste modo, utilizaremos uma linha do tempo, destacando as principais contribuições algébricas, bem como seus colaboradores. Ressaltamos que não temos pretensão de fazer um resgate histórico de todo desenvolvimento da álgebra, pois os conteúdos para os quais buscamos fundamentação são os de equações e funções. Pretendemos apresentar algumas descobertas e seus criadores, e discutir algumas definições estabelecidas e suas modificações.

Sendo assim, nosso objetivo concentra-se em realizar um estudo, fazendo um levantamento da fase inicial do desenvolvimento da álgebra, buscando entender as principais dificuldades encontradas no seu desenvolvimento como um todo. Buscamos focar a percepção de equações e funções, que são dois conteúdos que consideramos indissociáveis, que se iniciam no século XVII antes de Cristo e dos quais temos registros de descobertas importantes no século XIX depois de Cristo.

Consideramos que compreender esse processo nos auxilia na elaboração das atividades, assim como na percepção das dificuldades encontradas pelos alunos no ensino básico, estabelecendo uma relação do desenvolvimento histórico da álgebra com essas dificuldades.

Segundo os estudos realizados por Baumgart (1992, p. 2), na figura 3, podemos observar as civilizações e os períodos históricos em que ocorreram. Outro fator que nos influenciou na escolha dessa linha do tempo do desenvolvimento algébrico foi a movimentação em termos de trocas de informações, ou seja, o fluxo de conhecimento que ocorreu, as correntes que influenciaram posteriores descobertas, como por exemplo as descobertas técnicas de Diofanto e Pappus influenciaram os trabalhos no Império Árabe e na Índia, logo os trabalhos de Al-Khwarizmi e Bhaskara.

**Figura 3:** Mapa e Linha Cronológica das Descobertas Algébricas



Fonte: Baumgart (1992, p. 2).

Segundo Baumgart (1992), a álgebra originalmente se referia a equações. Atualmente essa palavra indica um vasto campo de conhecimento, sendo que uma das concepções a divide em dois campos, um que se baseia no estudo de funções e suas ferramentas, como o estudo de equações e os devidos métodos para solucioná-las, e o segundo, que trata de uma álgebra, onde o foco está no estudo das estruturas matemáticas, tais como, corpos, anéis e grupos.

Considerando o conteúdo que é objeto de estudo deste trabalho, nossas ações foram direcionadas às contribuições algébricas que estivessem relacionadas ao desenvolvimento da equação quadrática, mostrando as contribuições de diferentes povos.

No percurso de desvendar o movimento lógico-histórico do desenvolvimento dos conceitos de função, iniciamos nossas investigações sobre equações, mais especificamente o de equações do segundo grau, que podem ser identificadas nesse trabalho considerando as descobertas dos matemáticos do Egito, da antiga Babilônia, da Grécia, mais recentemente, da Índia e da Europa Medieval. Buscamos compreender como eram interpretadas e resolvidas as situações-problema, envolvendo equações quadráticas.

### 2.1.1 A Álgebra no Egito

O período de 1700 a.C. a 1700 d.C. é considerado a fase elementar da álgebra, “caracterizou-se pela invenção gradual dos símbolos e pela resolução de equações (em geral com coeficientes numéricos)” (BAUMGART, 1992. p. 3). Segundo esse mesmo autor, a notação algébrica se desenvolveu ao longo de três estágios – retórico ou verbal, sincopado no qual se utilizavam de abreviações para as palavras e o último estágio, o simbólico.

Como consequência do sistema de numeração egípcio, de caráter aditivo, eles acreditavam que a multiplicação e a divisão eram efetuadas com sucessivas duplicações, baseados no fato de que todo número pode ser escrito como uma soma de potências de 2.

Assim, expressavam qualquer número como uma expressão algébrica, descrita por somas de potências de dois. No exemplo a seguir, fica mais claro como eram feitas as operações utilizando esse recurso.

Por exemplo:  $26 \times 33$

$$\text{Como } 26 = 16 + 8 + 2 = 2^4 + 2^3 + 2$$

**Quadro 2:** Multiplicação segundo os egípcios

Potências de 2	Multiplicar por 2
1	33
2*	66
4	132
8*	264
16*	528
Total:	858

Fonte: Adaptado de Eves (1997, p. 72).

Na primeira coluna estão as potências de 2, os números que possuem um asterisco são aqueles que estão presentes no número 26. Na primeira linha da segunda coluna, está o número que será multiplicado por 26, no caso 33, para completar a segunda linha basta multiplicar o número 33 por 2 e assim sucessivamente. Para chegar ao resultado da multiplicação basta somar os elementos correspondentes às potências de 2, com asterisco, que estão na segunda coluna.

As expressões eram apenas numéricas, não apresentando o simbolismo da álgebra atualmente trabalhada nas escolas, entretanto nelas estão presentes elementos do pensamento algébrico.

O conhecimento matemático era restrito a uma pequena parcela da população, que realizava boa parte da resolução de problemas e as operações em diálogos, por meio de cálculos mentais, não fazendo o uso de registro.

A álgebra se desenvolveu no Egito em um período bem próximo ao dos babilônios, porém não ao mesmo nível, pois faltava ao povo egípcio os métodos sofisticados dos babilônios – os egípcios resolviam seus problemas pelo método de aproximação e correção.

E os babilônicos apresentaram as primeiras situações descritas, como um equacionamento, considerando a interpretação de situações problemas. Como abordaremos no

próximo subitem os babilônicos também iniciaram o processo de simplificação das operações com números ao resolver as situações “equacionadas”.

### 2.1.2 A Álgebra na Babilônia

A aritmética na Babilônia desenvolveu-se para uma álgebra retórica, próximo ao ano 1600 a. C.. Nos registros deixados pelos babilônicos, encontramos o que é considerado os primeiros equacionamentos de situações, em que, para descrever um dado problema, foram utilizados símbolos, como forma de simplificação das operações e números.

Sendo assim, temos os primeiros registros de expressões algébricas, em um período em que o registro era extremamente raro e que as soluções de problemas eram elaboradas sem esse recurso.

Nos registros deixados por essa civilização, encontramos diferentes indícios do desenvolvimento algébrico, inclusive o que os pesquisadores consideram equações. Deste modo, destacamos que, nas referências utilizadas, os pesquisadores relatam que os babilônicos “não só resolviam equações quadráticas, seja pelo método [...] de substituição [...], seja pelo método de completar quadrado, como também discutiam algumas cúbicas (grau três) e algumas biquadradas (grau quatro)” (EVES, 1997, p.61-62).

Mesmo considerando esses avanços, os babilônicos, no entanto, não apresentavam noções de simplificação e equacionamento, eles desenvolveram algumas fórmulas de fatoração e aproximação algorítmica para resolver problemas envolvendo equações quadradas (BOYER, 1996).

Consideramos uma aproximação algorítmica como uma sequência de ações, um modelo, o qual fornece somente os valores positivos que satisfazem a equação, pois esses valores estão associados à ideia de comprimento, portanto, valores necessariamente positivos.

Podemos observar como os babilônicos resolviam suas equações analisando o exemplo apresentado por Baumgart (1992, p. 4).

É um exemplo típico dos problemas encontrados em escrita cuneiforme, em tábuas de argila que remontam ao tempo do rei Hammurabi (c. 1700 a. C.). A explanação, naturalmente, é feita em português; e usa-se a notação decimal indo-arábica em vez da notação sexagesimal cuneiforme[...]

[1] Comprimento, largura. Multipliquei comprimento por largura, obtendo assim a área: 252. Somei comprimento e largura: 32. Pede-se: comprimento e largura.

- [2] [dados] 32 soma; 252 área.  
[3] [resposta] 18 comprimento, 14 largura.  
[4] segue-se este método: Tome metade de 32[que é 16].  
 $16 \times 16 = 256$ ;  $256 - 252 = 4$   
A raiz quadrada de 4 é 2.  
 $16 + 2 = 18$  comprimento.  
 $16 - 2 = 14$  largura.  
[5] [Prova] Multipliquei 18 de comprimento por 14 de largura  
 $18 \times 14 = 252$  área.

É assim que os babilônicos resolviam os problemas que iam surgindo. Acreditamos que oportunizar aos alunos o contato com esse tipo de solução para problemas provocaria neles a necessidade de desenvolver a notação utilizada nos dias de hoje, ao sentir a dificuldade dos povos antigos. Dessa forma os alunos entenderiam melhor o desenvolvimento da matemática e a sua importância no cotidiano.

Encontramos também registros de técnicas para obtenção de soluções de equações quadráticas, desenvolvidas pelos babilônicos, nos estudos realizados por Allaire e Badley (2001), que afirmam que os babilônicos tinham métodos para obtenção de soluções de equações, sem símbolos e fórmulas, que eram aplicadas para encontrar dois números cuja soma e o produto são dados.

Para determinar esses valores utilizavam de formas dissertativas, nas quais descreviam o algoritmo, que envolvia a manipulação dos dados. Podemos observar essa estratégia de resolução de uma equação do segundo grau, tendo como suporte a figura a seguir.

**Figura 4** - Algoritmo de Resolução de uma Equação Quadrática pelos Babilônicos

1	Divida a soma S pela metade.	$\frac{S}{2}$
2	O quadrado da resposta da parte 1.	$\left(\frac{S}{2}\right)^2$
3	Subtraia o produto A do resultado da parte 2.	$\left(\frac{S}{2}\right)^2 - A$
4	A raiz quadrada do resultado da parte 3.	$\sqrt{\left(\frac{S}{2}\right)^2 - A}$
5	Acrescente a resposta do resultado da parte 4 à resposta da parte 1.	$\frac{S}{2} + \sqrt{\left(\frac{S}{2}\right)^2 - A}$
6	Subtraia a resposta da parte 4 da resposta da parte 1, para determinar o outro valor.	$\frac{S}{2} - \sqrt{\left(\frac{S}{2}\right)^2 - A}$

Fonte: Allaire; Badley (2001, p. 311).

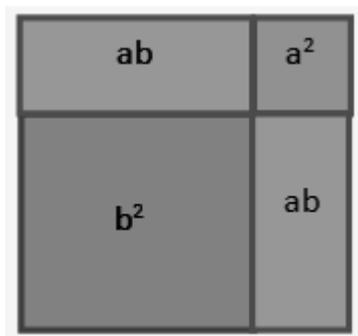
Fazemos ressalva que as informações contidas na figura acima, foram traduzidas para a linguagem atual, considerando que para se expressarem os babilônicos utilizavam outros signos. Seguindo a linha de desenvolvimento lógico-histórico, no próximo subitem, abordamos as descobertas algébricas na Grécia.

### 2.1.3 A Álgebra na Grécia

Os registros sobre o desenvolvimento dos conceitos algébricos na Grécia são em sua maioria do grupo de pesquisadores seguidores de Pitágoras. A álgebra grega foi formulada pelos pitagóricos (540 a.C.) e por Euclides (300 a.C), a base da álgebra grega está na compreensão geométrica das situações (ALLAIRE; BADLEY, 2001).

Por exemplo:  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

**Figura 5** – Representação Geométrica da Expressão  $(a + b)^2$

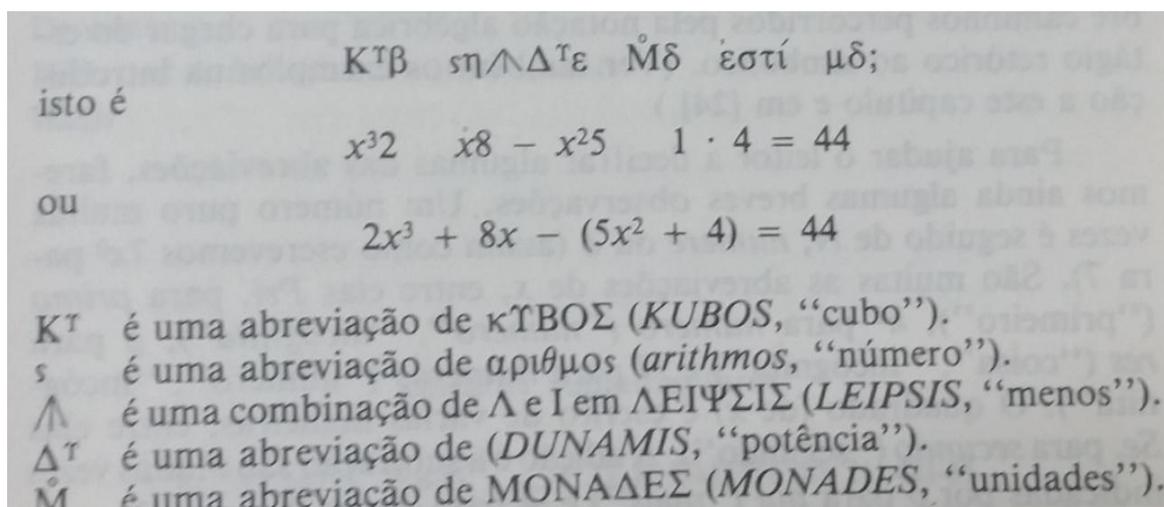


Fonte: Elaborado pela autora.

Considerando o exemplo acima, podemos indagar qual seria o verdadeiro motivo para os gregos reformularem a álgebra dessa maneira.

Eles tinham dificuldades conceituais com frações e número irracionais. Mesmo que os matemáticos gregos fossem capazes de contornar as frações, tratando-as como razões entre inteiros, eles tinham dificuldades insuperáveis com números como  $\sqrt{2}$ . (BAUMGART, 1992. p. 3).

A notação algébrica sincopada foi introduzida pelo estudioso Diofanto que ficou conhecido por apresentar um “engenheiroso tratamento das equações indeterminadas” (BAUMGART, 1992. p. 9), também conhecidas como Equações Diofantinas, como se pode ver na figura 6.

**Figura 6** - Representação de uma Equação Diofantina

Fonte: Baumgart (1992, p. 31)

Considerando esses registros históricos, podemos compreender as ideias desenvolvidas durante aquele período e compreender os conteúdos explorados nas escolas, entendendo a origem das ideias que deram forma à nossa cultura, ao conhecimento atual.

Os livros didáticos atuais têm utilizado bastante o recurso ao geométrico para dar significados aos conteúdos algébricos, como Nane (2006), Projeto Araribá (2003), Imenes e Lellis (2010), Guelli (2003), e Bigode (2012).

Segundo Baumgart (1992), Boyer (1996), Eves (1997), Guelli (1998) e Pitombeira (2004), apesar da ênfase no enfoque puramente algébrico e simbólico destacado na solução de situações algébricas, em destaque as equações de segundo grau, atualmente, podemos observar que, em sua origem, as técnicas utilizadas para determinar os valores que satisfaziam a equação eram geométricas.

A seguir, considerando a sequencia do desenvolvimento, tendo como base a linha do desenvolvimento logico histórico abordaremos o desenvolvimento algébrico na região do império árabe.

#### 2.1.4 A Álgebra no Império Árabe

A palavra álgebra surge entre 813 e 833 d.C., no livro que se chamava *Hisabaljarbw'al-mugabalah*, que significa “A ciência da restauração ou reunião e redução”,

escrito por Abu ‘AbdAllâh Muhammad ibn Musa Al-Khwarizmi, em Bagdá, num grande centro de estudo criado e apoiado por Califa Al-Mamum.

Essa publicação ficou mais conhecida entre os matemáticos locais pela abreviação *Al-jarb*. Essa obra foi traduzida inicialmente para o latim e posteriormente chegou ao conhecimento da população europeia, onde passou por novas traduções. Em um desses processos de traduções, o livro passou a ser conhecido por “Álgebra”.

A fase verbal do desenvolvimento da álgebra pode ser explanada pelo exemplo do autor Al-Khowarizmi que se encontra a seguir. Na linguagem simbólica, trabalhada atualmente, teríamos o seguinte equacionamento:

$$x^2 + 21 = 10x.$$

Mas essa simples equação seria enunciada e resolvida da seguinte forma

Qual deve ser o valor de um quadrado que, quando vinte e um são somados a ele, torna-se igual ao equivalente a dez raízes daquele quadrado? Solução: dívida ao meio o número de raízes; a metade é cinco. Multiplique este número por si mesmo; o produto é 25. Subtraia deste o vinte e um que está ligado ao quadrado; o resto é quatro. Extraia sua raiz; ela é dois. Subtraia isto da metade das raízes, que é cinco; o resto é três. Esta é a raiz do quadrado que você procura e o quadrado é nove. Ou você pode somar a raiz à metade das raízes; a soma é sete; esta é a raiz do quadrado que você procura, e o quadrado mesmo é quarenta e nove (BAUMGART, 1992. p. 30).

A solução em linguagem atual não ocupa mais que três linhas, como se constata a seguir:

$$\begin{aligned} x &= \frac{10}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{10}{2}\right)^2 - 21} \\ x &= 5 \pm \sqrt{4} \\ x &= 3 \text{ ou } 7 \end{aligned}$$

Ao realizar essa comparação, somos levados a questionar o porquê não são exploradas situações como esta ao ser introduzida a questão algébrica com os alunos, para que percebam essa diferença de tratamento de um mesmo problema, permitindo aos alunos a avaliação crítica da evolução da escrita, bem como seus benefícios.

Os árabes desenvolveram alguns estudos sobre equações diofantinas na mesma linha que Diofanto. A álgebra desenvolvida na Arábia teve grande influência dos povos hindus e gregos, os árabes conseguiam fazer a união entre a álgebra numérica dos hindus e a álgebra geométrica dos gregos, porém eles utilizavam o mesmo tipo de escrita para os problemas e com o tempo foram adotando alguns símbolos, mas por fim retrocederam para a escrita sem símbolos.

Por esse motivo, Baumgart (1992) considera que os árabes deram poucas contribuições para o desenvolvimento da álgebra, porém souberam preservar os estudos já realizados durante a Idade Média.

Destacamos que também se deve aos árabes a chegada da álgebra na Europa, como podemos observar nos estudos de Baumgart (1992).

Alguns historiadores entendem que os árabes pouco acrescentaram de novo, mas todos concordam em lhes atribuir mérito por terem preservado durante a Idade Média os trabalhos gregos e hindus para a posterioridade. Sem suas traduções, a maior parte desse trabalho anterior teria sido perdida. Foi principalmente através dos árabes que a álgebra entrou na Europa. Como a influência hindu predomina, a álgebra chegou à Europa com pouca fundamentação axiomática. Isto talvez explique por que, até recentemente, a geometria era baseada em postulados e teoremas enquanto a álgebra elementar enfatizava mais os métodos que os fundamentos lógicos (BAUMGART, 1992. p. 79).

No desenvolvimento lógico-histórico da álgebra, as contribuições advindas dos árabes, segundo Baumgart (1992), não foram tão significativas, mas a relação e conservação das técnicas de solução contribuíram para os posteriores desenvolvimentos algébricos.

Seguindo uma linha cronológica apresentamos no sítio seguinte a álgebra desenvolvida pelos hindus.

### 2.1.5 A Álgebra na Índia

Sabe-se muito pouco da história da álgebra antes do século IV ou V d.C, devido à dificuldade de registros dos povos antigos. Ao que tudo indica a civilização árabe tinha conhecimento do que já estava sendo desenvolvido pelos povos gregos e babilônicos.

Segundo Baumgart (1992), esse fato se deve às diversas invasões, seguidas da Pax Romana, o que facilitou a disseminação de informações. Os principais estudiosos dessa época

foram Brahmagupta, em aproximadamente 628 d. C., que também trabalhou num estilo sincopado e Bhaskara (1150 d. C.), que já apresenta em seus estudos uma utilização maior da simbologia algébrica.

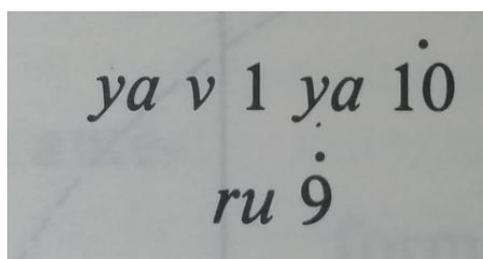
Os hindus aceitavam a diversidade de resultados para as equações do segundo grau, bem como procuravam encontrar todas as soluções inteiras para as equações diofantinas.

Os hindus resolviam equações quadráticas completando quadrados, e aceitavam números negativos e raízes irracionais; também tinham conhecimento de que uma equação quadrática (com raízes) tem duas raízes. O trabalho dos hindus com equações indeterminadas era superior ao de Diofanto. Eles tentavam achar *todas as soluções inteiras possíveis* e foram talvez os primeiros a dar métodos gerais de solução (BAUMGART, 1992. p. 10, grifo do autor).

Brahmagupta (628 d. C.) forneceu uma forma interessante para achar a solução de uma equação do segundo grau. Na figura 7 a seguir, temos como era a notação original, onde *ya* é a incógnita; *v* significa “quadrado”; o ponto sobre o número significa que ele é negativo; e se o número não possui o ponto sobre o mesmo, significa que é positivo.

O primeiro membro da equação está na primeira linha e o segundo membro está na segunda linha e *ru* significa número “puro”, ou seja que não tem o acompanhamento de uma incógnita (GUELLI, 1998).

**Figura 7** - Representação de uma equação do segundo grau pelos hindus.



Fonte: Baumgart (1992, p. 72).

Fazendo a transposição dessa notação algébrica para a simbologia utilizada atualmente teríamos:

$$x^2 - 10x = -9$$

Considerando as técnicas resolutivas de equação utilizadas atualmente, o processo de resolução da equação pelos indianos, se aproxima do atual, por fazer uso dos coeficientes. Considerando fins didáticos de apresentação e transcrição de linha por linha de resolução optamos, por retratar a forma simbólica a qual estamos habituados a trabalhar, essas informações, foram encontradas na obra de Baumgart (1992), “Tópicos da história da matemática para uso em sala de aula”.

**Figura 8** - Técnica de solução de uma equação do segundo grau pelos hindus

Aqui o número puro (9) multiplicado por (1) o [coeficiente do] quadrado [é] (9),

$$x^2 - 10x = -9 \quad ax^2 + bx = c$$

$$(-9)(1) = -9 \quad (c)(a) = ca$$

e somado ao quadrado da metade do [coeficiente do] termo médio, 25, resulta 16;

$$-9 + \left(\frac{-10}{2}\right)^2 = 16 \quad ca + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

cuja raiz quadrada, 4, menos metade do [coeficiente da] incógnita (5), é 9;

$$\sqrt{16} - \left(\frac{-10}{2}\right) = 9 \quad \sqrt{ca + \left(\frac{b}{2}\right)^2} - \frac{b}{2}$$

e dividido pelo [coeficiente do] quadrado (1) fornece o valor da incógnita 9.

$$\frac{9}{1} = 9. \quad \frac{\sqrt{ca + \left(\frac{b}{2}\right)^2} - \frac{b}{2}}{a} = x$$

ou

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a}$$

Fonte: Baumgart (1992, p. 72).

Ao analisarmos esse método, podemos perceber que ele se assemelha ao método de completar quadrados. Todo esse registro não era realizado da forma como mostrada no exemplo. Durante o processo de encontrar os valores que satisfazem a equação, os hindus se utilizavam do pensamento verbalizado, não fazendo uso do registro escrito.

Segundo Baumgart (1992, p. 73),

[...] esse exemplo mostra que a álgebra hindu era amplamente verbal (retórica), ainda que no enunciado do problema seja feito uso de abreviações, ilustrando o chamado estilo sincopado. Especialmente digno de nota é o uso correto de números negativos, indicados por um ponto sobre o número.

Uma das mais conhecidas formas de resolução de equações do segundo grau é a que, no Brasil, denominamos *fórmula de Bhaskara*, que só ganhou esse nome em território nacional na década de 60.

Em outros países essa equação é tratada como fórmula geral para resolução da equação polinomial de segundo grau. Essa estratégia de resolução de uma equação por meio de completar quadrados já é conhecida há mais de quatro mil anos, pois a mesma foi explorada desde os babilônicos.

A álgebra hindu apesar de ser amplamente verbal retórica, já contava com algumas abreviações que deram base para as descobertas europeias, abordadas no subitem seguinte.

#### 2.1.6 A Álgebra na Europa

Como apresentado anteriormente, a álgebra na Europa foi fundamentada pelas descobertas árabes. A retomada de descobertas algébricas na Europa teve início de 1200 a 1300 com o surgimento de fortes cidades comerciais na Itália, que geravam polos e desenvolvimento social e, por consequência, intelectual (EVES, 1997).

Segundo Baumgart (1992), no período de 1200 até início do século XIX, as descobertas algébricas estavam relacionadas à aplicação dos conceitos algébricos em diferentes áreas de conhecimento.

Outra característica deste período é o intervalo considerável de, pelo menos, meio século de diferença entre o surgimento de pesquisadores de renome nesta linha, porém, podemos observar uma evolução nas notações simbólicas algébricas, essas de maneira bem sucessiva.

Podemos perceber essa evolução na utilização simbólica da álgebra pela forma de representação de uma mesma equação, por diferentes matemáticos, em que cada um utiliza a sua notação.

**Figura 9** - Representações de uma equação considerando a notação simbólica de diferentes pesquisadores matemáticos

Cardano (1545): cubus  $\bar{p}$  6 rebus aequalis 20.  
 $x^3 + 6x = 20$

Bombelli (1572):  $\bar{1} \cdot p \cdot \bar{8} \cdot$  Eguale à 20.  
 $x^6 + 8x^3 = 20$

Viète (1591): 1 QC - 15 QQ + 85 C - 225 Q + 274 N  
 aequatur 120.  
 $x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 225x^2 + 274x = 120$

Harriot (1631): aaa - 3bba = +2 · ccc.  
 $x^3 - 3b^2x = 2c^3$

Descartes (1637):  $x^3 - 6xx + 13x - 10 \infty 0$ .

Wallis (1693):  $x^4 + bx^3 + cxx + dx + e = 0$ .

Fonte: Baumgart (1992, p. 12-13).

Observamos que o desenvolvimento da notação algébrica demorou séculos e ainda continua se desenvolvendo. A partir desse fato, podemos indagar se a maneira como estamos inserindo os símbolos para os alunos seria a mais correta? Será que não estamos fazendo nossos alunos “engolir” os símbolos, sem ao menos entender o que eles representam? Que significados têm eles atribuídos a essa escrita? Não seria melhor apresentar aos alunos a evolução da escrita algébrica, mostrando por quais razões utilizamos esta atual escrita? Esses questionamentos contribuiriam na elaboração das atividades a serem vivenciadas pelos alunos nesta pesquisa.

Diversos autores colaboraram para esse desenvolvimento e descobertas algébricas na Europa, tais como, René Descartes, cuja principal contribuição está relacionada ao aprimoramento do simbolismo algébrico e à introdução do atual sistema de expoentes.

O desenvolvimento da álgebra europeia não se deu apenas pelo que havia sido desenvolvido por Diofanto e Brahmagupta. O desenvolvimento algébrico europeu estava também fundamentado na:

1. Facilidade de manipular trabalhos numéricos através do sistema de numeração indo-arábico, muito superior aos sistemas (tais como o romano) que requeriam o uso do ábaco;
2. Invenção da imprensa com tipos móveis (1450), que acelerou a padronização do símbolo mediante a melhoria das comunicações, baseadas em ampla distribuição;
3. Ressurgimento da economia, sustentando a atividade intelectual; e a retomada do comércio e viagens, facilitando o intercâmbio de ideias tanto quanto de bens (BAUMGART, 1992. p. 12).

O francês François Viète (1540 - 1603) foi um dos estudiosos que contribuiu significativamente para o desenvolvimento da Álgebra. Foi o primeiro a introduzir letras como coeficientes, porém essa não foi a sua principal contribuição, e sim a publicada em uma de suas obras, em 1615, cujos pontos principais são:

1. Forneceu transformações para aumentar ou multiplicar as raízes de uma equação por uma constante;
2. Demonstrou consciência das relações entre raízes e coeficientes de uma equação polinomial;
3. Formulou uma transformação que desembarca um polinômio de seu termo vizinho ao de maior grau (BAUMGART, 1992, p. 14).

Viète ficou conhecido como “Pai da Álgebra”, devido à forma simplificada com que propõe o equacionamento de situações, segundo Guelli (1998), por uma simples ideia, a de “representar as incógnitas de uma equação por vogais e os coeficientes literais das incógnitas, por consoantes” (GUELLI, 1998, p. 39).

Acreditamos que a parte do conteúdo algébrico que sofreu e, ainda, sofre grandes mudanças durante sua evolução, é o conceito de funções. Encontramos algumas dessas definições primitivas, em Baumgart (1992, p.83, grifo do autor).

*Definição 1* – Uma função é um conjunto de pares ordenados cujos primeiros elementos são todos diferentes.

*Definição 2* – quando o valor de uma variável depende de outra, a primeira se diz função da segunda.

*Definição 3* – se a cada valor admissível de  $x$  corresponde um ou mais valores de  $y$ , então  $y$  é função de  $x$ .

*Definição 4* – se  $y$  é função de  $x$ , então é igual a uma expressão algébrica de  $x$ .

A partir dessas definições, os conteúdos matemáticos que dependem dessa definição foram desenvolvidos, e, com o passar dos anos e as modificações dessa definição, esses conteúdos foram revisados, sofrendo algumas modificações (BAUMGART, 1992).

Atualmente compreendemos que as definições apresentadas são falhas, o que gera indagações sobre os conteúdos matemáticos fundamentados em tais definições. Essa relação de dependência tornava a compreensão de um tópico simples indispensável para algo mais complexo, considerando todas as revisões que eram necessárias antes de se evoluir para uma nova fase, o que poderia gerar indagações sobre alguma falha nos conteúdos produzidos a partir dessas definições (GUELLI, 1998).

Segundo Eves (1997), René Descartes, em 1637, é considerado um dos primeiros a utilizar o termo função, ele o definia como qualquer potência de  $x$ . Leibniz, em 1692, considerava a função como uma quantidade associada à curva, as coordenadas de um ponto.

Em 1718, Johan Bernoulli utilizava a função como uma expressão envolvendo variáveis e constantes. Já Leonhard Euler, em 1750, se assimilava a Bernoulli, pois considerava as funções como “funções analíticas” e também foi o responsável pela notação  $f(x)$ .

Em 1797, segundo Eves (1997), Carl Friedrich Gauss em sua tese de doutorado, forneceu uma demonstração para o seguinte teorema: “Toda função racional inteira de uma variável pode ser decomposta em fatores reais de primeiro e segundo graus”, que já havia sido explorado por Jean Le Rond d’Alembert, que pode ter sido o primeiro a tentar demonstrá-lo em 1746. Em seguida, em 1749, Leonard Euler e Joseph Louis Lagrange também tentaram demonstrar o mesmo teorema.

Em 1800, Joseph Louis Lagrange restringiu a função a uma série de potências, em 1822, Jean Joseph Fourier afirmou que “uma função arbitrária pode ser representada por uma série trigonométrica” (BAUMGART, 1992, p. 85).

No século XIX, Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859) foi o matemático que dá a moderna definição formal de função.

**Definição:** Dados dois conjuntos “A” e “B” não vazios. A relação de  $F(x)$  de A em B, considerando A o domínio e B o contradomínio, onde **cada elemento de A se associa a um único elemento de B**. Ou seja, todo elemento do conjunto A tem um único elemento em B. Temos  $x \in A$  e  $F(x) = y \in B$ . Onde x é a variável independente e  $y = F(x)$  é dependente de x, sendo  $F(x)$  descrita por uma lei de formação em x, sendo essa a expressão algébrica da função (BAUMGART, 1992. p.105, grifo do autor).

Compreender a história, o desenvolvimento lógico-histórico dos conceitos de equação e função pode facilitar o processo de generalização, abstração e desenvolvimento dos conceitos matemáticos.

Deste modo, ampliando o pensamento e a linguagem algébrica do aluno, tendo em vista que a matemática possui uma forma de comunicação, que proporciona grande praticidade, pois com apenas alguns símbolos matemáticos é possível escrever uma sentença. Ou seja, redigir com palavras determinadas sentenças matemáticas exigiria uma quantidade muito grande de símbolos (letras/palavras), porém ao escrever com símbolos matemáticos, diminuimos e agilizamos a escrita desta sentença.

Para encerrarmos essa abordagem histórica, não poderíamos deixar de ressaltar a importância da álgebra moderna, período em que a manipulação algébrica ganha enfoque em detrimento da aritmética.

## 2.2 As Concepções de Álgebra e de Educação Algébrica

Consideramos que a álgebra é um importante campo da matemática e, por consequência, da matemática escolar. Entretanto não é fácil definir álgebra e estabelecer os seus limites e abrangência na matemática e no seu ensino na escola básica. Assim, se expressa Usiskin (1995, p. 21):

[...] já não cabe classificar a álgebra apenas como aritmética generalizada, pois ela é muito mais que isso. A álgebra continua sendo um veículo para a resolução de problemas, mas também é mais que isso. Ela fornece meios para se desenvolverem e se analisarem relações. E é a chave para a caracterização e compreensão das estruturas matemáticas. Dados esses trunfos e a matematização crescente da sociedade, não é de surpreender que

a álgebra seja hoje a área-chave de estudo da matemática da escola secundária e que essa posição de destaque provavelmente perdure por muito tempo.

O desenvolvimento do pensamento algébrico se inicia tão logo a criança começa a generalizar algumas relações, por exemplo, as relações de igualdade e a de ordem. Portanto, não se pode afirmar que o estudo da álgebra se inicia, quando se introduzem as letras, substituindo os números, sendo essa apenas uma das concepções de álgebra, que devem ser trabalhadas na matemática escolar (SILVA; IBRAHIM; RESENDE, 2013).

Compreendemos a álgebra em suas diversas concepções, como o fazem Berdnaz, Kieran e Lee (1996, p. 4) como “o estudo de uma linguagem e sua sintaxe; o estudo de procedimentos de resolução de certas classes de problemas; o estudo das regularidades que governam as relações numéricas; e o estudo de relações entre quantidades que variam”.

Entendemos, também, que não há separação entre o pensamento aritmético e o algébrico, logo não há passagem de um pensamento aritmético para um pensamento algébrico, pois ambos se desenvolvem de forma imbricada e continuada (SILVA; IBRAHIM; RESENDE, 2013).

Há vários pesquisadores e educadores matemáticos que estão envolvidos com investigações sobre o ensino da álgebra e as concepções de álgebra e de educação algébrica. Podem ser citados, dentre eles, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993); Usiskin (1995); Lins e Gimenes (1997); Lee (2001); dentre outros. No Quadro 3, podemos observar as concepções algébricas apresentadas por esses pesquisadores.

### Quadro 3 - Concepções de Educação Algébrica

Pesquisadores em Educação Matemática	Tipos de Concepção de Álgebra e/ou Educação Algébrica
Fiorentini; Miorim e Miguel (1993)	- Linguístico-Pragmática; - Fundamentalista Estrutural; - Fundamentalista-Analógica; - Fundamentada na Relação Dialética entre Pensamento e Linguagem.
Usiskin (1995)	- Aritmética Generalizada; - Procedimento para Resolver certos Tipos de Problemas; - Estudo de Relações entre Grandezas; - Estudo das Estruturas.
Lins e Gimenez (1997)	- Letrista; - Letrista Facilitadora; - Modelagem Matemática.

Lee (2001)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Linguagem;</li> <li>- Caminho do Pensamento;</li> <li>- Atividade;</li> <li>- Ferramenta;</li> <li>- Aritmética Generalizada;</li> <li>- Cultura.</li> </ul>
------------	---

Fonte: Adaptado de Figueiredo (2007, p. 27-28)

Tendo como base as categorias de concepções de álgebra e/ou de Educação Algébrica identificadas no quadro, constatamos que Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) consideram como características do pensamento algébrico: levantar hipóteses; fazer afirmações e justificações; identificar regularidades, variáveis e constantes; estabelecer relações entre grandezas; generalizar as regularidades; usar variáveis e pensar em totalidades.

Considerando a relação entre pensamento e linguagem algébrica para além de concepções que enfatizam a linguagem, concluem que essa relação é dialética, pois pensamento e linguagem se manifestam de forma interdependente, constituindo-se a linguagem em elemento de construção do pensamento teórico.

Usiskin analisa as concepções de álgebra no ensino, assumindo como referência o papel que é conferido às variáveis e lembra que as concepções de variáveis mudam com o tempo. As finalidades do ensino de álgebra, as concepções que temos sobre a álgebra na escola básica e a utilização das variáveis são coisas intrinsecamente relacionadas, segundo Usiskin (1995, p. 13, grifo do autor).

“As **finalidades da álgebra** são *determinadas por, ou relacionam-se com, concepções diferentes da álgebra* que correspondem à diferente importância relativa dada aos diversos **usos das variáveis**”. Podemos relacionar as ideias de Usiskin (1995), com as de Figueiredo (2007, p. 54) que destaca que, “analisar o papel que as diversas concepções e conotações de variável têm, é mais seguro, porque tentar enquadrar a ideia de variável em uma única concepção implicaria em simplificar e distorcer os objetivos da álgebra”.

Usiskin descreve quatro principais concepções de educação algébrica e/ou concepções de álgebra: a álgebra como aritmética generalizada; a álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas; a álgebra como estudo de relações entre grandezas; e a álgebra como estudo das estruturas.

*A álgebra como aritmética generalizada:* nessa concepção, as variáveis são pensadas como generalizadoras de modelos. As palavras chave que direcionam a atividade do aluno são *traduzir e generalizar*.

É difícil não pensar nessa concepção, quando se trabalha no campo da aritmética, pois a linguagem materna, de uso corrente, é mais distante da descrição matemática do que a linguagem algébrica, segundo o autor.

*A álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas:* as variáveis, nesse caso, têm o papel de incógnitas ou constantes. As atividades giram em torno do *simplificar e resolver*.

*A álgebra como estudo de relações entre grandezas:* a variável é um argumento, isto é, representa os valores do domínio de uma função, ou um parâmetro que representa um número do qual dependem outros. *Relacionar e fazer gráficos* são os comandos-chave para as atividades.

*A álgebra como estudo das estruturas:* a variável aqui não tem nenhum dos papéis já descritos, ela é um pouco mais que um “símbolo arbitrário”, estabelecido a partir das propriedades de uma estrutura. O estudo dos anéis, domínios de integridade, corpos e espaços vetoriais, no ensino superior se encaixam nessa visão. No estudo de polinômios, na escola básica, há situações em que se trabalha com essa concepção. As atividades são de teoria e de manipulação, ou seja, de manipular e justificar.

Em seus trabalhos, Usiskin (1995) analisa as concepções de álgebra no ensino, admitindo não ser fácil determinar qual álgebra deve ser ensinada, considerando a conotação diferente que ela tem sido ensinada em cursos superiores de Matemática.

O que consideramos que dificulta o trabalho do professor é o fato de que ele recebe durante a formação um tipo de ensino, em que a álgebra é tratada como algo abstrato e, na educação básica, tem que elaborar, de forma a possibilitar aos alunos a formação de conceitos, tendo em vista os significados historicamente construídos.

Podemos perceber a relação entre as concepções propostas por esse autor e alguns conteúdos matemáticos, destacamos alguns conteúdos que fazem parte dos descritores das questões do SAEB, que pode ser observado no quadro a seguir.

**Quadro 4** – Concepções de Álgebra segundo Usiskin (1995) e alguns conteúdos matemáticos

Concepção de Álgebra	Conteúdos
A álgebra como aritmética generalizada	Padrão de regularidades
A álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas	Equação Inequação Sistemas de equações

A álgebra como estudo de relações entre grandezas	Função Grandezas proporcionais
A álgebra como estudo das estruturas	Cálculo algébrico

Fonte: A autora.

Ao considerarmos as concepções propostas por Usiskin (1995), observa-se que o papel da variável depende do contexto e dos objetivos de como vai ser empregada, ora como generalizadora de modelos, ora como métodos para resolver certos problemas concretos, e ora como estudo de relações entre as quantidades e ainda como símbolo arbitrário de uma estrutura.

Lins e Gimenez (1997) percebem a álgebra como um modo de produzir significado, sem reduzi-la unicamente a uma noção abstrata e extremamente genérica, ou seja, sem limitá-la apenas ao cálculo generalizado e a abstrações por meio do trabalho com situações concretas, mas também compreende as manipulações formais carregadas de significados.

Para esses autores “a educação algébrica se dá na medida em que a produção de conhecimento algébrico serve de propósito de iluminar ou organizar uma situação, como ferramenta e não como objeto primário do estudo” (FIGUEIREDO, 2007, p 52).

Estes autores analisam e discutem a ideia presente na comunidade escolar de que a aritmética deve vir antes do aprendizado da álgebra e tentam mostrar que essa ideia é infundada, e na verdade, prejudicial.

Lins e Gimenez (1997, p. 10) sugerem exatamente o contrário “é preciso começar mais cedo o trabalho com a álgebra, e de modo que esta e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra”.

Além dessa separação e hierarquização de conteúdos, esses autores ainda ressaltam que há uma cristalização nos currículos tradicionais, uma visão do que é que se deve ensinar na escola. Os professores são submetidos a uma enorme pressão dessa tradição, tanto sob a forma de currículos e livros-texto, quanto sob a forma de uma pressão social, assim como afirmam que os próprios professores foram educados considerando uma perspectiva tradicional em seu período escolar e na formação universitária, que possivelmente é baseada na mesma estrutura tradicional (LINS; GIMENEZ, 1997).

De acordo com esses autores não basta trazer para a escola a tarefa para produzir apenas significados matemáticos da escola, nela deve haver lugar para os significados não-matemáticos, essa concepção deve fazer parte da base de uma proposta para a educação

matemática: álgebra, aritmética e geometria não devem ser vistas como conteúdos justificados por sua própria existência, mas como instrumentos que participam da organização da atividade humana.

Segundo Lee (2001), a álgebra pode ser considerada, também, com uma concepção de cultura, ou seja, a álgebra deve ser empregada como procedimento para resolver certos tipos de problemas. As atividades algébricas compreendem o uso de ferramentas algébricas que promovem o pensamento algébrico e a linguagem de comunicação algébrica.

Destacamos alguns pontos comuns entre tarefas investigativas de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) e atividades algébricas de Lee, como a organização dos dados; o processo de fazer conjecturas e sistematizá-las; e a busca por generalizações de padrões. Para Lee (2001), a álgebra tem o potencial de tornar-se o tema unificador para a matemática elementar, a aritmética como álgebra dos números, a geometria como álgebra das formas e a estatística como álgebra das medidas.

Neste trabalho durante a elaboração das atividades, optamos pelo referencial teórico apresentado por Usiskin (1995), por considerá-lo mais adequado ao nosso objetivo, mesmo considerando a fundamentação da relação dialética entre pensamento e linguagem, destacada por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993).

Consideramos que as concepções de álgebra e de educação algébrica são fundamentais para o professor quando organiza as suas atividades de ensino, assim como para os envolvidos na definição dessas avaliações sistêmicas.

A álgebra pode ser percebida como uma ferramenta para tornar o pensamento mais eficiente, uma ferramenta para resolver problemas não só no campo da matemática, mas como em outras ciências, mas ela não se esgota na concepção de ferramenta. Ela deve ser percebida como um campo da matemática que possui elementos que a caracterizam como um corpo de conhecimentos, socialmente reconhecido.

### **2.3 A Álgebra nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática**

Além da abordagem das concepções de educação algébrica e/ou de álgebra presente neste trabalho, buscamos também apresentar nesse capítulo, um estudo referente à interpretação, concepção e dimensão para a introdução algébrica, presentes nos PCN de

Matemática (BRASIL, 1998). Mas antes, apresentaremos algumas ações antes da regulamentação dos PCN.

A preocupação legal de introduzir álgebra no ensino brasileiro teve início na carta Régia de 1799, organizando-se o ensino secundário de forma que o estudo da álgebra sucedesse o estudo completo da aritmética, embora ambos fossem conduzidos de modo mecanizado. Enfatizava regras e fórmulas, geralmente aceitas sem justificativas, com finalidade de resolver problemas que, em sua maior parte, eram artificiais. Esse tratamento foi dado à álgebra até antes da chegada do Movimento da Matemática Moderna (MMM).

No Brasil, o MMM tinha como proposta a unificação dos três campos da matemática, na década de 1960. Com esse movimento, a álgebra passa a ter destaque, especialmente a álgebra das estruturas, até o surgimento da crise do ensino da matemática a partir da década de 1970, quando essa tentativa de unificação fracassou, pois o MMM não conseguiu aplicar as formas estruturais de seu pensamento aos mais variados domínios, dentro e fora da matemática.

A partir da década de 1990, surgem estudos sobre as concepções de educação algébrica em pesquisas sobre educação matemática, possivelmente em resposta a reflexões sobre concepções que acompanharam o próprio amadurecimento da educação matemática.

As propostas encontradas nos PCN, para 3º e 4º ciclos do ensino fundamental, apresentam a Álgebra como subitem de Números e Operações. Nesse documento, encontramos informações do resultado do desempenho dos alunos em avaliações, como o SAEB, referentes ao desempenho em álgebra – raramente se atinge 40% de acertos em muitas regiões, fator que, como apresentamos, ainda permanece atualmente.

De acordo com os PCN, a organização dos conteúdos era dominada pela ideia de pré-requisito, cujo único critério é a estrutura lógica da Matemática. Nessa visão, a aprendizagem ocorre como se os conteúdos se articulassem na forma de uma corrente, cada conteúdo sendo um pré-requisito para o que vai sucedê-lo. Uma das principais características do conhecimento matemático, contida no documento aponta que

[...] o saber matemático como algo flexível e maleável às inter-relações entre os seus vários conceitos e entre os seus vários modos de representação, e, também, permeáveis aos problemas nos vários outros campos científicos. Um saber matemático desse tipo pode ser o motor de inovações e de superação dos obstáculos, desde os mais simples até aqueles que significam verdadeiras barreiras epistemológicas no seu desenvolvimento. (BRASIL, 1998, p. 26).

O ensino de matemática tem se caracterizado, segundo os PCN, como prática frequente de “apresentar o conteúdo oralmente, a partir de definições, exemplos e demonstrações, seguidos de uma sequência de exercícios” (BRASIL, 1998, p. 37). Nesse contexto, a garantia de aprendizagem por parte do aluno está vinculada à resolução correta dos exercícios, e não à aprendizagem dos conceitos relativos aos conteúdos.

De acordo com os PCN, a matemática é subdividida em quatro eixos temáticos: *Números e operações*, que contém álgebra e funções; *Grandezas e medidas*; *Espaço e forma* e *Tratamento da informação*:

- *Números e operações*: construção gradativa dos conceitos relacionados aos diferentes tipos de números e operações e sua utilização na resolução de problemas; relações entre as operações; aspectos algébricos relacionados com generalizações e padrões aritméticos; variação de padrões de grandezas e exploração da noção de *função*.
- *Espaço e forma*: conceitos geométricos; relações entre números e medidas; construções e transformações geométricas; relações com o mundo físico.
- *Grandezas e medidas*: relações entre grandezas e medidas e suas aplicações cotidianas; reafirmação do significado de números e operações; interdependência entre grandezas.
- *Tratamento da informação*: noções de estatística e probabilidade; análise de dados, tabelas e gráficos; cálculo de medidas estatísticas.

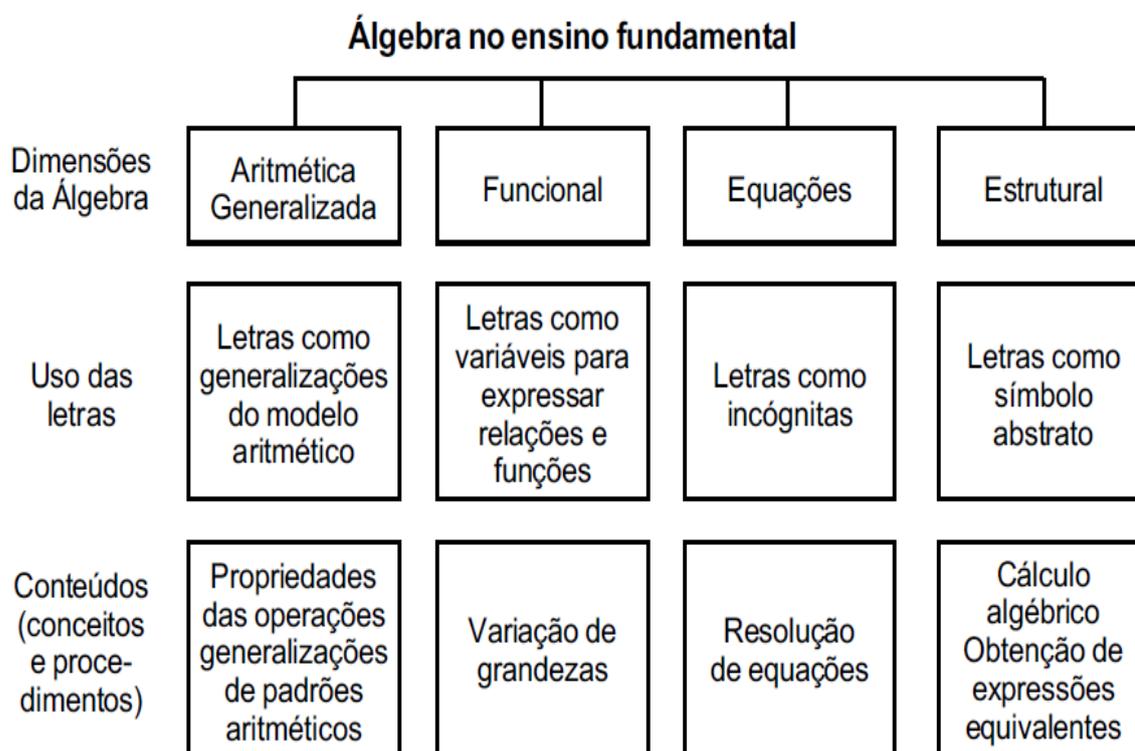
Ao considerarmos as concepções de álgebra e o seu ensino, não podemos deixar de destacar a questão de seu papel no currículo:

[...] Para uma tomada de decisões a respeito do ensino da Álgebra, deve-se ter, evidentemente, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações. Assim, é mais proveitoso propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da Álgebra apenas

ênfatizando as manipulações com expressões e equações de uma forma meramente mecânica (BRASIL, 1998, p.116).

Na figura 10, podemos observar as diferentes interpretações da álgebra e as diferentes funções das letras apresentadas de forma sintetizada, nos PCN.

**Figura 10** - Concepções de Álgebra segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais



Fonte: PCN (BRASIL, 1998, p. 116).

Embora os PCN indiquem o estudo associado de álgebra e aritmética, não contemplam no conjunto de suas orientações situações que possam concretizar essa indicação. Silva (2006) reflete que talvez os PCN devessem conter mais subsídios para que os professores estabelecessem, junto a seus alunos, relações entre aritmética e álgebra, de tal modo que uma auxiliasse o aprendizado da outra.

Para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico, o documento oficial sugere que o aluno desenvolva atividades que inter-relacionem as diferentes concepções de álgebra. Podemos considerar que os professores não desenvolvem tais concepções da álgebra no ensino fundamental, como observamos nos resultados das avaliações sistêmicas e como destaca o próprio documento, pois é privilegiado o estudo de equações, por meio de manipulações e do cálculo algébrico, mas de forma dissociada dos problemas.

É importante destacar que as situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas em que o aluno desenvolve processos importantes como intuição, analogia, indução e dedução, e não atividades voltadas para a memorização, desprovidas de compreensão ou de um trabalho que privilegie uma formalização precoce dos conceitos (BRASIL, 1998, p. 63).

Nos anos finais do Ensino Fundamental, de acordo com os PCN, são trabalhados os conceitos de variável e de função, a representação de fenômenos de forma gráfica, a resolução de problemas por meio de equações. Esses conceitos e os procedimentos algébricos mantêm forte relação com os demais conteúdos matemáticos e também com os de outras áreas para as quais a matemática é ferramenta.

Iniciar o estudo da sintaxe que o aluno está construindo com as letras poderá completar a noção da álgebra como uma linguagem com regras específicas para o manuseio das expressões, ou seja, o cálculo algébrico. Esse trabalho é significativo para que o aluno perceba que a transformação de uma expressão algébrica em outra equivalente, mais simples, facilita encontrar a solução de um problema (BRASIL, 1998, p. 118).

Segundo os PCN, o estudo de álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas.

Ao falar de linguagem algébrica, está implícita uma concepção de linguagem. Nessas concepções de linguagem, temos que ter clareza de incluir a relação entre incógnitas e variáveis, bem como a generalização de padrões.

Na esteira desse pensamento, podemos destacar as contribuições de Vigotski (2009), a linguagem não antecede necessariamente o pensamento, pois ambos se desenvolvem em uma relação dialética, embora possamos salientar que apropriação da linguagem pode potencializar e promover o desenvolvimento do pensamento algébrico.

No quadro a seguir, podem ser observadas as propostas para o ensino de álgebra de Usiskin (1995) e a dos PCN (BRASIL, 1998) para os 3º e 4º ciclos do ensino fundamental no Brasil.

**Quadro 5** – Comparação das propostas de ensino de Álgebra de Usiskin e dos PCN

Enfoque	Usiskin (1995): concepções	Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998): dimensões.
Aritmética Generalizada	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Generalizadoras de modelos;</li> <li>- Traduzir;</li> <li>- Generalizar</li> </ul>	Letras como generalizações de modelo aritmético. Conteúdo: Propriedades das Operações.
Meio de resolver certos problemas	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Incógnitas e constantes;</li> <li>- Resolver;</li> <li>- Simplificar</li> </ul>	Letras como incógnitas. Conteúdo: Resolução de Equações.
Resolução de Equações		
Equações		
Estudo de Relações	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Argumentos e parâmetros;</li> <li>- Relacionar;</li> <li>- Gráficos.</li> </ul>	Letras como variáveis para expressar relações e funções. Conteúdo: Variação de grandezas.
Funcional (PCN)		
Estrutura (Usiskin)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sinais arbitrários no papel;</li> <li>- Manipular;</li> <li>- Justificar.</li> </ul>	Letra como símbolos abstratos. Conteúdo: Cálculo algébrico e obtenção de expressões equivalentes.
Estrutural (PCN)		

Fonte: Adaptado de Figueiredo (2007, p. 85).

As duas propostas enfatizam as concepções de álgebra com base nos conceitos de variável e no papel dos símbolos. Consideramos que ambas são muito similares, justificando novamente a escolha da utilização das concepções algébricas de Usiskin (1995), neste trabalho.

Conforme exposto nos PCN, as atividades algébricas propostas no ensino fundamental devem possibilitar que os alunos construam seu conhecimento a partir de situações-problema que confirmem significados à linguagem, aos conceitos e procedimentos referentes a esse tema, favorecendo o avanço do aluno quanto às diferentes interpretações das letras.

Os contextos dos problemas deverão ser diversificados para que eles tenham oportunidade de construir a sintaxe das representações algébricas, traduzir as situações por

meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis), e construir as regras para resolução de equações.

A capacidade de raciocinar algebricamente permite que os alunos explorem situações e organizem seus pensamentos. Enquanto a aritmética é normalmente vista como um cálculo a partir de quantidades conhecidas, com o objetivo de encontrar o caminho certo para uma resposta, o raciocínio algébrico visa analisar as relações entre os números para encontrar um valor desconhecido. É por isso que é essencial para o desenvolvimento básico, a habilidade de pensar algebricamente, especialmente em situações de resolução de problemas.

Na próxima sessão, abordamos o ensino de álgebra e os nexos conceituais da álgebra, para isso exploraremos os trabalhos de Moura et al (2010), Sousa (2004), Caraça (1984) e Lanner de Moura (2001).

## **2.4 O Ensino de Álgebra e os Nexos Conceituais Algébricos**

Antes de iniciarmos a discussão sobre o ensino de álgebra e os nexos conceituais algébricos, retomemos as contribuições de Sousa (2004, p. 53), destacados no capítulo 1, que considera nexos conceituais “como elo entre as formas de pensar o conceito, que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens do conceito”. Mais especificamente, destacamos que, “a conexão entre os nexos conceituais da álgebra: fluência, campo de variação e variável formam o conceito de álgebra (Ibidem)”.

Diante do movimento lógico-histórico, apontado pelos historiadores matemáticos, assim como pelos trabalhos realizados pelos pesquisadores matemáticos sobre a análise das concepções de álgebra e de educação algébrica, podemos perceber que as concepções vigentes relacionadas ao ensino da álgebra, ainda, estão fundamentalmente embasadas nas seguintes características básicas: o desenvolvimento da linguagem algébrica em detrimento do pensamento, o ensino de uma linguagem já constituída mediante a apropriação das manipulações algébricas.

Segundo Panossian e Moura (2015, p. 2),

[...] a história e a filosofia da matemática são consideradas como fundamento para constituir e analisar o objeto de ensino da álgebra e não como instrumento didático-metodológico ou recurso de aula. Considera-se que a álgebra apresentada na escola é derivada da álgebra que, historicamente, se constituiu na experiência humana, mas o objetivo na escola é a apropriação

do conhecimento algébrico como elemento que potencializa a formação dos estudantes. Assim, pressupõe-se que o objeto de ensino da álgebra contempla os *nexos conceituais*.

Consideramos que contempla, também, a essência do conhecimento algébrico, que, para Davidov (1988), o modo de organização do ensino deve possibilitar a apropriação desta forma de conhecimento e a formação e o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes.

Entretanto, observamos que no ensino da álgebra, as concepções apresentam um movimento que é estruturado considerando o objetivo de elaboração de generalizações do particular para o geral, ou seja, de generalizações espontâneas, que possibilitem a compreensão dos conceitos desejados.

Mas, segundo Sousa (2004, p. 133), estas propostas como estão sendo apresentadas são insuficientes para levar os estudantes ao desenvolvimento dos conceitos algébricos, a uma compreensão de nexos conceituais algébricos que superem a formação do pensamento algébrico espontâneo, pois “a realidade não é composta apenas por movimentos regulares”.

Mesmo considerando as iniciativas de pesquisadores de apontar para essa preocupação, bem como apresentar caminhos que já foram trilhados em pesquisas de mestrado e doutorado, a escola ainda percorre um caminho no qual prioriza as ações didáticas centradas em formas, em que se pretende construir os conhecimentos matemáticos, generalizando-os de forma espontânea a partir de fórmulas matemáticas (SOUSA, 2004).

Tentando quebrar essa tendência, consideramos que a escola pode se tornar um espaço de formação para todos os sujeitos envolvidos, os alunos, e os professores, pois a revisão das práticas educativas influencia diretamente no desenvolvimento dos conceitos por parte dos alunos.

As pesquisas realizadas por Moura *et al* (2010), Sousa (2004) e Lanner de Moura (2001) apontam para outra perspectiva didática para a álgebra, de um ensino devidamente organizado, que tenta superar essa visão de ensino dominada pelo pensamento empírico.

A perspectiva de trabalhos desses estudiosos está fundamentada na busca da essência, princípio defendido por Vigotski (2009), assim como pelos estudiosos seguidores de sua linha de trabalho. Nesse sentido, busca-se encontrar a essência dos conceitos algébricos, considerando o desenvolvimento de uma visão lógico-histórica do conhecimento algébrico, tendo como princípio que a constituição da essência da álgebra está no próprio movimento da vida.

Observamos nessas pesquisas uma forte influência dos trabalhos de Caraça (1984) nos quais se destaca o conceito de variável como fundamento principal para toda a álgebra fundamental e, conseqüentemente, para *sequências, equações e funções*, os três principais blocos do desenvolvimento algébrico no ensino fundamental (LANNER DE MOURA, 2001).

Considerando esse caráter mutável, variável e de fluência da realidade que nos cerca, nos três blocos citados acima podemos observar a seguinte estrutura: nas sequências, temos a questão da variável, assim, apresentam aspectos relacionados à fluência e a padrão.

Na equação, temos uma relação entre grandezas, em que a mudança do valor de uma grandeza gera uma equação, considerando aquele instante, e influencia no valor a ser determinado. Já na função, temos tanto a questão da interdependência como a questão da fluência, que estão relacionados ao conceito, sendo esses os princípios de sua essência.

Destacamos o trabalho de Panossian e Moura (2015), quando afirmam que ao investigar o

[...] movimento de constituição de um conceito, é que se procurou estudar o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos em busca de elementos que então constituíram os nexos conceituais desta forma de conhecimento. No decorrer deste estudo, destacaram-se os *seguintes elementos: a fluência e o movimento reconhecido nos objetos e fenômenos da realidade objetiva; o controle das quantidades do concreto sensível: o movimento dos campos numéricos; o movimento da linguagem e dos modos de resolução de problemas como forma e conteúdo do conhecimento algébrico; entre o elemento desconhecido e o elemento que varia: o reconhecimento de grandezas variáveis; a necessidade de generalização de objetos e métodos matemáticos* (PANOSSIAN; MOURA, 2015, p.6, grifo nosso).

Ainda em Panossian e Moura (2015), temos que “esses elementos foram se revelando por meio de episódios históricos da álgebra, e foram destacados somente para a exposição nesta pesquisa, mas considera-se que estão inter-relacionados *formando o que seriam os nexos conceituais* do conhecimento algébrico” (PANOSSIAN; MOURA, 2015, p. 7, grifo nosso).

E que “da compreensão desses nexos conceituais, considerou-se como relação estável (essência, ente geral ou célula) do conhecimento algébrico, o estabelecimento de **relação quantitativa entre as grandezas variáveis de forma geral**” (Ibidem, 2015, p. 7, grifo do autor).

Considerando o apoio didático oferecido pela disposição das informações em gráficos e tabelas, organizamos os conteúdos: sequência, equação e função, considerando a essência

desses conceitos e a relação com o ensino, tendo como suporte para elaboração deste quadro o trabalho de Panossian e Moura (2015).

**Quadro 6** – Essência dos principais conteúdos algébricos

Conteúdos	Essência Algébrica	Relação com o Ensino
Sequências	Esse conteúdo tem sua principal característica na fluência, na regularidade que seus elementos apresentam, sendo eles numeráveis, mas não necessariamente contáveis. Para estabelecer uma sequência a partir de elementos quantitativos, é necessário reconhecer que grandezas estão inter-relacionadas, e de que forma essa relação ocorre. Compreendendo essa relação, é possível gerar uma forma que a expresse.	Enfatiza-se a definição de uma lei de formação, pela relação de ordem entre os elementos particulares que aparecem na sequência. Busca-se determinar a lei de formação sem analisar as particularidades que geram a sequência, essas especificidades normalmente são trabalhadas no ensino superior, quando se explora sequências nomeadas conhecidas.
Equação	Esse conteúdo tem sua principal característica na relação entre grandezas, na descrição de uma dada situação, utilizando a linguagem algébrica, considerando que em uma equação temos uma ou mais incógnitas. Uma equação estabelece um momento singular da relação entre grandezas. Por isso, permite encontrar valores singulares e definidos para cada um dos seus elementos. Assim, encontrar o “x” em uma equação, denominado como incógnita, significa encontrar o valor de uma grandeza variável, mas que naquele momento específico está definido ainda que desconhecido.	Destaca-se a necessidade de encontrar o valor desconhecido na equação, por meio de técnicas de resolução, por meio das quais busca-se encontrar os valores que satisfazem a equação. Quando se identifica a equação com uma pergunta, mas não se destacam as grandezas envolvidas, nem a relação entre elas, a equação não é entendida como uma forma singular da relação entre grandezas, mas tratada de forma técnica. Há uma confusão entre equações e funções, quando nos referimos, por exemplo, à análise gráfica ou a raiz.
Função	A essência do conceito de função está na interdependência e na fluência. O avanço do estudo de diferentes funções, sendo ela de primeiro ou de segundo grau, logarítmicas, exponenciais, modulares, trigonométrica, ou de outro tipo, abarca a essência do conhecimento algébrico em sua forma mais desenvolvida. Por meio das funções, se identificam e relacionam grandezas de naturezas diferentes, sejam elas	No ensino, são enfatizadas as características de diferentes funções: as raízes das funções, seus gráficos, o estudo de sinal da função. As funções são, em geral, tratadas como objetos com fim em si mesmos, e aprofundadas matematicamente. Comumente esse conteúdo é trabalhado sem a possibilidade dos alunos explorarem realmente as relações e buscando estabelecer modelos. O significado de uma função como instrumento para

	numéricas, matriciais, vetoriais, trigonométricas, ou de outros tipos, por meio de diferentes operações matemáticas, a se considerar adições, subtrações, multiplicações, divisões, radiciações, potenciações, dentre outras. O estudo avançado de funções permite que se observem propriedade e se criem expressões gerais que apanhem o movimento dos fenômenos na realidade objetiva, na medida em que se conhecem neles certas regularidades.	compreender a realidade não é destacado, e o reconhecimento das diferentes grandezas e suas relações se torna um conhecimento em segundo plano.
--	---	---

Fonte: Adaptado de Panossian e Moura (2015, p.8).

Considerando o objeto de estudo deste trabalho, que é o desenvolvimento de pensamento e da linguagem algébrica, e o conteúdo a ser explorado, equações, destacamos, porém, que este caráter geral da equação dissipa-se, quando estamos interessados em determinar um valor numérico para a variável, ou seja, quando resolvemos a equação.

Em uma situação específica dentro do movimento de variação quantitativa, sempre é possível determinar um momento particular e, dentro de um grupo de variáveis, podemos sempre determinar um valor numérico específico.

Isto é, em um caso particular, quando temos o objetivo de determinar o valor da incógnita, temos um instante, em que a relação entre grandezas, se torna a relação entre valores numéricos. Por esses fatores, e considerando a fundamentação teórica deste trabalho, consideramos a equação como uma ferramenta para a função.

Destarte, considerando a fundamentação algébrica desenvolvida neste capítulo, em que apresentamos o movimento lógico-histórico, com o desenvolvimento das descobertas históricas, as concepções de álgebra e a regulamentação oficial do ensino de álgebra existente nos PCN, temos mais condições de argumentar e compreender a relação dos nexos conceituais, e, mais especificamente, que os nexos conceituais estão envolvidos no ensino das equações por meio do movimento das grandezas no sentido quantitativo e qualitativo, na percepção e na consciência das relações de fluência, considerando o desenvolvimento do conceito de variabilidade.

Destacamos as diferentes formas de se expressar que utilizam a linguagem, utilizadas na sala de aula, considerando o ensino algébrico, a oralidade, a palavra escrita e a linguagem matemática, que são utilizadas para a compreensão desse movimento dos nexos conceituais, e suas diferentes representações e formas.

Assim podemos concluir que as equações, constituem uma forma de linguagem e de pensamento matemáticos que representa um estado dos movimentos das quantidades. A seguir abordaremos as dificuldades no ensino de álgebra, considerando os estudos realizados por Figueiredo.

## 2.5 Dificuldades no Ensino da Álgebra

Percebemos, ao revisar a literatura, que os trabalhos envolvendo álgebra estão principalmente centrados no ensino superior, com relação à álgebra linear. Ao focarmos nossa coleta de publicações existentes sobre a aprendizagem e o ensino da álgebra escolar, ressaltando as contribuições de cada um e indicando campos de pesquisa a que os estudiosos dessa área se dedicam, constatamos que há uma escassez entre pesquisas sobre essa temática.

No trabalho de Figueiredo (2007), encontramos resultados de pesquisas sobre as dificuldades em tratar questões algébricas por alunos de diferentes níveis de ensino, assim como a identificação de alguns dos seus principais fatores.

Podemos observar alguns desses resultados no Quadro 7, onde são apresentados os pesquisadores levantados por Figueiredo (2007), a idade ou nível de ensino dos sujeitos pesquisados, os erros nos processos de resolução de equações analisados e as observações dos pesquisadores.

**Quadro 7**– Pesquisas sobre questões algébricas – tipos de erros no processo de resolução de questões algébricas segundo Figueiredo (2007)

Pesquisador	Idade ou nível de ensino do sujeito da pesquisa	Tipos de erros no processo de resolução de questões algébricas	Observações dos pesquisadores
Carry (1980)	Estudantes universitários	Erro de cancelamento foi o mais comum na simplificação de expressões durante a resolução de equações	O erro dos alunos descrito por CARRY (1980) pode ser interpretado como falha na atribuição de significado à expressão algébrica ou então como necessidade percebida pelo aluno de expressar, logo após o

			símbolo de igualdade, o resultado de uma operação.
Bell (1987)	Alunos de 14 anos	Problemas em enunciados em língua natural que conduzem os alunos a construir a escrita de equações algébricas correspondentes a esses enunciados	Os alunos apresentavam dificuldades em construir algumas expressões algébricas oriundas de frases apresentadas em linguagem natural
Brown (1988)	Estudantes de escolas secundárias	Os estudantes frequentemente não são capazes de aplicar conhecimentos algébricos e geométricos em situações de resolução de problemas.	Os estudantes recorrem à memorização de regras e procedimentos, acabando por acreditar que essa atividade constitui a essência da álgebra.
Melo (2003)	Estudantes universitários	Os alunos não sabiam com um mínimo de profundidade atribuir significado a expressões: $2x+5 = 36$ , $U=R$ ; Um número mais o seu quádruplo é igual a 36.	Embora os alunos graduação tivessem certa facilidade em manejar técnicas para a resolução de sistemas de equações algébricas e operações com polinômios, aplicavam seus conhecimentos sem atribuir significado às ações. Entende-se que o uso frequente destas estratégias faz com que a álgebra seja vista somente como uma “linguagem formal” e como um instrumento que possibilita a resolução de “problemas de certo tipo”. Desenvolvendo uma noção equivocada do que seja álgebra.

Fonte: Adaptado de Figueiredo (2007, p. 17-21).

Pretendemos em pesquisas futuras fazer uma atualização desses estudos realizados por Figueiredo (2007), considerando as pesquisas que vem sendo realizadas sobre o ensino de álgebra.

Figueiredo (2007) destaca que falhas são detectadas no conhecimento dos alunos em diferentes níveis de ensino sobre tópicos elementares de álgebra, inclusive universitários que são sujeitos que entram em contato com esse conteúdo desde o ensino fundamental.

Essas dificuldades são referentes a tópicos como somar termos semelhantes em expressões algébricas ou utilizar o princípio (aditivo ou multiplicativo) da igualdade em equações algébricas. Assim como,

Dificuldades em se expressar por escrito utilizando uma linguagem simbólica adequada, na resolução de problemas; dificuldades em manipular símbolos algébricos, principalmente os envolvidos em problemas que mobilizam fatoração e simplificação de expressões algébricas; dificuldades em interpretar questões das atividades propostas quando essas questões requerem que sejam feitas conjecturas para obter mais de uma possível resposta correta (FIGUEIREDO, 2007, p. 20).

Nestas investigações, além das dificuldades dos alunos em lidar com tópicos algébricos elementares, percebe-se, pelas análises dos pesquisadores, que determinadas competências algébricas foram construídas por alguns alunos e que outras ainda não o foram.

Estas dificuldades referem-se ao significado das letras, à compreensão das notações e convenções dos alunos em álgebra e à capacidade de analisar e simbolizar os métodos que eles usam em aritmética.

Além da percepção de que os alunos, em diferentes níveis de ensino, não apresentam compreensão de conceitos algébricos elementares, esses dados fizeram-nos refletir sobre a prática pedagógica do professor-pesquisador, pois nos estudos nesta pesquisa houve a preocupação de desenvolver situações didáticas para que os alunos atribuíssem significado ao conceito algébrico abordado, permitindo que discutissem e socializassem informações com o objetivo de trabalhar tal conceito.

Apresentar essas dificuldades é importante para as pesquisas, pois considerando amenizar esses fatores, podemos tomar iniciativas que viabilizem uma melhor compreensão dos conceitos algébricos.

Portanto, após a apresentação da fundamentação teórica, que perpassou os capítulos 1 e 2 deste trabalho, podemos adentrar nos aspectos metodológicos, no caso a ser analisado,

conhecendo os sujeitos da pesquisa e as intervenções didáticas as quais foram elaboradas e vivenciadas durante o ano de 2014.

### **3. A TRAJETÓRIA METODOLÓGICA: A ELABORAÇÃO DAS ATIVIDADES**

A metodologia da pesquisa se apoia em uma abordagem qualitativa numa visão dialética. Esta perspectiva possibilita coletar os dados da realidade em seu movimento, considerando que o pesquisador estará inserido no contexto, analisando o caso em suas especificidades a partir das suas apreensões do objeto de estudo e dos referenciais teóricos nos quais se fundamenta.

Na pesquisa qualitativa “o dado é inseparável do processo de construção teórica no qual adquire legitimidade” (GONZÁLEZ REY, 2005, p.100), em que o objeto de estudo “aparecerá somente quando o sujeito tiver uma base de leitura e de maturidade pessoal que lhe permita a representação do problema” (GONZÁLEZ REY, 2005, p.87).

Como procedimentos de pesquisa, realizamos pesquisa bibliográfica, documental e de campo. Na pesquisa bibliográfica, fundamentada na teoria histórico-cultural, os conceitos de pensamento e linguagem, bem como as suas relações foram construídos segundo Vigotski.

A teoria da atividade e a teoria da atividade de estudo, a partir dos pressupostos de Leontiev e Davidov, além de outros pesquisadores apoiadores a teoria histórico-cultural, que possuem como objeto de estudo a álgebra.

Na pesquisa documental, foram realizadas as análises dos PCN, os registros do desenvolvimento lógico-histórico dos conhecimentos algébricos, os documentos que regulamentam o ensino na escola pesquisada, o PPP, o planejamento do professor, dentre outros registros, apresentados nos capítulos de fundamentação teórica deste trabalho.

A pesquisa de campo consistiu num experimento didático, embasado na teoria histórico-cultural, na elaboração das atividades de estudo, desenvolvimento das atividades e análise dos dados coletados a partir dos pressupostos da teoria adotada.

Como já destacado, para isso, foi criado um grupo de estudo, onde foram realizadas sessões de estudo, entre o pesquisador e o professor da turma pesquisada, fornecendo suporte para elaboração coletiva das atividades de estudo; observação de algumas aulas pelo pesquisador; elaboração e proposição da atividade de estudo.

Os dados coletados no estudo de grupo, na observação da atividade, no registro dos alunos, foram analisados, levando em consideração o aporte teórico no qual está fundamentada a pesquisa.

Compreendemos que o pesquisador está em atividade de pesquisa quando organiza suas ações de forma intencional e consciente, buscando encontrar

procedimentos teórico-metodológicos que permitam explicar suas indagações e respeito do objeto investigado. Dessa forma, a organização das ações que permitem a objetivação de seus motivos de investigação implica a escolha de determinadas ferramentas que viabilizam a condução da pesquisa. A ferramenta não contém como característica inerente a possibilidade de explicar o fenômeno, o que permite tal explicação é o processo teórico de análise e síntese dos dados obtidos por meio dessa ferramenta (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010, p. 43).

Considerando que nosso propósito como pesquisadores é analisar dialeticamente o processo ensino e aprendizagem, encontramos subsídios na teoria histórico-cultural, (LIBÂNEO; FREITAS, 2013), pois assim como Vigotski (2009), procuramos compreender a natureza do comportamento humano como parte do desenvolvimento histórico, pois a base da teoria histórico-cultural é a compreensão do caráter histórico do desenvolvimento das funções psíquicas superiores.

Podemos considerar ações conscientes controladas, a atenção voluntária, a memória ativa, o pensamento abstrato, a percepção, o comportamento intencional, o pensamento, a linguagem. São consideradas superiores porque se diferenciam de mecanismos elementares e ações automatizadas (PANOSSIAN, 2008).

Para Davidov (1999), é necessário formular o pensamento dialético em todas as etapas da educação para desenvolver nos alunos capacidades criativas, ativismo, independência, enfim, o desenvolvimento de sua personalidade, pois “somente a consciência e o pensamento dialéticos é que são capazes de solucionar as contradições. Por isso o que se costuma chamar de pensamento teórico é que é o pensamento dialético” (DAVIDOV, 1999, p. 6).

Vigotski (2009) considerou em seus trabalhos esse princípio, ao desenvolver o método histórico-cultural a partir da articulação entre os aspectos externos e internos do indivíduo, de maneira dialética, considerando sempre as relações entre o sujeito e a sociedade à qual pertence. Para o autor, todo conhecimento é construído a partir da interrelação entre as pessoas e da interrelação do indivíduo. Ao estudar o ser humano é necessário considerar, numa perspectiva dialética, o seu desenvolvimento natural e cultural.

Estudando a natureza psicológica no processo de formação de conceitos, Vigotski (2009) considera o método de definição, que consiste em investigar conceitos já formados, por meio da definição verbal de seus conteúdos, em que o material que serve de base à elaboração do conceito, e a palavra através da qual ele surge, pois para ele, a palavra “é o traço distintivo central de todo o processo” (VIGOTSKI, 2009, p. 153).

Ressaltamos que “o desenvolvimento dos conceitos, dos significados das palavras (signos linguísticos), pressupõe o desenvolvimento de muitas funções intelectuais: atenção deliberada, memória lógica, abstração, capacidade para comparar e diferenciar” (VIGOTSKI, 2011, p. 83).

Segundo Aquino (2013), uma didática que não conduza ao desenvolvimento das funções psicológicas superiores, ou seja, da formação integral da personalidade, não tem razão de existir. Esse autor ainda afirma que no plano da didática, a instrução, o desenvolvimento e a educação se efetivam, fundamentalmente, por meio do processo de ensino-aprendizagem-desenvolvimento.

Para Davidov (1999), o pensamento teórico só se desenvolve na escola, com programas organizados a partir da compreensão dialética do pensamento. Para a formação do pensamento teórico do aluno, no entanto, é necessário organizar o ensino de modo que este realize atividades adequadas para a formação desse pensamento. A essência dessa atividade está na explicação de Davidov.

A essência da atividade e da consciência está definida, como sabemos, nas obras escritas por autores clássicos do marxismo-leninismo. A *categoria* filosófica da *atividade* é a abstração teórica de toda a prática humana que tem um caráter histórico-social. A forma inicial de todos os tipos de atividade humana é a prática histórico-social do gênero humano, ou seja, a atividade laboral, coletiva, adequada, sensório-objetal, transformadora, das pessoas. Na atividade se revela a universalidade do sujeito humano. (DAVIDOV, 1986, p. 15, grifo nosso).

Para Aquino (2013), “O método de pesquisa deve considerar as diversas facetas do sistema didático experimental que tem influência sobre o desenvolvimento dos escolares, envolvendo suas relações sistemáticas, tanto as internas como as externas.” (AQUINO, 2013b, p. 4). O nosso método de pesquisa caracteriza-se como um experimento didático,

[...] se os nossos objetos de estudo são *processos conscientes*, e a metodologia de trabalho precisa se corresponder com a natureza do objeto estudado, como bem nos ensina Vigotski, a Didática Desenvolvimental precisa de métodos que se adéquem à *natureza processual* de seus objetos de estudo. Um desses métodos é o *experimento didático-formativo* (Ibidem, p. 3, grifo nosso).

A planificação do procedimento de intervenção “didático-formativo permite entender como ele estrutura-se e desenvolve-se sob as bases dialéticas” (FRANCO, 2015, p. 57) e como essas condições ajudam a realizar os movimentos “de ascensão do abstrato ao concreto,

e o de redução do concreto ao abstrato” (DAVIDOV, 1986, p. 85). “Esse movimento se processa na realidade concreta mediado pelas análises e sínteses da lógica e dos princípios da dialética, do aporte teórico do ensino e didática desenvolvimental, das contradições e relações dos sujeitos entre si no ensino-pesquisa-estudo” (FRANCO, 2015, p. 57). Portanto, se processa no pensamento e na prática.

Para Aquino (2013b), trata-se de um método que pertence ao âmbito das ciências pedagógicas, especificamente à didática, aonde “o *método do experimento didático-formativo* vai além de método de pesquisa, convertendo-se, também, em método de ensino e educação experimentais” (AQUINO, 2013b, p. 15, grifo do autor).

Vários autores, pesquisadores da teoria histórico-cultural, realizaram pesquisas envolvendo esse método de investigação. Nessas pesquisas encontramos diferentes denominações para essa estratégia metodológica, como experimento formativo; experimento didático; experimento didático-formativo e experimento de ensino. Dentre os estudiosos dessa estratégia metodológica ressaltamos os autores Davidov (1988), Libâneo (2009) e Freitas (2010).

O experimento didático é um modo de pesquisar a atividade de ensino do professor e a atividade de aprendizagem do aluno no contexto da sala de aula.

No caso da pesquisa em educação cujo objeto é a atividade pedagógica expressa nas relações de ensino e aprendizagem, isso requer investigar as ações de professores e estudantes não apenas de maneira descritiva, mas fundamentalmente compreendendo a origem dessas ações, os motivos da atividade e quais são os sentidos atribuídos. Dessa forma, é necessário investigar não apenas quais são as ações em curso na atividade pedagógica, mas também o que impulsionou tais ações, quais são seus significados sociais e os sentidos pessoais atribuídos pelos sujeitos (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010, p. 41).

Desse modo, o experimento didático pode ser caracterizado como sendo a pesquisa da prática de ensino, para a prática de ensino e com a prática de ensino.

O experimento didático formativo visa analisar mudanças qualitativas no pensamento do sujeito em função de seu aprender e a partir de certo modo de ensinar. As mudanças são investigadas como processos inseparáveis do aprendizado e decorrentes da realização de uma tarefa. A tarefa e seus passos estruturam-se em torno de determinado conceito científico a ser aprendido. (FREITAS, 2010, p. 60).

Para Davidov (1999), o pensamento teórico só se desenvolve na escola, com programas organizados a partir da compreensão dialética do pensamento. Para a formação do pensamento teórico do aluno, no entanto, é necessário organizar o ensino de modo que este realize atividades adequadas para a formação desse pensamento.

Na atividade podemos perceber o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, para isso, “na análise de um fenômeno, o investigador deve separar os elementos que possuem caráter de universalidade, aquilo que é essencial na determinação universal do objeto” (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010, p. 38).

Por sua vez, a essência do fenômeno na sua forma mais desenvolvida não se apresenta ao pesquisador de forma imediata, mas sim de maneira mediada, e essa mediação é realizada pelo processo de análise, o qual trabalha com abstrações. Trata-se do *método dialético* de apropriação do concreto pelo pensamento científico através da mediação do abstrato. A análise seria um momento do processo de conhecimento, necessário à compreensão da realidade investigada em seu todo concreto (DUARTE, 2000, p. 4, grifo nosso).

Compreender a fundamentação teórica que fornece a base desta pesquisa, assim como as concepções utilizadas é indispensável para se entender a formação do grupo de estudo no colégio onde ela foi realizada. Assim como no trabalho de Franco (2015), o grupo de estudo foi criado com o objetivo de colaborar com a realização desta pesquisa, mas também com o intuito de desenvolver pesquisas interventivas na realidade educacional brasileira, em seus diversos níveis de ensino, com o desenvolvimento do procedimento de intervenção didático-formativo.

Para o grupo, esse procedimento possibilita influir de forma transformadora, mais humanizadora, e dialética, nos processos didáticos (ensino) e formativos (psíquicos), tendo como eixo articulador o trabalho educativo e formação, processos de apropriações e objetivações genéricas para si, que se efetivam pela atividade de ensino do professor. Por isso, se situa na confluência dos campos da didática, da pedagogia e da formação humana psíquica.

Conforme observa Aquino (2013), “toda pesquisa se realiza necessariamente por etapas, em dependência do objeto de estudo, do contexto e da metodologia de trabalho.”. Assim, neste capítulo, pretendemos descrever o caminho metodológico adotado para a elaboração das atividades, que foram organizadas, considerando a formação do grupo de pesquisa; a fundamentação teórica do grupo; o diagnóstico da realidade onde a pesquisa foi

realizada; o planejamento, a elaboração coletiva das atividades e o desenvolvimento da unidade didática de ensino.

### **3.1 Uma Proposta de Trabalho Colaborativo**

Normalmente as atividades elaboradas pelos pesquisadores em programas de Pós-Graduação são elaboradas em conjunto com o orientador, e, na grande maioria dos casos, os professores das escolas não participam desta elaboração. Considerando a complexidade da teoria envolvida, que fundamenta os princípios da atividade, a introdução do professor, que colabora na pesquisa cedendo seu espaço de sala de aula, pode ser feita em nossa concepção na elaboração da atividade também, desde que seja dado espaço a ele de se formar e contribuir no desenvolvimento da pesquisa.

Outro fator decisivo para essa opção é o reconhecimento da pesquisa realizada pelo professor da educação básica, que pode contribuir tanto quanto os pesquisadores do ensino superior. Nesse sentido, destacamos nossa preocupação quanto a pesquisas com resultados significativos que não chegam até a sala de aula, ficando engavetadas na academia.

Como também trabalhos de professores das escolas de educação básica em que se desenvolveram estratégias para minimizar a dicotomia entre a teoria e a prática, mas não são valorizadas pelos professores do ensino superior. Esse distanciamento entre a produção de conhecimento na academia e na escola pode ser minimizado, considerando formações de grupos de estudo e pesquisa. Acreditamos na possibilidade de relação e de construção conjunta de conhecimento entre esses profissionais, bem como de outros agentes da educação.

Além disso, reconhecemos a escola como sendo um local privilegiado de formação de professores. Podemos encontrar esse princípio nos trabalhos de Canário (1998), Moura (2000, 2010) e Núñez (2009), que ressaltam a prioridade de formações que possuam como foco a escola, onde possam ser promovidas mudanças efetivas, tendo como princípio o processo de humanização.

O professor se forma também na escola. A formação desse professor se dá também por meio do trabalho. A formação que considera o espaço escolar, como ambiente de reflexão e ação das práticas docentes, auxilia o professor nos seus problemas, nas suas práticas pedagógicas (NÚÑES, 2009). A defesa da formação também na escola relaciona-se à

concepção de formação que tem como princípio essencial a articulação entre a teoria e a prática.

Neste sentido, considerando a possibilidade de um trabalho colaborativo, que contribuísse na formação do professor e do pesquisador, assim como dos demais professores envolvidos com esta proposta de pesquisa, de maneira direta ou indireta, sendo eles, a professora orientadora, colegas de trabalho do OBEDUC, outros professores da escola, estagiários da escola dentre outros, propusemos a criação de um grupo de estudo, com o objetivo de contribuir na fundamentação teórica dos sujeitos, e por consequência contribuir na sua formação teórico-prática.

Consideramos que essa proposta “contribui para a construção da autonomia didático-pedagógica dos professores e, assim, para um processo de não alienação do próprio trabalho” (MORETTI, 2007, p. 25). Visando apresentar a realidade objetiva em que as atividades de ensino foram elaboradas, apresentaremos na próxima sessão a escola em que foi realizada a pesquisa, sua realidade em considerando seu projeto, o número de docentes e discentes. Além da organização das atividades do grupo de estudo.

### **3.2 Espaço de construção colaborativa: a escola como local de pesquisa e reunião do grupo de estudo**

Considerando a autorização de exposição da instituição em que foram realizadas essas atividades, ressaltamos que o espaço utilizado foi o da Escola de Educação Básica (ESEBA) da Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Esse foi o local onde foram realizadas as reuniões do grupo, que totalizaram 25 encontros, as observações e as intervenções, em 57 dias letivos de aulas.

A definição por este espaço se deve à necessidade e praticidade em relação a deslocamento e a outros aspectos, considerando que a pesquisadora trabalha nesta instituição federal de ensino desde 2008, sendo os dois primeiros anos como contratada e a partir de 2010 como professora efetiva. Para que fosse possível fazer as intervenções, solicitou a transferência para o turno da noite, ficando o período da manhã disponível para as reuniões e acompanhamento da turma pesquisada.

Considerando os procedimentos necessários para realização de uma pesquisa nesta escola, iniciamos com uma apresentação da proposta de pesquisa com um resumo; a descrição

da participação dos sujeitos da pesquisa; a apresentação do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) a ser assinado pelos participantes ou por seus responsáveis; e possíveis resultados e benefícios da proposta de pesquisa, para a direção da escola, a coordenação pedagógica da escola, a coordenação da área de matemática e aos professores da área de matemática por estarem envolvidos de forma direta ou indireta, pois foi dada a oportunidade a todos de participar das discussões.

Além desse procedimento exigido pela escola, só iniciamos as intervenções após o parecer favorável do Comitê de Ética e Pesquisa (CEP). Esta pesquisa passou por dois CEP, o da UNIUBE e o da UFU. O da UNIUBE por ser a instituição em que se registra o mestrado. E na UFU, devido a uma exigência das normativas da ESEBA, para pesquisas realizadas neste espaço. Nas duas Instituições de Ensino Superior (IES), tivemos variabilidade de tempo, para o parecer. Na UNIUBE, do envio até o aceite, esse processo se deu em um período de aproximadamente 3 meses. Já na UFU, esse período se estendeu por 5 meses.

Compreender o espaço em que realizaremos a pesquisa é importante, para compreender a diversidade desses locais. A ESEBA local onde realizamos este trabalho é um colégio vinculado a uma universidade. Por isso encontra características diferentes que apresentaremos no próximo subitem.

### 3.2.1 A Escola Pesquisada

A ESEBA é uma instituição de ensino que atende atualmente discentes da educação infantil e do ensino fundamental, na modalidade regular, e na Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Fundada em 1977, originalmente esta escola estava inserida numa instituição de ensino superior privada, criada com o objetivo de atender aos filhos dos funcionários desta instituição. Assim, antes mesmo da federalização a até então denominada Universidade de Uberlândia (UnU) já havia criado a escola, que neste período era denominada Escola Pré-Fundamental Nossa Casinha.

Cumprindo seu objetivo, inicialmente recebia matrículas exclusivamente de filhos de professores e técnicos administrativos da UnU. As crianças atendidas nesta escola tinham faixa etária de dois a seis anos, compreendendo o período antes da alfabetização, sendo sua

finalidade oferecer aos servidores desta universidade privada uma melhor oportunidade em termos de educação para seus filhos.

Destacamos que a sua fundação, ocorreu num momento singular da história da UnU, pois, essa passava por um processo de expansão, assim como a concretização da sua federalização, que contribuiu para ampliação de vagas e cursos, além de implicar na necessidade de ter profissionais mais qualificados em diferentes áreas de conhecimento.

No dia 01 de março de 1977, no Campus Umuarama, a Escola Pré-Fundamental Nossa Casinha iniciou suas atividades. Neste primeiro ano de funcionamento a escola só possuía trinta matrículas, compreendendo as classes do maternal e da pré-escola.

No ano de 1980, foi aberta uma segunda unidade no Campus Santa Mônica, possibilitando o atendimento de um maior número de crianças, e também uma maior comodidade para os pais. Nesta unidade o atendimento era apenas para a pré-escola, já na unidade do Campus Umuarama, neste mesmo período, foram iniciadas turmas dos primeiros anos da alfabetização e mantiveram-se os níveis de ensino do pré-escolar e do 1º Grau até a 2ª série.

Destacamos que após a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases de 1996 - LDB/1996, o ensino Pré-Escolar passou a ser denominado de Educação Infantil e o 1º Grau foi nomeado de Ensino Fundamental.

Em 1981, a Escola Pré-Fundamental Nossa Casinha foi legalizada junto aos órgãos superiores da UFU com o nome de Escola Nossa Casinha – Pré-Escolar e 1º Grau da Universidade Federal de Uberlândia. Em 30 de agosto de 1983, o Conselho Universitário da UFU (CONSUN/UFU) aprovou, por meio da Resolução 01/1983, a atual denominação: Escola de Educação Básica da Universidade Federal de Uberlândia. Nesse mesmo ano, ocorreu a mudança para o endereço atual, no Campus Educação Física, na Rua Adutora São Pedro, n.º 40.

A ESEBA, em 1988, deixou de ser uma escola, que atende exclusivamente a filhos de funcionários, passou de “escola benefício” para uma “escola pública”, uma escola federal. Posteriormente, a exemplo de outras dezesseis escolas existentes em outras universidades federais no país, a ESEBA passou a ser considerada pelo Ministério da Educação como Colégio de Aplicação (CAp).

Com a alteração de sua finalidade, a Pró-reitoria de Pesquisa e Pós-graduação (PROPP), a Pró-reitoria Estudantil e de Extensão (PROEX), juntamente com o Conselho de

Ensino, Pesquisa e Extensão da UFU (CONSEP), estabeleceram o sistema de sorteio público para o ingresso de alunos na educação infantil e no ensino fundamental.

Em 1991, a ESEBA criou o Projeto Supletivo para a EJA, voltado preferencialmente aos servidores da UFU, como forma de alfabetizar e melhorar a sua escolaridade. Esse projeto continua em vigor, atendendo não só os funcionários da instituição que ainda necessitam de qualificação, mas também a comunidade.

Essa proposta atualmente tem sofrido algumas modificações ao ser inserida no Programa Nacional de Integração da Educação Profissional (PROEJA) com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos, onde a escola passará a oferecer cursos técnicos profissionalizantes e o ensino fundamental, a partir do segundo semestre de 2015, mantendo as quatro turmas para as séries finais do ensino fundamental e um curso técnico. Isso só foi possível devido a parcerias estabelecidas com o Instituto Federal do Triângulo Mineiro (IFTM).

Em 2013, por meio da Portaria nº 959, do Ministério da Educação (MEC), de 27 de setembro de 2013, é regulamentado o funcionamento dos CAp, que até então respondiam a regulamentações estabelecidas em reuniões do CONSEP das universidades. Destacamos alguns artigos deste decreto, principalmente os relacionados à finalidade deste tipo de instituição de ensino.

Art. 2º - Para efeito desta Portaria, consideram-se Colégios de Aplicação, as unidades de educação básica que têm como finalidade desenvolver, de forma indissociável, atividades de ensino, pesquisa e extensão com foco nas inovações pedagógicas e na formação docente.

Art. 4º - Os Colégios de Aplicação obedecerão às seguintes diretrizes:

I - oferecimento de igualdade de condições para o acesso e a permanência de alunos na faixa etária do atendimento;

II - realização de atendimento educacional gratuito a todos, vedada a cobrança de contribuição ou taxa de matrícula, custeio de material didático ou qualquer outro;

III - integração das atividades letivas como espaços de prática de docência e estágio curricular dos cursos de licenciatura da Universidade; e

IV - ser o espaço preferencial para a prática da formação de professor realizada pela Universidade, articulada com a participação institucional no Programa de Incentivo à Docência - PIBID e nos demais programas de apoio à formação de docentes.

Art. 5º - Os Colégios de Aplicação terão sua qualidade e eficiência aferidas pelos indicadores oficiais do Ministério da Educação - MEC.

Art. 7º - As Universidades Federais devem adotar as medidas necessárias para que os Colégios de Aplicação cumpram as seguintes metas:

I - garantia da participação dos estudantes nos sistemas de avaliação da educação básica do Ministério da Educação; e

II - oferta de 100% (cem por cento) das vagas dos Colégios de Aplicação de forma aberta (BRASIL. MEC, 2013).

A demora para a regulamentação destas instituições de ensino pelo MEC está relacionada ao número muito pequeno de escolas, consideradas CAP, em todo território nacional. Existem apenas 17 colégios cujos funcionamentos estão relacionados a um Instituto Federal de Ensino Superior (IFES). No quadro, a seguir, constam todos os Cap e os IFES relacionados.

**Quadro 8** - Colégios de Aplicação brasileiros

Instituto Federal de Ensino Superior	Unidade de Educação Básica
1. UFPA	Colégio de Aplicação
2. UFRN	Núcleo de Educação Infantil
3. UFPE	Colégio de Aplicação
4. UFS	Colégio de Aplicação
5. UFJF	Colégio de Aplicação João XXIII
6. UFV	Colégio de Aplicação
7. UFU	Escola de Educação Básica (ESEBA)
8. UFRJ	Colégio de Aplicação
9. UFRGS	Colégio de Aplicação
10. UFSC	Colégio de Aplicação
11. UFSC	Núcleo de Desenvolvimento Infantil (NDI)
12. UFG	CEPAE
13. UFMG	Centro Pedagógico (CP)
14. UFMA	Colégio Universitário (COLUN)

15. UFRR	Colégio de Aplicação
16. UFF	Colégio de Aplicação
17. UFAC	Colégio de Aplicação

Fonte: Diário Oficial de União de 27 de setembro de 2013. nº 189, na seção 1, página 9

Mesmo passando pelos problemas que as escolas públicas vivem, o espaço físico, a proposta curricular, o quadro de pessoal, o regime de trabalho, o plano de qualificação docente, a organização do tempo de trabalho escolar e o número de alunos por sala de aula contrastam com a realidade das escolas dos sistemas municipais e estaduais de ensino. A ESEBA, desde sua origem, apresenta estes e outros aspectos relacionados com as condições de trabalho que a diferenciam, quando comparada com a realidade das demais escolas públicas de Uberlândia e região.

Não foi possível obter dados atualizados, com relação aos alunos na escola, devido ao concurso público que foi realizado durante o ano de 2014, para os cargos administrativos na universidade. Deste modo, os profissionais que ingressaram na secretaria escolar estavam em processo de treinamento, e o pessoal responsável durante esse período era terceirizado.

Além desse fato, as atualizações são feitas por planos quadrienais, de quatro em quatro anos. Portanto, os dados atualizados da instituição tanto ao que se refere ao corpo discente e docente, serão disponibilizadas no final do ano 2015. Como é posterior a finalização deste trabalho, apresentamos os dados de 2011.

Assim segundo dados da secretaria escolar, apresentados na tabela, a seguir, no ano de 2011, a ESEBA atendia 929 alunos em 40 turmas, assim distribuídos na Educação Infantil, Ensino Fundamental e Educação de Jovens e Adultos.

**Tabela 1** - Corpo Discente da ESEBA – 2011

Nível de Ensino	Segmento	Alunos	Número de Turmas
1º Ciclo	Educação Infantil 1º e 2º períodos	151	08
	Alfabetização Inicial 1º, 2º e 3º anos	225	10
2º Ciclo	Ensino Fundamental 4º, 5º e 6º anos	234	09
3º Ciclo	Ensino Fundamental 7º, 8º e 9º anos	232	09
EJA	Ensino Fundamental 6º, 7º, 8º e 9º anos	87	04
Total		959	40

Fonte: Secretaria Escolar da ESEBA.

No primeiro ciclo, no 1º período, no 2º período e no 1º ano, existem quatro turmas, de cada um deles. No 2º Ciclo e 3º Ciclo, assim como no 2º ano e 3º ano, a escola conta com três turmas, por anos de ensino. E na EJA, há apenas uma turma para cada ano de ensino oferecido.

Segundo dados da secretaria administrativa de pessoal docente, no início de 2011, a ESEBA, possuía 131 profissionais, sendo 114 docentes, dos quais 90 são efetivos, possuindo titulações que vão de graduados a pós-doutores, e 24 docentes substitutos que são mestres, especialistas e graduados, além de 17 técnicos administrativos lotados nos diversos setores da escola, informações organizadas na próxima tabela. Os serviços de vigilância e limpeza são terceirizados, assim como em toda a universidade.

**Tabela 2** - Docentes da ESEBA – 2011

Professores	Titulação					Total
	Graduado	Especialista	Mestre	Doutores	Pós-doutores	
Efetivos	08	28	46	07	01	90
Substitutos	12	06	06	00	00	24
Total	20	34	52	07	01	114

Fonte: Secretaria Administrativa da ESEBA.

Pelos dados apresentados na tabela a cima, podemos perceber que o número de professores efetivos é alto. Isso se deve a concursos públicos que ocorreram nos anos de 2010 e 2014. Além do planejamento de reposição de quadro efetivo, perante aposentadoria, ou exoneração de servidores públicos de universidades.

Outra característica da ESEBA, apresentada no quadro, é a qualificação dos professores. A escola como uma unidade dentro da UFU, conta com plano de carreira, que incentiva os professores a se qualificarem. Como é uma escola de educação básica, pela regulamentação legal, não é necessário ter qualquer tipo de pós-graduação para prestar concurso nesta instituição, mas os profissionais com maior qualificação recebem maior nota em seu currículo, durante os processos seletivos e concursos públicos. Depois de conhecer um pouco da história do CAp onde realizamos a presente pesquisa, abordamos os documentos que regulamentam essa instituição, no próximo subitem.

### 3.2.2 O Projeto Político Pedagógico da Escola

Segundo Aquino (2013), é importante fazer um diagnóstico da realidade que envolve a escola. Esse autor defende que o pesquisador deve conhecer a realidade da escola, a prática pedagógica adotada, o Projeto Político-Pedagógico (PPP) da escola, o Plano de Ensino do Professor, além do perfil social, a caracterização psicopedagógica e outras informações referentes à turma de alunos pesquisada. Na esteira das contribuições de Aquino (2013), buscamos compreender a história da fundação da escola, assim como a sua federalização.

Ampliando as investigações, percebemos que o PPP da escola, já vinha sendo reformulado desde 2010, e que ainda não tinham sido finalizadas as modificações.

Nesse sentido, apresentamos o documento do PPP vigente até o início do ano de 2014, antes de iniciarmos as intervenções desta pesquisa. Os dados que se seguem foram obtidos a partir de pesquisa nos documentos da escola (PPP, secretaria e arquivos), bem como de questionamentos com professores e a equipe pedagógica da escola. Justificamos aqui que não é nosso objetivo fazer uma análise do projeto, mas sim fazer uma breve apresentação. Mas não desconsideramos a possibilidade de fazermos este trabalho em pesquisas posteriores.

O PPP regulamenta a organização e o funcionamento da ESEBA, de acordo com o disposto na legislação federal vigente, no Regimento Geral da UFU e no Estatuto da UFU. Como já destacado, a ESEBA, regulada pela Portaria do MEC nº 959 de 27/09/2013, deve acatar as finalidades, as diretrizes, o modelo de funcionamento e metas regulamentadas.

Conforme artigo 156 do Regimento Geral da UFU e artigo 55 do Estatuto da UFU, a ESEBA é considerada uma Unidade Especial de Ensino vinculada diretamente à Reitoria, cuja finalidade está relacionada ao desenvolvimento da educação básica em suas diferentes modalidades de ensino. Para tanto a ESEBA goza de autonomia didático-científica, administrativa, de gestão financeira e patrimonial, respeitando o disposto na legislação federal vigente. Sendo assim, está submetida administrativamente à Reitoria e pedagogicamente ao MEC, não possuindo relação direta com a Secretaria Municipal de Educação ou a Secretaria Estadual de Educação.

Portanto na organização e no desenvolvimento de suas atividades, a ESEBA, em consonância com o artigo 6º do Regimento Geral da UFU, apresenta a defesa e o respeito com relação aos princípios ético-político-pedagógicos, construídos coletivamente e organizados nos eixos de Convivência; Gestão; Currículo; Avaliação e Formação; e Carreira docente e técnico-administrativa, baseados em uma perspectiva crítica de educação e de sociedade, fundamentada na garantia do envolvimento e participação de todos os membros da comunidade escolar.

A ESEBA, conforme artigo 159 do Regimento Geral da UFU tem como uma de suas competências em sua área de atuação: planejar, coordenar, executar e avaliar suas atividades didático-científicas. Para isso, considera o diálogo, parcerias e decisões coletivas entre as diferentes áreas do conhecimento, servidores, níveis de ensino e as famílias para planejar, elaborar e desenvolver o currículo.

Conforme consta no PPP, tem os objetivos de produzir, sistematizar e mediar conhecimentos; promover a aplicação prática do conhecimento, visando à melhoria da qualidade de vida em seus múltiplos e diferentes aspectos e realidade; promover a utilização de diferentes linguagens, fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos; desenvolver e estimular a capacidade de aprendizagem, tendo em vista a aquisição de conhecimentos e habilidades de forma coletiva, responsável, reflexiva, crítica e criativa; desenvolver o intercâmbio cultural, artístico, esportivo, científico e tecnológico; buscar e estimular a cidadania e a solidariedade na construção coletiva de uma sociedade democrática e justa, no mundo da vida e do trabalho.

Além de preservar e difundir atitudes e valores éticos, de liberdade, igualdade e democracia, posicionando-se contra qualquer discriminação baseada em diferenças culturais, de classe social, de crenças, de sexo, de etnia ou outras características individuais e sociais; fornecer ao educando meios para sua inserção nos diferentes níveis de formação escolar; constituir-se enquanto espaço político-pedagógico de ensino, pesquisa e extensão; garantir o Estágio Supervisionado por meio da efetivação de uma parceria ativa e permanente com os Cursos de Licenciatura da UFU; possibilitar o acesso à qualificação e capacitação dos servidores da ESEBA de acordo com os critérios estabelecidos pelo seu Conselho Superior; promover, capacitar e especializar os servidores para atenderem aos alunos com necessidades educacionais especiais; e proporcionar a acessibilidade física e intelectual, por meio de recursos materiais e profissionais específicos, aos alunos com necessidades educacionais especiais.

A ESEBA buscando a consecução de seus objetivos promove ações, desenvolvendo e difundindo, por meio do ensino, da pesquisa e da extensão, todas as formas de conhecimento teórico e prático, em suas múltiplas áreas de conhecimento. Considerando a atuação na educação básica em seus diferentes níveis e modalidades de ensino, visa à formação de cidadãos críticos, reflexivos, criativos, responsáveis com as questões culturais, sociais e ambientais, assim como respeitando o outro e a si mesmo. Estuda questões socioeconômicas, educacionais, políticas e culturais da sociedade, com o propósito de contribuir para o desenvolvimento local, regional e nacional, bem como para melhoraria da qualidade de vida. Constituindo-se assim, em uma agente de integração da cultura e da formação de cidadãos, desenvolvendo na comunidade escolar uma consciência ética, social, solidária e profissional.

A ESEBA atende no turno da tarde, alunos do 1º e 2º períodos, e do 1º ano ao 3º ano do ensino fundamental, sendo os professores responsáveis por esse turno pedagogos, que são

divididos em suas áreas de ensino: o Ensino Infantil e a Alfabetização Inicial, respectivamente. Além de aulas com o professor regente, os alunos têm aulas de Brinquedoteca, Espaço Cultural, Educação Física, Artes (Plásticas, Música e Teatro), Informática e Filosofia.

No turno da manhã, funciona o ensino fundamental do 4º ao 9º ano e no turno da noite, a EJA, do 6º ao 9º ano, sendo os professores responsáveis por esses dois turnos, organizados por áreas de conhecimento, sendo elas: Língua Portuguesa, Matemática, História, Ciências, Geografia, Línguas Estrangeiras (Inglês; Espanhol e Francês), Informática, Educação Física, Filosofia, Artes (Plásticas, Música e Teatro), Psicologia Escolar, Psicopedagogia e Educação Especial.

As áreas de conhecimento são responsáveis pela organização, normatização e funcionamento didático-pedagógico de um componente curricular nos diferentes níveis e modalidades de ensino. É seu objetivo, conforme se lê no PPP da ESEBA: a formação dos discentes para o exercício de atividades que demandam estudos escolares, associando-se à pesquisa e à extensão, que devem ser organizadas de forma a atender: à difusão de todas as formas de conhecimento teórico e prático, em seus múltiplos componentes curriculares; ao planejamento, elaboração e desenvolvimento do currículo, considerando o diálogo, parcerias e decisões coletivas entre os diferentes componentes curriculares, níveis de ensino e comunidade escolar.

Assim como, a formação de seres humanos capazes de se apropriarem do conhecimento histórico e culturalmente acumulado, que valorize a transmissão de conhecimento científico-técnico-formal, a formação de sujeitos-cidadãos, preocupados em construir uma sociedade democrática, por meio de escolhas e ações autônomas e conscientes; à possibilidade de o discente ampliar sua capacidade de conhecimento de mundo, sociedade e indivíduo, por meio de componentes curriculares obrigatórios ou optativos, capazes de favorecerem o contato dos discentes com as múltiplas linguagens; às diretrizes curriculares e às condições de duração fixadas pela legislação federal vigente; a contemplar, para além da formação dos discentes da educação infantil, do ensino fundamental, e da EJA, com a formação docente inicial e continuada e preocupar-se com ela, fortalecendo o tripé ensino, pesquisa e extensão; ao progresso dos conhecimentos, à demanda e às peculiaridades dos discentes da Educação Básica, da formação inicial e continuada mediante a complementação das diretrizes curriculares. Deste modo, podemos considerar que a escola de educação básica

tem por finalidade contribuir para o desenvolvimento do educando, assegurando-lhe uma educação entendida, em sua dimensão libertadora, criativa, participativa e democrática.

O ensino fundamental, foco desta pesquisa, respeitando a legislação federal vigente, seguirá a formação dos alunos, considerando a segunda etapa da Educação Básica, tendo como finalidade: contribuir para a formação de seres humanos capazes de apropriarem-se, gradativamente, do conhecimento histórica e culturalmente acumulado, pautando-se no ideal de educação humanitária que valorize não apenas a transmissão de conhecimento científico-técnico-formal, mas a formação de sujeitos-cidadãos, preocupados em construir uma sociedade democrática, por meio de escolhas e ações autônomas e conscientes; propiciar a reflexão crítica sobre valores, ética, respeito, convivência, solidariedade e outros princípios fundamentais para a construção da cidadania; contribuir para a formação de seres humanos capazes de apropriarem-se do conhecimento com criticidade e criatividade, bem como de respeitarem e valorizarem a pluralidade cultural.

Assim como definido em regulamentação, o ensino fundamental, nesta instituição, tem a duração mínima de 9 anos, sendo organizado em ciclos: os três primeiros anos estão incluídos no 1º Ciclo; dos quartos aos sextos anos estão incluídos no 2º ciclo; e dos sétimos aos nonos anos estão incluídos no 3º Ciclo.

O currículo da ESEBA é construído coletivamente, a partir do estudo de diferentes correntes pedagógicas e da efetivação democrática de negociações que contribuam para a sistematização de princípios pedagógicos. Para a sua viabilidade, é organizado em termos de espaço e tempo, de forma a proporcionar uma interface entre os diferentes níveis de ensino e garantir a identidade das diferentes áreas de conhecimento e tendo como princípio proporcionar a parceria entre as áreas e os diferentes níveis de ensino, envolvendo todos os processos pedagógicos, desde o planejamento até a avaliação da sua execução. Concretiza, assim, práticas educacionais que possibilitam aos discentes apreender conhecimentos de forma crítica, não segmentada, ampliando sua visão de mundo e seu papel na sociedade.

Considerando as informações sobre a escola, que apresentamos nos subitens anteriores, discutimos agora sobre a formação do grupo e as atividade que foram desenvolvidas nesse espaço de formação.

### 3.2.3 A Formação do Grupo de Estudo e suas Atividades

Como já destacamos neste texto, esta pesquisa faz parte de uma maior, o projeto “guarda-chuva” ligado ao OBEDUC, desenvolvido na Universidade de Uberaba, com apoio da CAPES intitulado “O ensino e a aprendizagem da álgebra nos anos finais do ensino fundamental”, que tem como foco os anos finais do ensino fundamental, assim, os sujeitos desta pesquisa foram os alunos do 9º ano do ensino fundamental e o professor de matemática deste ano.

Inicialmente, procuramos o professor responsável pelo 9º ano do ensino fundamental da ESEBA no turno da manhã, apresentamos-lhe os mesmos documentos encaminhados à direção, além do projeto de pesquisa. Considerando as questões de sigilo, questionamos o professor se ele não gostaria de se identificar, porém ele ressaltou que não haveria problemas quanto a sua identificação ou não. Mas, considerando uma forma de resguardá-lo, por fazer parte de grupo vulnerável, ao longo do texto, faremos referência a ele como professor Leandro.

Faremos menção apenas ao professor Leandro como participante do grupo e da pesquisa em sala de aula, mas contamos com outros professores da instituição a qual foi realizada a pesquisa, assim como com alunos estagiários e bolsistas para compor o grupo de estudo. A participação de alguns integrantes não se deu de forma sistêmica devido ao plano de trabalho que tinham que cumprir na escola. Destacamos também, que há professores nesta escola, na área de matemática, que não adotam a teoria histórico-cultural como referencial teórico-metodológico para a realização dos seus trabalhos. Mesmo assim como forma de interação e integração destes professores as pesquisas realizadas na área de matemática da ESEBA, os textos discutidos foram disponibilizados a todos.

Antes de iniciarmos as reuniões do grupo de estudo, abrimos a proposta aos demais professores, aos bolsistas e aos estagiários, que faziam parte de alguma proposta de ensino ou de pesquisa. Mas, considerando os compromissos e horários de trabalho, a proposta de participação de algumas pessoas, como apresentado anteriormente se tornou inviável, para os demais professores e estagiários, a participação ficou condicionada a demanda de trabalho. Assim, as reuniões aconteceram semanalmente, às quintas-feiras das 7h30min às 11h30min, sendo realizados 25 encontros, entre o professor Leandro e a pesquisadora, e algum outro professor esporadicamente. Excepcionalmente, as reuniões ocorriam às quartas-feiras no turno

da tarde, das 14h00 às 18h00, quando, porventura, a reunião de quinta-feira tinha de ser cancelada, devido a algum imprevisto ou feriado.

Os textos e propostas retiradas nos nossos encontros eram também discutidos posteriormente nas sextas-feiras, um dia após a reunião com o professor, com três alunos de licenciatura em matemática, bolsistas da Pró-reitoria de Graduação (PROGRAD) que atuavam na escola naquele período.

O objetivo foi possibilitar a oportunidade de formação destes alunos sobre a teoria histórico-cultural. Esta reunião já era realizada desde o início do ano de 2014, com o objetivo de discutir conteúdos e estratégias metodológicas matemáticas. Assim, apenas incluímos textos que tinham esse objetivo, mas que estavam relacionados a esse referencial teórico. Como destacado, os alunos da graduação e bolsistas participaram dessas reuniões, e a única professora da área de matemática envolvida foi a pesquisadora desta dissertação, por ser uma proposta desta professora, trabalhar na complementação da formação desses estudantes da graduação.

Este grupo de discussões ainda se reúne esporadicamente, principalmente mediante a necessidade de algum integrante, alguns já concluíram a graduação e atuam atualmente na rede estadual de ensino do estado de Minas Gerais. Considerando a proposta desta pesquisa, atentaremos apenas aos resultados das reuniões realizadas com o professor Leandro.

O propósito dessas reuniões era promover espaços de diálogos com os professores da ESEBA, os alunos do curso de graduação da Faculdade de Matemática da Universidade Federal de Uberlândia (FAMAT/UFU), de forma a pensar e potencializar o ensino e a aprendizagem de matemática no cotidiano escolar, considerando as particularidades dos envolvidos e as possibilidades da utilização de novas ferramentas de ensino, considerando, ainda, a necessidade de criar alternativas para a melhoria da qualidade do ensino de álgebra no nível fundamental.

Este grupo discutiu: a teoria histórico-cultural, considerando alguns dos seus principais fundamentos, basicamente os conceitos de pensamento, linguagem, teoria da atividade, atividade de estudo; o ensino e aprendizagem da álgebra, em que o foco esteve direcionado à compreensão e desenvolvimento de conceitos algébricos por parte dos alunos, atentando-nos para a relação entre pensamento e linguagem.

Em seu trabalho Moraes (2008, p. 118, grifo do autor), assim se refere à opção pelo grupo colaborativo:

[...] uma forma de intervenção que desse conta da formação dos professores envolvidos no processo, tentando captar as mudanças na ação de ensinar, aprender e avaliar em matemática [...] a essa forma de intervenção do pesquisador, chamamos de **grupo colaborativo**, cujo objetivo é revelar o processo de ensinar e aprender pautado em uma formação orientada na perspectiva histórico-cultural.

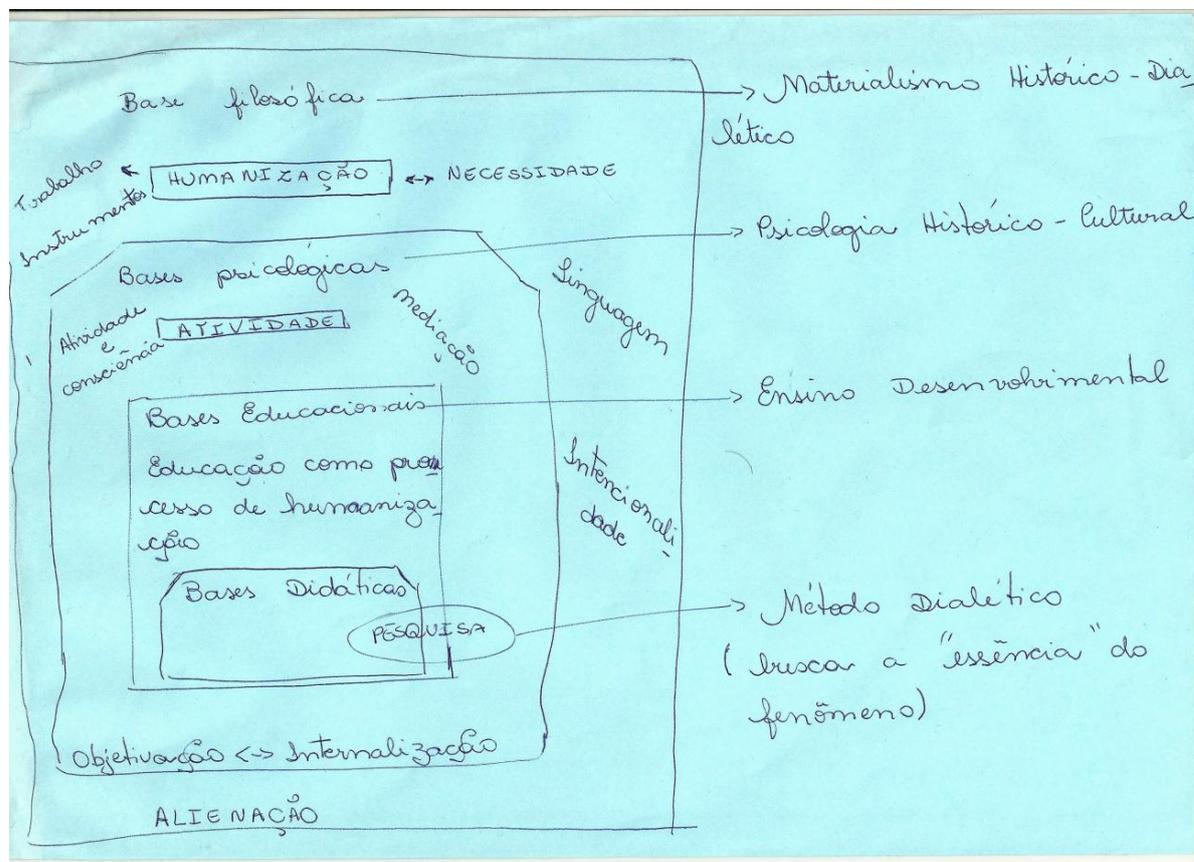
A partir das contribuições de Moraes (2008), podemos afirmar que o grupo de estudo formado na ESEBA, durante o ano de 2014, é um grupo colaborativo. Em espaços colaborativos, de formação coletiva,

[...] os integrantes de um grupo colaborativo assumem um mínimo de protagonismo no grupo, não se reduzindo a meros auxiliares ou fornecedores de dados e materiais, mas como sujeitos que não apenas aprendem, mas também produzem conhecimentos e ensinam os outros (FIORENTINI, 2004, p. 61).

Por meio de reuniões semanais durante todo o projeto de pesquisa, que ocorreu de abril a outubro, entre o professor da turma e a pesquisadora, foram realizados 25 encontros, sendo 3 deles realizados às quartas-feiras e 22 realizados às quintas-feiras.

Na primeira etapa das reuniões, aconteceu a pesquisa bibliográfica, em que a partir de textos e livros levantados pela pesquisadora, os participantes do grupo realizavam as suas leituras e posteriormente discutiam, elaborando ao final da reunião uma síntese, na grande maioria dos encontros, a descrição do material estudado, foi apresentada por um texto, contendo os principais conceitos ou por meio de um mapa conceitual como na figura a seguir.

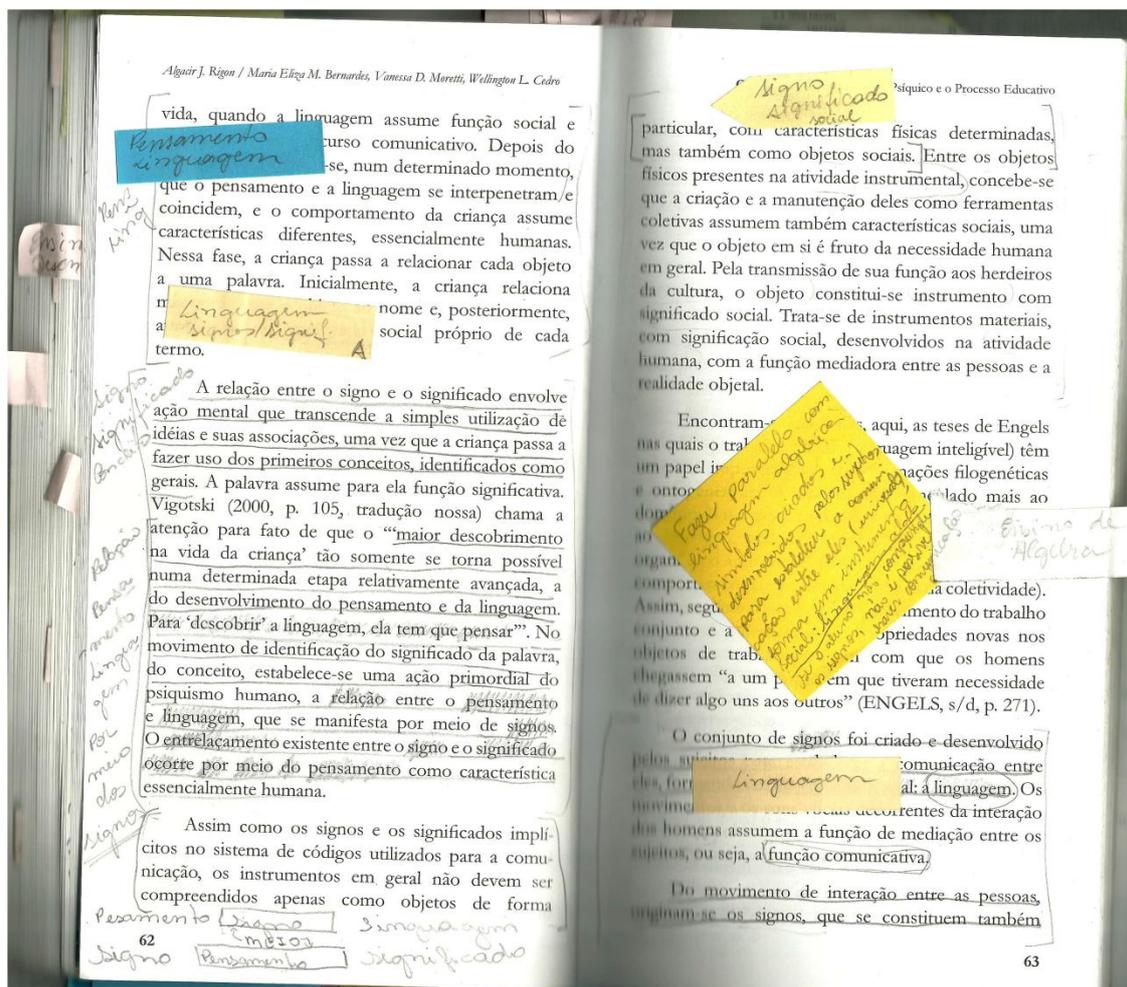
**Figura 11** - Síntese do Grupo de Estudo: “Sobre o processo de humanização”



Fonte: Grupo de estudo a partir do texto de Rigon, Asbahr e Moretti (2010).

A figura anterior é um dos mapas conceituais elaborados durante as reuniões do grupo de estudo. Neste dia lemos sobre o processo de humanização no livro de Moura *et al* (2010). Antes de elaborarmos o material que se encontra na figura anterior, primeiramente destacamos no texto os pontos principais, depois fizemos uma síntese com as principais ideias, depois elaboramos este material.

**Figura 12 - Estudo do Texto: “O desenvolvimento psíquico e o processo educativo”**



As marcações feitas nos livros, nas páginas ou com o uso de marcadores adesivos, as resenhas ou resumos dos artigos, como podemos observar na imagem anterior, assim como os mapas conceituais auxiliaram na formação dos envolvidos no grupo.

Para a seleção de referenciais teóricos, buscamos autores, como Vigotski (1996, 2009); Moura (1996); Lanner de Moura e Sousa (2005); Cedro e Moura (2007); Bernardes e Asbahr (2008); Libâneo (2009); Lima, Jimenez e Carmo (2009); Rosa, Moraes e Cedro (2010); Rigon, Bernardes, Moretti e Cedro (2010); Moura, Araújo, Ribeiro, Panossian e Moretti (2010); Moura, Lopes, Araújo e Cedro (2012); Martins (2013); Longarezi e Puentes (2013); Prestes, Tunes e Nascimento (2013); Longarezi e Franco (2013); Aquino (2013); e Libâneo e Freitas (2013) que possibilitou o estudo e debates.

Destacamos que a seleção dos textos foi realizada primeiramente pela professora pesquisadora e posteriormente passaram a ser acrescentados segundo a necessidade, do

professor da escola ou da pesquisadora, de fundamentação de um ou outro tema, dentro da teoria histórico-cultural. Mas também tínhamos algumas obras já selecionadas que foram estudadas.

Esta primeira etapa visava à fundamentação teórica com base na teoria histórico-cultural de Vigotski; na teoria da atividade de Leontiev e na teoria da atividade de estudo de Davidov; além do estudo de outros estudiosos da teoria histórico-cultural. Assim como a compreensão do conceito de *função* e da ferramenta para função, a *equação*, considerando a essência destes conceitos, a partir das concepções de álgebra e de educação algébrica.

Nas nossas discussões consideramos também os documentos, tais como os PCN, o PPP da escola, a pesquisa desse tema nos livros didáticos adotados pela escola para o 9º ano, dentre outros, considerando o objetivo de discutir, organizar e estruturar as atividades de estudo analisadas nesta pesquisa.

Além disso, buscamos fundamentação sobre o ensino-aprendizagem-desenvolvimento na perspectiva histórico-cultural, na qual a educação formal é considerada um meio de apropriação da herança cultural construída pela humanidade. A tarefa da escola, nessa perspectiva, é superar o conhecimento espontâneo e proporcionar a aquisição do conhecimento científico, de forma orientada, direcionada a impulsionar as funções psíquicas superiores a níveis mais elevados.

A fundamentação teórica nesse primeiro momento fez-se necessária considerando a inserção do professor nesta perspectiva de estudo. Essa etapa foi de extrema relevância, tendo em vista o embasamento necessário para elaboração de uma atividade de estudo.

Os estudos e debates permearam todos os meses em que foi realizado o projeto, antes mesmo de iniciar as observações em sala de aula, que tiveram como objetivo perceber as singularidades dos anos finais do ensino fundamental, em específico, turmas de 2014 da referida escola. Acreditamos que as reflexões sobre as observações juntamente com a fundamentação teórica possibilitaram a estruturação das ações posteriores.

Durante as reuniões do grupo, solicitamos a liberação do professor para que fossem feitos registros de áudio, pois consideramos importante a obtenção de informações. Como já destacamos, foram realizados 25 encontros, cada encontro foi de aproximadamente 4 horas, totalizando 100 horas de gravação, apenas do grupo de estudo com o professor. Considerando o objetivo desta pesquisa, não analisaremos esses dados, nem foram feitas as transcrições destas conversas, as mesmas foram utilizadas apenas para consulta do pesquisador para a

elaboração do quadro a seguir, onde foram descritas as atividades das reuniões do grupo de estudo.

### Quadro 9 - Reuniões do Grupo de Estudo

Reunião do Grupo de Estudo com o professor	Objetivos	Data
<p><i>1ª Reunião</i> – Apresentação da proposta de pesquisa Tarefa: Leitura do Texto: <i>O Significado Histórico da Crise da Psicologia. Uma Investigação Metodológica.</i> (VIGOTSKI, 1996).</p>	<p>Apresentar a proposta de trabalho a ser desenvolvida de forma colaborativa. Estabelecer cronograma de reuniões. Definir leituras para o mês de abril – Fundamentação metodológica da teoria histórico-cultural.</p>	<p>16/04/2014 Quarta-feira</p>
<p><i>2ª Reunião</i> – Discussão do texto proposto. Tarefa: Leitura do Texto: <i>O Problema e o método de investigação.</i> (VIGOTSKI, 2009).</p>	<p>Discutir os textos de Vigotski. Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural; Elaborar uma síntese do texto discutido.</p>	<p>24/04/2014 Quinta-feira</p>
<p><i>3ª Reunião</i> – Discussão do texto proposto, destacando o problema do método. Atenção à fundamentação marxista dos trabalhos de Vigotski. Tarefa: Leitura dos Textos: (1) <i>As raízes genéticas do pensamento e da linguagem.</i> (2) <i>Pensamento e Palavra.</i> (VIGOTSKI, 2009). (3) <i>As particularidades do pensamento empírico e do pensamento teórico na organização do ensino.</i> (ROSA; MORAES; CEDRO, 2010).</p>	<p>Discutir os textos de Vigotski. Discutir os trabalhos dos estudiosos de Vigotski. Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural; Explorar os fundamentos metodológicos da teoria. Fundamentar metodologicamente as futuras produções. Elaborar uma síntese do texto discutido. Definir leituras para o mês de maio – Fundamentação de alguns conceitos da teoria histórico-cultural.</p>	<p>30/04/2014 Quarta-feira</p>
<p><i>4ª Reunião</i> – Discussão do texto proposto, destacando as raízes filogenéticas e ontogenéticas do pensamento e da linguagem. Assim como a relação entre pensamento e linguagem. Tarefa: Leitura dos Textos: (1) <i>Atividade pedagógica e o desenvolvimento das funções psicológicas superiores.</i> (BERNARDES; ASBAHR,</p>	<p>Discutir os textos de Vigotski. Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural. Fundamentar os conceitos de pensamento e linguagem, bem como as suas relações. Elaborar uma síntese do texto discutido.</p>	<p>08/05/2014 Quinta-feira</p>

<p>2008). (2) <i>Funções psicológicas superiores e a educação escolar: uma leitura crítica a partir de Vigotski.</i> (LIMA; JIMENEZ; CARMO, 2009).</p>		
<p>5ª Reunião – Discussão do texto proposto, considerando o desenvolvimento das funções psíquicas superiores. Tarefa: Leitura dos Textos: (1) <i>O psiquismo como sistema funcional.</i> (2) <i>Os processos funcionais e seu desenvolvimento.</i> (3) <i>O papel da educação escolar no desenvolvimento psíquico</i> (MARTINS, 2013).</p>	<p>Discutir textos de autores que possuem como fundamentação as contribuições de Vigotski. Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural. Fundamentar os conceitos de funções psíquicas superiores, e suas relações com o ensino. Elaborar uma síntese do texto discutido.</p>	<p>15/05/2014 Quinta-feira</p>
<p>6ª Reunião – Discussão do texto proposto, considerando o desenvolvimento das funções psíquicas superiores, construção coletiva de uma síntese dessas funções, que começaram a ser trabalhadas com os alunos, além da elaboração de um instrumento de coleta das percepções dos alunos quanto ao desenvolvimento das suas funções psíquicas superiores. Tarefa: Leitura dos Textos: (1) <i>Sobre o processo de humanização.</i> (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010). (2) <i>O desenvolvimento psíquico e o processo educativo.</i> (RIGON; BERNADES; MORETTI; CEDRO, 2010).</p>	<p>Discutir textos de autores que possuem como fundamentação as contribuições de Vigotski. Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural; Fundamentar os conceitos de funções psíquicas superiores, e suas relações com o ensino. Elaborar uma síntese do texto discutido. Elaborar instrumento de coleta de dados, “Percepção dos alunos sobre as atividades desenvolvidas”, no qual foram consideradas questões sobre o processo funcional: sensação, atenção, memória, linguagem, pensamento, imaginação, emoção e sentimento, percepção.</p>	<p>22/05/2014 Quinta-feira</p>
<p>7ª Reunião – Discussão do texto proposto, considerando o processo de humanização na perspectiva marxista e suas contribuições no espaço escolar. Tarefa: Leitura dos Textos: (1) <i>Didática e epistemologia: para além do embate entre a didática e as didáticas específicas.</i> (LIBÂNEO, 2008). (2) <i>Escola e didática desenvolvimental: seu campo conceitual na tradição da teoria histórico-cultural.</i> (LONGAREZI; PUENTES,</p>	<p>Discutir textos de autores que possuem como fundamentação as contribuições de Vigotski. Compreender as contribuições do grupo de pesquisa da USP. Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural. Fundamentar com os princípios da teoria considerando os processos de humanização. Elaborar uma síntese do texto discutido. Revisar o PPP. Revisar o Planejamento Curricular</p>	<p>29/05/2014 Quinta-feira</p>

<p>2013). (3) <i>Educação Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: princípios e práticas da organização do ensino</i>. (MOURA; LOPES; ARAUJO; CEDRO, 2012).</p>	<p>de Ensino da área de Matemática (PCE). Definir leituras para o mês de junho – Ensino desenvolvimental: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos.</p>	
<p>8ª Reunião – Discussão do texto proposto. Proposta de contribuição para a comunidade escolar, formulação de documento a ser encaminhado. Destaque para o texto de Moura, Lopes, Araújo e Cedro (2012), que proporcionou a inquietação, que estava para além do PPP ou do PCE/Matemática, estava relacionada à organização do currículo de matemática, relacionado ao conteúdo programático, a dependência dos conceitos, o que gerou uma nova organização para o 9º ano. Assim, essas mudanças geraram revisões das práticas educativas dos professores envolvidos, professor da turma e professor pesquisador. Tarefa: Leitura dos Textos: (1) <i>Lev Semionovitch Vigotski: um estudo da vida e da obra do criador da psicologia histórico-cultural</i> (PRESTES; TUNES; NASCIMENTO, 2013). (2) <i>A. N. Leontiev: a vida e a obra do psicólogo da atividade</i>. (LONGAREZI; FRANCO, 2013). (3) <i>L. V. Zankov: aproximações à sua vida e obra</i>. (AQUINO, 2013). (4) <i>Vasily Vasilyevich Davydov: a escola e a formação do pensamento teórico-científico</i>. (LIBÂNEO; FREITAS, 2013).</p>	<p>Discutir textos de autores que possuem como fundamentação as contribuições de Vigotski. Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural. Fundamentar com os princípios da teoria, considerando as implicações na escola e nas ações didáticas. Elaborar uma síntese do texto discutido. Discutir e elaborar documento para encaminhar a escola, com contribuições, propostas de reformulações do PPP e o PCE/Matemática. Reestruturar organização dos conteúdos programáticos do 9º ano.</p>	<p>05/06/2014 Quinta-feira</p>
<p>9ª Reunião – Discussão do texto proposto. Proposta de mudança na organização dos conteúdos programáticos, discussão para fundamentar a elaboração da unidade didática, proposta a ser discutida tendo em vista atividades de ensino devidamente organizadas.</p>	<p>Discutir textos de autores que possuem como fundamentação as contribuições de Vigotski. Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural. Fundamentar com os princípios da teoria, considerando as implicações na escola e nas ações didáticas. Elaborar uma síntese do texto</p>	<p>11/06/2014 Quarta-feira</p>

<p>Tarefa: Elaboração da Unidade Didática de Ensino, utilizando como suporte as leituras anteriores e os textos: (1) <i>A atividade orientada de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem.</i> (MOURA; ARAÚJO; RIBEIRO; PANOSSIAN; MORETTI, 2010). (2) <i>A atividade de ensino como unidade formadora.</i> (MOURA, 1996). (3) <i>Uma perspectiva histórico-cultural para o ensino de álgebra: o clube da matemática como espaço de aprendizagem.</i> (CEDRO; MOURA, 2007). (4) <i>O lógico-histórico da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica: dois olhares diferentes.</i> (LANNER DE MOURA; SOUSA, 2005).</p>	<p>discutido. Reestruturar a organização dos conteúdos programáticos do 9º ano.</p>	
<p>Férias Escolares</p> <p>12/06/2014 – 11/07/2014</p>		
<p><i>10ª Reunião</i> – Discussão do texto proposto. Finalização das revisões da unidade didática e finalização da organização dos conteúdos programáticos, inversão de equações e funções, proposta dialética. Elaboração do piloto da atividade. Tarefa: Elaborar atividades relacionadas à essência do conceito de função.</p>	<p>Discutir textos de autores que possuem como fundamentação as contribuições de Vigotski. Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural. Fundamentar com os princípios da teoria considerando as implicações na escola e nas ações didáticas. Elaborar uma síntese do texto discutido. Finalizar a unidade didática. Finalizar a reestruturação dos conteúdos programáticos do 9º ano. Elaborar as primeiras atividades.</p>	<p>17/07/2014 Quinta-feira</p>
<p><i>11ª Reunião</i> – Discussão das atividades, e elaboração das atividades de estudo. Tarefa: Elaborar atividades relacionadas à essência do conceito de equação.</p>	<p>Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural. Elaborar as atividades de estudo.</p>	<p>24/07/2014 Quinta-feira</p>
<p><i>12ª Reunião</i> – Discussão das atividades, e elaboração das atividades de estudo. Tarefa: Elaborar atividades que</p>	<p>Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural. Elaborar as atividades de estudo.</p>	<p>31/07/2014 Quinta-feira</p>

relacionam os conceitos de função e equação.		
<i>13ª Reunião</i> – Discussão das atividades, e elaboração das atividades de ensino.	Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural. Revisar as atividades de estudo.	07/08/2014 Quinta-feira
<i>14ª Reunião</i> – Revisão das atividades considerando o movimento dialético. Função=> Equação => Função	Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural. Finalizar as atividades de estudo.	14/08/2014 Quinta-feira
<i>15ª Reunião</i> – Considerando as observações realizadas durante a vivência das atividades, foram propostas discussões sobre o impacto das atividades, que foram realizadas durante o mês de julho, quando os alunos exploraram a essência do conceito de função e situações que podem ser expressas por funções, a introdução desse conteúdo.	Contribuir na formação do professor, quanto à teoria histórico-cultural. Avaliar o impacto das atividades e a compreensão da essência do conceito de função. Observar o desenvolvimento dos alunos, uma percepção de indícios do desenvolvimento das suas funções psíquicas superiores. Avaliar a contribuição das atividades no desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrico. Avaliar a contribuição para formação dos sujeitos envolvidos.	21/08/2014 Quinta-feira
<i>16ª Reunião</i> – Continuação da reunião do dia 21/08/2014.	Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural. Avaliar o impacto das atividades e a compreensão da essência do conceito de função. Observar o desenvolvimento dos alunos, uma percepção de indícios do desenvolvimento das suas funções psíquicas superiores. Avaliar a contribuição das atividades no desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrico. Avaliar a contribuição para formação dos sujeitos envolvidos.	28/08/2014 Quinta-feira
<i>17ª Reunião</i> – Considerando as observações realizadas durante a vivência das atividades, foram propostas discussões sobre o impacto das atividades, que foram realizadas durante o mês de agosto, quando os alunos exploraram o conteúdo de função.	Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural. Avaliar o impacto das atividades e a compreensão do conceito de função. Observar o desenvolvimento dos alunos, uma percepção de indícios do desenvolvimento das suas funções psíquicas superiores. Avaliar a contribuição das	04/09/2014 Quinta-feira

	<p>atividades no desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrico.</p> <p>Avaliar a contribuição para formação dos sujeitos envolvidos.</p>	
<p><i>18ª Reunião – Continuação da reunião do dia 04/09/2014.</i></p>	<p>Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural.</p> <p>Avaliar o impacto das atividades e a compreensão do conceito de função.</p> <p>Observar o desenvolvimento dos alunos, uma percepção de indícios do desenvolvimento das suas funções psíquicas superiores.</p> <p>Avaliar a contribuição das atividades no desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrico.</p> <p>Avaliar a contribuição para formação dos sujeitos envolvidos.</p>	<p>11/09/2014</p> <p>Quinta-feira</p>
<p><i>19ª Reunião – Considerando as observações realizadas durante a vivência das atividades, foram propostas discussões sobre o impacto das atividades, que foram realizadas ao final do mês de agosto, quando os alunos exploraram a essência de equação e situações que podem ser expressas por uma equação, a introdução desse conteúdo.</i></p>	<p>Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural.</p> <p>Avaliar o impacto das atividades e a compreensão da essência de equação.</p> <p>Observar o desenvolvimento dos alunos, uma percepção do desenvolvimento das suas funções psíquicas superiores.</p> <p>Avaliar a contribuição das atividades no desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrico.</p> <p>Avaliar a contribuição para formação dos sujeitos envolvidos.</p>	<p>18/09/2014</p> <p>Quinta-feira</p>
<p><i>20ª Reunião – Continuação da reunião do dia 18/09/2014.</i></p>	<p>Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural.</p> <p>Avaliar o impacto das atividades e a compreensão da essência de equação.</p> <p>Observar o desenvolvimento dos alunos, uma percepção de indícios do desenvolvimento das suas funções psíquicas superiores.</p> <p>Avaliar a contribuição das atividades no desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrico.</p> <p>Avaliar a contribuição para formação dos sujeitos envolvidos.</p>	<p>25/09/2014</p> <p>Quinta-feira</p>

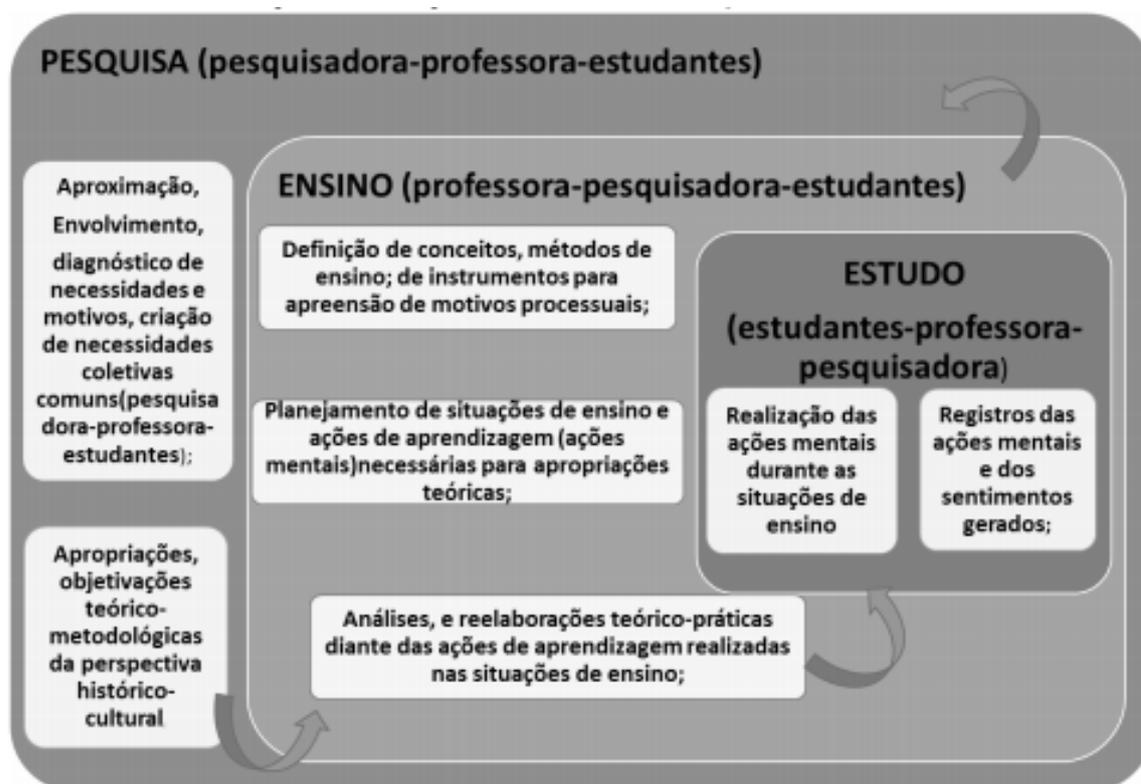
<p><i>21ª Reunião</i> – Considerando as observações realizadas durante a vivência das atividades, foram propostas discussões sobre o impacto das atividades, quando os alunos exploraram o conteúdo de função e o de equação, assim como a compreensão de equações como uma ferramenta para funções.</p>	<p>Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural. Avaliar o impacto das atividades e a compreensão de equação, como uma ferramenta para funções. Observar o desenvolvimento dos alunos, uma percepção de indícios do desenvolvimento das suas funções psíquicas superiores; Avaliar a contribuição das atividades no desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrico; Avaliar a contribuição para formação dos sujeitos envolvidos.</p>	<p>02/10/2014 Quinta-feira</p>
<p><i>22ª Reunião</i> – Continuação da reunião do dia 18/09/2014.</p>	<p>Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural. Avaliar o impacto das atividades e a compreensão de equação, como uma ferramenta para funções. Observar o desenvolvimento dos alunos, uma percepção de indícios do desenvolvimento das suas funções psíquicas superiores. Avaliar a contribuição das atividades no desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrico. Avaliar a contribuição para formação dos sujeitos envolvidos.</p>	<p>09/10/2014 Quinta-feira</p>
<p><i>23ª Reunião</i> – Considerando as observações realizadas durante a vivência das atividades, foram propostas discussões sobre o impacto das atividades, quando os alunos exploraram novamente o conteúdo de função, fechando a relação dialética entre função e equação. As atividades a serem vivenciadas pelos alunos se estenderam ainda durante todo o mês de outubro.</p>	<p>Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural. Avaliar o impacto das atividades e a compreensão de equação e função em uma relação dialética. Observar o desenvolvimento dos alunos, uma percepção de indícios do desenvolvimento das suas funções psíquicas superiores. Avaliar a contribuição das atividades no desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrico. Avaliar a contribuição para formação dos sujeitos envolvidos.</p>	<p>16/10/2014 Quinta-feira</p>
<p><i>24ª Reunião</i> – Continuação da reunião do dia 16/10/2014.</p>	<p>Contribuir na formação do grupo, quanto à teoria histórico-cultural. Avaliar o impacto das atividades e a compreensão de equação e função em uma relação dialética.</p>	<p>23/10/2014 Quinta-feira</p>

	Observar o desenvolvimento dos alunos, uma percepção de indícios do desenvolvimento das suas funções psíquicas superiores. Avaliar a contribuição das atividades no desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrico.	
25ª Reunião – Finalização das reuniões regulares. Avaliação das reuniões e das atividades elaboradas.	Finalizar as atividades propostas para o grupo. Avaliar o impacto das atividades. Avaliar a contribuição para formação dos sujeitos envolvidos.	30/10/2014 Quinta-feira

Como podemos observar no quadro acima, após o período de fundamentação, iniciamos o trabalho de elaboração das atividades que seriam trabalhadas com os alunos. Uma das contribuições, considerando o período de formação, do professor da escola e da professora pesquisadora, é que foi possível realizar discussões que criaram a necessidade de reorganizar o ensino, levando ao motivo, o qual gerou a elaboração da atividade de ensino. No capítulo de fundamentação teórica apresentamos a relação dialética entre as atividades de ensino e a atividade de estudo.

Os estudos realizados por Franco (2015, p. 56-57) utilizaram estratégias similares às deste trabalho. Elaborando um material de forma colaborativa, com uma professora parceira. “A nosso ver, esse tipo de procedimento cria condições para atuarmos no processo de ensino (em seus elementos pedagógicos e didáticos), ao mesmo tempo, no processo formativo dos sujeitos”. Esta autora elaborou um esquema que facilita a compreensão do leitor apresentando, de modo sintético, a planificação de como estruturamos e desenvolvemos da atividade, fazendo a relação pesquisador – professor – aluno.

**Figura 13:** Movimentos interdependentes do procedimento de intervenção didático-formativo segundo Franco (2015).



Fonte: Franco (2015, p. 57).

Assim podemos dizer que durante esses estudos foi possível compreender a estrutura da atividade de estudo. Para elaboração das atividades de ensino, consideramos os elementos que compõem uma atividade de estudo, segundo Davidov (1999), que são: o objeto de estudo; os sujeitos; o objetivo; a necessidade; o motivo; a tarefa de estudo; a ação de estudo; a operação; a ação de controle; e a avaliação, que diferencia a atividade de estudo das demais atividades. Buscamos fazer a relação entre o ensino, o estudo e a pesquisa, como apresentado na figura anterior.

O procedimento de intervenção didático-formativo articula os três movimentos interdependentes realizados na investigação: pesquisa, ensino e estudo de modo sistêmico e inter-relacionados, uma vez que ocorrem simultaneamente. A organização da pesquisa relaciona-se com a organização do ensino e esta, por sua vez, com a organização do estudo dos estudantes (ações de aprendizagem), na busca por movimentos de apropriações e objetivções para si no decorrer do processo de investigação (FRANCO, 2015, p. 57).

Destarte, como no trabalho de Franco (2015, p. 46), compreendemos que “durante o procedimento de intervenção didático-formativo desenvolvido sob essa lógica, tanto a organização da atividade de ensino, como a organização da atividade de estudos possibilitam-nos apreender o movimento interno desse processo”.

Do ponto de vista didático, quando o professor contribui com a formação desse tipo de atividade de estudo, pelo modo como organiza as ações, pelos “métodos que utiliza em cada um dos objetivos pretendidos no desenvolvimento de um dado conceito, a nosso ver, expressa a essência do conceito de atividade de ensino, tendo em vista a apropriação de um determinado conceito pelos estudantes” (FRANCO, 2015, p. 105).

E do ponto de vista formativo do professor, “esse processo implica na tomada de consciência das ações que os estudantes precisam realizar, ele precisa saber como formá-las” (Ibidem).

Em nosso entendimento, essas atividades guardam estreitas relações com o desenvolvimento das funções psíquicas superiores, nesse sentido, o desenvolvimento do pensamento e da linguagem. Nesta perspectiva, Davidov (1987) destaca que, com a atividade de estudo, espera-se uma transformação do próprio sujeito atuante e não a transformação do objeto com que o sujeito atua. Para elaboração das atividades de ensino, consideramos a estrutura da atividade de estudo, segundo Davidov (Quadro 10)

**Quadro 10 - Estrutura da atividade de ensino segundo Davidov (1987)**

Atividade de Ensino
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecimento Teórico</li> <li>• Objeto de Estudo</li> <li>• Sujeitos participantes da atividade de ensino Sujeitos participantes da atividade de estudo</li> <li>• Objetivo dos professores Objetivo do aluno</li> <li>• Necessidade - Professores Necessidade - Alunos</li> <li>• Motivo – Professores Motivo – Alunos</li> <li>• Tarefa de estudo:</li> <li>• Ação de ensino – Professores Ação de estudo – Aluno</li> <li>• Operação – Professor Operação – Alunos</li> <li>• Ação de controle</li> </ul>

- |  |
|--|
| Ação de controle<br>• Avaliação – Professor<br>Avaliação – Aluno |
|--|

Fonte: Elaboração da autora com base em Davidov (1987)

Fazemos destaque nas sessões seguintes à elaboração do instrumento de avaliação do desenvolvimento das funções psicológicas superiores por parte dos alunos, a proposta de reformulação do PPP e a unidade didática de ensino na qual organizamos as aulas de matemática, considerando os conteúdos de função e equação.

### **3.3 A elaboração do instrumento de percepção dos alunos sobre o desenvolvimento de suas funções psicológicas superiores**

As funções psíquicas superiores são mecanismos psicológicos, complexos e inerentes aos seres humanos. De acordo com Martins (2013, p. 43, grifo do autor),

[...] Vigotski postulou primeiramente que às características biológicas asseguradas pela evolução da espécie são acrescidas de *funções* produzidas na história de cada indivíduo singular por decorrência da interiorização dos signos, às quais chamou de *funções psíquicas superiores*.

Oliveira (2002) explica que o termo "superior" serve para diferenciar de ações consideradas "elementares", tais como o choro do bebê recém-nascido para comunicar fome à mãe, de ações mais complexas elaboradas pelo pensamento, quando, por exemplo, lemos ou escrevemos um texto. Neste sentido, são consideradas superiores, porque se diferenciam de mecanismos elementares e ações automatizadas.

A base da teoria histórico-cultural é a compreensão do caráter histórico do desenvolvimento das funções psíquicas superiores, que são ações conscientes controladas, a atenção voluntária, a memória ativa, o pensamento abstrato, a percepção, o comportamento intencional. O método histórico-cultural de desenvolvimento do sujeito se fundamenta na articulação entre os aspectos externos e internos do indivíduo, de maneira dialética, considerando sempre as relações entre o sujeito e a sociedade à qual pertence.

A atividade humana é uma manifestação em atos pela qual o homem se firma na realidade objetiva ao mesmo tempo em que a transforma em realidade subjetiva. Os processos psíquicos incluem conexões para além do

mundo interno da consciência. A Vicência psíquica é produzida pela relação com o mundo objetivo externo e só se institui como base nessa relação. Por essa razão *atividade* e *consciência* são, na teoria histórico-cultural, as categorias centrais no estudo do psiquismo (MARTINS, 2013, p. 29, grifo do autor).

Segundo Cole (1996, p. 87, grifo do autor), o postulado fundamental das abordagens de Luria, Leontiev e Vigotski sobre o desenvolvimento do pensamento,

[...] é que as funções psicológicas humanas diferem dos processos psicológicos de outros animais porque são *culturalmente mediadas, historicamente desenvolvidas* e emergem da *atividade prática*. Cada termo desta formulação está ligado a outro. Tomados como um todo, fornecem um ponto de partida para considerar as características especiais da escolarização formal como um contexto de atividade no qual alguns seres humanos, em certas circunstâncias culturais e em certas eras históricas, se desenvolvem.

Isso significa que os homens necessitam se relacionar socialmente para que o conhecimento seja intermediado, para que suas funções psicológicas se desenvolvam. As atividades transformam o pensamento humano, levando o homem ao processo de humanização, mediado por interações sociais, ao se apropriar dos conhecimentos historicamente produzidos.

Segundo Vigotski (2010), o aprendizado possibilita e movimenta o processo de desenvolvimento, tornando real o que antes era apenas potencial. A mediação acontece por meio dos conhecimentos, da relação do indivíduo com o mundo e dos outros sinais que constituem a base para o desenvolvimento mental ou das funções psíquicas superiores.

Durante as discussões realizadas no grupo de estudo, por sugestão do professor Leandro, percebemos a possibilidade de elaborarmos um instrumento de coleta de dados, em que o próprio aluno se manifestasse, expondo segundo sua percepção, o desenvolvimento das suas funções psíquicas superiores.

Esse material elaborado, como destacado partiu da iniciativa do professor Leandro, mas foi elaborado de forma colaborativa. Tornou-se uma ferramenta de coleta de dados no qual os alunos puderam expressar as suas percepções. Até hoje é um recurso utilizado em algumas atividades em sala de aula pelo professor Leandro e pela professora pesquisadora.

Antes da elaboração deste instrumento, discutimos com os alunos durante duas semanas de aula, o que seriam as funções psíquicas superiores, mas para auxiliá-los achamos mais conveniente que fornecêssemos algumas alternativas.



quanto para os professores. A versão final desse instrumento pode ser vista no quadro a seguir.

**Quadro 11** - Instrumento dos alunos: Percebendo o Desenvolvimento das minhas funções psicológicas superiores

<b>PERCEBENDO O DESENVOLVIMENTO DAS MINHAS FUNÇÕES PSICOLÓGICAS SUPERIORES</b>	
Assinale quantas questões forem necessárias para conhecer e trabalhar a sua condição.	
<b>Sensação: Visualmente como você avalia a qualidade do registro que fez.</b>	
<input type="checkbox"/>	Organizado.
<input type="checkbox"/>	Desorganizado
<input type="checkbox"/>	Legível
<input type="checkbox"/>	Confuso
<input type="checkbox"/>	Outra sensação: _____
<b>Atenção: Considerando esta atividade avalie sua atenção durante as aulas.</b>	
<input type="checkbox"/>	O fato de estar distraído em alguns momentos das explicações do conteúdo me prejudicou.
<input type="checkbox"/>	Poderia ter aproveitado melhor as dúvidas e participações dos colegas para aprender.
<input type="checkbox"/>	Preciso aproveitar melhor o meu tempo na hora de fazer atividades:
	<input type="checkbox"/> em sala.
	<input type="checkbox"/> em casa.
<input type="checkbox"/>	Entre ruídos e outras formas de distração, tenho conseguido selecionar o que é mais importante para o meu desenvolvimento.
<input type="checkbox"/>	O fato de estar atento às explicações sobre o conteúdo e às correções dos exercícios propostos contribuiu para o desenvolvimento da minha aprendizagem.
<b>Memória: No momento em que estava fazendo as questões, o que aconteceu?</b>	
<input type="checkbox"/>	Não consegui lembrar de tudo o que precisava.
<input type="checkbox"/>	Demorei-me para lembrar de algo importante para fazer o que precisava.
<input type="checkbox"/>	Lembrei-me de tudo o que precisava sem dificuldades.
<b>Raciocínio Lógico Matemático: Com relação ao conteúdo das questões realizadas,</b>	

**você observou que:**

- Tinha partes que não sabia como resolver.
- Tive dúvidas quando estava fazendo as questões, mas fiz.
- Pensei certo, mas registrei errado.
- Nas questões que resolvi sabia claramente o que estava fazendo.

**Emoção e sentimento: Ao desenvolver a atividade da página anterior, o que sentiu?**

- Confiança    Insegurança    Tranquilidade    Nervosismo
- Satisfação    Decepção

**Percepção: Como você percebe a sua condição em relação ao conhecimento matemático trabalhado?**


---



---

Fonte: Elaboração da autora e do professor participante

Na próxima sessão, apresentamos outro resultado das reuniões do grupo de estudo, a discussão do PPP da ESEBA/UFU e as contribuições para atualização deste documento.

**3.4 Proposta de reformulação do PPP: contribuições do Grupo de Estudo**

A ESEBA, desde o ano de 2010, vem modificando o seu PPP. Para isso promove seminários de formação, discussões sobre diferentes eixos que compõem um PPP, reuniões para redação deste documento, dentre outras estratégias. Nesses espaços, todos os professores, técnicos, pais e alunos podem dar a sua contribuição para elaboração do documento.

Considerando as leituras as quais estávamos realizando no grupo, foi possível contribuir na elaboração de um documento que foi encaminhado para o Conselho Pedagógico e Administrativo (CPA) da ESEBA, que possibilitou mudanças no PPP da escola, na estruturação do eixo *Currículo*.

Nosso intuito não foi sobrepor as nossas concepções e nossa fundamentação na teoria histórico-cultural aos outros professores, mas sim incluir as nossas contribuições na elaboração deste documento, que tem sido discutido desde 2010, e que, durante todo o

processo de reformulação, contou com a colaboração de toda a comunidade escolar: professores, técnicos, alunos e responsáveis.

Considerando o eixo *Currículo* para o qual encaminhamos as sugestões, trazemos um recorte do documento enviado, com as nossas contribuições. Seria possível inclusive fazer uma comparação nas modificações sugeridas, mas este não é o foco deste trabalho, podemos retomar esta tarefa em pesquisas futuras. Neste sentido, trazemos as contribuições do grupo de estudo na elaboração do PPP no Anexo 1.

Não poderíamos deixar de destacar a importância do PPP da escola, em consonância com as contribuições para elaboração deste documento. Os professores da ESEBA, por possuírem uma formação acadêmica e pelas características do trabalho da escola, tendem a estudar e contribuir sempre para discussões como esta.

Quanto ao impacto deste documento, podemos listar inúmeras vantagens da atualização do PPP, principalmente pelo fato de que o documento original, a última versão, é de meados da década de 80, quando a escola ainda era chamada de Nossa Casinha. Durante os anos seguintes, só foram realizadas emendas ao projeto original.

Acreditamos que nossas contribuições se somaram às de outros professores, pois, considerando os princípios de um CAp, os resultados das pesquisas de ensino, pesquisa e extensão devem retornar à escola, trazendo benefícios às futuras práticas pedagógicas. Como ressaltamos, nosso intuito não foi impor a nossa fundamentação, mas consideramos que possibilitamos a formação dos demais professores, trazendo contribuições para esses professores sobre os princípios desta teoria. Além de auxiliar os professores que, assim como nós, encontram dificuldades na fundamentação de seus trabalhos.

Apesar da importância do PPP, a principal contribuição do grupo de estudo para esta pesquisa é a elaboração de uma unidade didática de ensino, que abordamos na próxima sessão. Consideramos unidade, seguindo os estudos de Davidov (1988), que considera que devemos trabalhar com a essência do conteúdo. Apresentamos na sessão seguinte a relação dialética entre função e equação, de todo com as partes, movimento do geral para o particular. Assim, denominamos unidade didática de ensino, a reorganização que realizamos no planejamento, e as estratégias metodológicas, as operações e os instrumentos das atividades de estudo.

### 3.5 Unidade didática de ensino: relação dialética entre *função* e *equação*

Como já indicamos, segundo Aquino (2013), uma didática que não conduza ao desenvolvimento das funções psicológicas superiores, ou seja, da formação integral da personalidade, não tem razão de existir. Para o autor, o adjetivo ‘desenvolvimental’ reforça essa orientação científica da didática e completa dizendo que “no plano da didática, a instrução, o desenvolvimento e a educação se efetivam, fundamentalmente, por meio do processo de ensino-aprendizagem-desenvolvimento” (AQUINO, 2013, p. 240).

A educação organizada por meio de atividades de estudo promove o desenvolvimento de funções psicológicas do aluno, pois:

A atividade produtiva do aluno (como processo orientado à realização de uma atividade vital, ativa, do sujeito diante da realidade) como os conceitos a assimilar, a relação com os outros seres humanos e a mediação por instrumentos tem um papel importante no desenvolvimento das funções psicológicas superiores, pois constitui um meio para a inclusão de novas estruturas do pensamento. A estruturação racional da atividade se converte em uma necessidade e é uma via para que o aluno possa construir um modelo teórico da atividade que se pretende formar (NÚÑES, 2009, p. 69).

Partimos do princípio de que a maneira como organizamos as atividades de ensino interfere diretamente na aprendizagem dos alunos, pois, segundo Vigotski (2010, p. 118),

[...] o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer. Assim, o aprendizado é um aspecto necessário e universal do processo de desenvolvimento das funções psicológicas culturalmente organizadas e especificamente humanas.

Tendo como base os princípios ressaltados sobre um ensino devidamente organizado, analisamos o conteúdo programático da escola, que é apresentado nas três figuras a seguir. Segundo nossos estudos sobre o ensino de álgebra, no desenvolvimento lógico-histórico dos conteúdos de função e equação, atentamo-nos para a ruptura no tratamento destes conteúdos. Solicitamos ao professor o planejamento o qual é entregue aos alunos durante o desenvolvimento do ano letivo, este material segue nas próximas imagens.

Figura 15 - Planejamento pedagógico do 1º Trimestre – 9º Ano ESEBA



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA**

Rua Adutora São Pedro, 40 – Campus Educação Física - Bairro Aparecida  
 CEP: 38400-075 – Uberlândia – MG - Fone: (34) 3218-2905 – Fax: (34) 3218-2932 – <http://www.eseba.ufu.br>



**Planejamento 1º trimestre – 9º ano do Ensino Fundamental (2014)**

**Números e operações.**

- Potenciação.
- Radiação.
- Radiciação de polinômios.
- Operações com radicais.

**Espaço e forma.**

**Polígonos:** Definição, classificação e nomenclatura de polígonos, perímetro.

- Cálculo do número de diagonais de um polígono.
- Soma dos ângulos internos e externos de um polígono.
- Polígonos regulares: medida dos ângulos internos e externos.

**Triângulos:** Elementos e classificação dos triângulos; condição de existência de um triângulo.

- Propriedade do ângulo externo de um triângulo.
- Pontos notáveis de um triângulo.
- Triângulos Especiais: retângulo, equilátero e isósceles.

**Números e operações.**

- Juro simples e composto.

**Tratamento da informação\*.**

- Análise e interpretação de gráficos e tabelas.

**\*Permeado em todo o trimestre.**

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM	
DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS AO LONGO DO 1º TRIMESTRE (CARÁTER SOMATIVO)	
<b>Avaliação</b>	<b>Discrição</b>
Trimestral	Avaliação individual sem consulta
Multidisciplinar	Atividade Multidisciplinar
Processual (Parte diversificada)	Trabalhos (individual ou grupo)
	Participação (individual)
	Testes individual com consulta ou em grupos sem consulta
	<b>TOTAL</b>
	<b>30,0 pontos</b>

Os pontos referentes aos "**Trabalhos**" serão distribuídos em diferentes critérios de avaliação da disciplina, como atividades no Laboratório de Ensino, Seminários, Atividades internas e externas à escola.

Os pontos referentes a "**Participação**" serão distribuídos por meio do trabalho registrado no caderno em atividades realizadas na escola e fora dela.

**Bibliografia:**

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patricia Rosana Moreno. **Vontade de saber matemática**, 9º ano-2ª ed. São Paulo: FTD, 2012.

Fonte: Caderno de Planejamento do Professor Leandro.

**Figura 16 - Planejamento pedagógico do 2º Trimestre – 9º Ano ESEBA**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA**  
 Rua Adutora São Pedro, 40 – Campus Educação Física - Bairro Aparecida  
 CEP: 38400-075 – Uberlândia – MG - Fone: (34) 3218-2905 – Fax: (34) 3218-2932 – http://www.eseba.ufu.br



**Planejamento 2º trimestre – 9º ano do Ensino Fundamental (2014)**

**Espaço e forma.**

- Razão entre dois segmentos.
- Segmentos proporcionais.
- Figuras semelhantes.
- Redução, ampliação e redução de figuras.
- Homotetia.
- Escala.
- Propriedades das retas paralelas.
- Teorema de Tales.
- Teorema de Tales nos triângulos.
- Triângulos semelhantes.
- Casos de semelhança de triângulos.

**Números e operações.**

- Equações do 2º grau.
- Resolvendo equações do 2º grau.
- Estudo das raízes de uma equação do 2º grau.

**Espaço e forma.**

- Triângulo retângulo.
- Relações métricas no triângulo retângulo.
- Teorema de Pitágoras.
- Relações trigonométricas no triângulo retângulo.
- Tabela trigonométrica.
- Plano cartesiano.
- Coordenadas cartesianas.

**Tratamento da informação.**

- Análise e interpretação de gráficos e tabelas\*.

**\*Permeado ao longo de todo o trimestre.**

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM		
DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS AO LONGO DO 2º TRIMESTRE (CARÁTER SOMATIVO)		
Avaliação	Descrição	Pontuação
Trimestral	Avaliação individual sem consulta	14,0 pontos
Multidisciplinar	Atividade Multidisciplinar	7,0 pontos
Processual (Parte diversificada)	Trabalhos	6,0 pontos
	Participação	3,0 pontos
	Testes individuais com consulta ou em grupos sem consulta	5,0 pontos

Os pontos referentes aos **"Trabalhos"** serão distribuídos em diferentes critérios de avaliação da disciplina, como atividades no Laboratório de Ensino, Seminários, Atividades internas e externas a escola.  
 Os pontos referentes a **"Participação"** serão distribuídos por meio do trabalho registrado no caderno em atividades realizadas na escola e fora dela.

**Bibliografia:**  
 SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patricia Rosana Moreno. **Vontade de saber matemática**, 9º ano-2ª ed. São Paulo: FTD, 2012.

Fonte: Caderno de Planejamento do Professor Leandro.

**Figura 17 - Planejamento pedagógico do 3º Trimestre – 9º Ano ESEBA**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA**

Rua Adutora São Pedro, 40 – Campus Educação Física - Bairro Aparecida  
 CEP: 38400-075 – Uberlândia – MG - Fone: (34) 3218-2905 – Fax: (34) 3218-2932 – <http://www.eseba.ufu.br>



**Planejamento 3º trimestre – 9º ano do Ensino Fundamental (2014)**

**Espaço e forma.**

- Circunferência.
- Comprimento da circunferência e de um arco de circunferência.
- Ângulos em uma circunferência.
- Comprimento do arco da circunferência.
- Polígonos inscritos na circunferência.
- Polígonos circunscritos na circunferência.

**Grandezas e medidas\*.**

- Problemas envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.
- Problemas envolvendo o cálculo de área de figuras planas.

**Números e operações.**

- Funções.
- Função afim.
- Gráfico de uma função afim.
- Função quadrática.
- Gráfico de uma função quadrática.
- Função quadrática.
- Gráfico de uma função quadrática.

**Grandezas e medidas.**

- Área do círculo.
- Área do setor circular.
- Área da coroa circular.
- Noções de volume.
- Volume e capacidade.

**Tratamento da informação.**

- Análise e interpretação de gráficos e tabelas\*.

**\*Permeado ao longo de todo o trimestre.**

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM		
DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS AO LONGO DO 3º TRIMESTRE (CARÁTER SOMATIVO)		
<b>Avaliação</b>	<b>Discrição</b>	<b>Pontuação</b>
Trimestral	Avaliação individual sem consulta	<b>3º Trimestre</b>
Multidisciplinar	Atividade Multidisciplinar	14,0 pontos
Processual (Parte diversificada)	Trabalhos	7,0 pontos
	Participação	6,0 pontos
	Testes individuais com consulta ou em grupos sem consulta	3,0 pontos
		5,0 pontos

Os pontos referentes aos "**Trabalhos**" serão distribuídos em diferentes critérios de avaliação da disciplina, como atividades no Laboratório de Ensino, Seminários, Atividades internas e externas à escola.  
 Os pontos referentes a "**Participação**" serão distribuídos por meio do trabalho registrado no caderno em atividades realizadas na escola e fora dela.

**Bibliografia:**

SOUZA, Joamir Roberto de; PATARO, Patricia Rosana Moreno. **Vontade de saber matemática**, 9º ano-2ª ed. São Paulo: FTD, 2012.

Fonte: Caderno de Planejamento do Professor Leandro.

Observamos, no planejamento do 9º ano, que os conteúdos estão organizados de acordo com os blocos de conteúdos propostos pelos PCN: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação, de modo que, em cada trimestre, todos eles estejam presentes. Com relação aos conteúdos específicos de álgebra, no segundo

trimestre, aparece o estudo de equações de 2º grau, e, no terceiro, o estudo de funções, incluindo as funções afim e quadrática.

Considerando as discussões realizadas nas reuniões do grupo de estudo, os documentos analisados e os trabalhos desenvolvidos por grupos de pesquisa na perspectiva da teoria histórico-cultural, propusemo-nos a reelaborar o conteúdo programático do 9º ano, criando um plano de unidade didática sobre o ensino de funções e equações. A unidade didática elaborada pelo grupo de estudo se encontra no anexo deste trabalho (Anexo 2).

A introdução de um novo sistema de ensino como variável independente do experimento pedagógico pressupõe a reestruturação da velha prática pedagógica que não aperfeiçoa os processos de aprendizagem porque não tem em consideração o ensino como motor do desenvolvimento dos escolares. Em outras palavras, a reestruturação experimental da prática pedagógica deve conduzir a modificação qualitativa do desenvolvimento intelectual das crianças, com a vantagem de aperfeiçoar o tempo de estudo e os métodos de aprendizagem (AQUINO, 2013, p. 246).

Neste sentido, apresentamos o plano de unidade didática, elaborado de forma colaborativa com o professor, que está estruturado em 6 atividades, com 18 tarefas e várias ações durante o experimento didático-formativo, conforme apresentado no Anexo 2. Davidov (1986) fundamenta a presente estrutura. No modo davidoviano de organização do ensino, a atividade de estudo se estrutura em: tarefas de estudo que requer ações de estudo que, por sua vez, requer várias tarefas particulares, cuja execução acontece por diversas operações. Enfim, esse processo realiza-se pela essência do conceito, e não pela sua aparência ou manifestações externas.

A presente investigação considera que esses processos ocorrem pela formação das ações que compõem o pensamento teórico, cujo elemento central é a essência dos conceitos teóricos/científicos. Desse modo, o pensamento teórico em Davidov (1988) se constitui mediado por instrumentos e procedimentos generalizados de ação na esfera dos conceitos teórico/científicos, em um movimento contínuo para novas sínteses.

Trabalhamos as equações, como uma ferramenta para matemática, não como um conceito, porque o conceito trabalhado durante as atividades realizadas pelos alunos foi o conceito de funções. Apoiamos essa afirmação, considerando a fundamentação oferecida pelos trabalhos de Lalande (1993), Garbi (1997) e Cedro (2004), que abordam em seus trabalhos a equação como uma linguagem para expressar uma relação entre grandezas. Consideramos como equação a “uma igualdade geral (com termos variáveis) que exprime

uma condição que as variáveis devem preencher (diz-se então que elas a verificam). Toda equação propriamente dita é, pois é proposicional a uma função, e determina uma grandeza” (LALANDE, 1993, p. 314).

Assim, entendemos neste trabalho que a equação possui uma relação com funções, sendo o objetivo de solucionar uma equação, o de determinar uma dada grandeza. Considerando as contribuições de Vigotski (2009) de fazer a movimento do geral para o particular, temos o movimento de função para equação, e fechando esse movimento, voltando à função, fazendo um movimento dialético. Deste modo, consideramos que equação é uma ferramenta, e, não, um conceito.

Como apresentado no capítulo em que fundamentamos as questões algébricas, o conteúdo de equações tem sua principal característica na relação entre grandezas, na descrição de uma dada situação, utilizando a linguagem algébrica, considerando que em uma equação temos uma ou mais incógnitas. Cedro (2004, p. 73) apresenta isso com clareza.

Na matemática, encontramos diversos tipos de equações:

- As algébricas, por exemplo:  $3x + 2 = 6$  ou  $5x^3 + \sqrt{2x} = 7$  e  $\frac{1}{x^3} = 3 + \frac{2}{x^2}$ .
- Exponenciais, por exemplo:  $x^4 + 3x^3 - 5 = e^{2x}$ .
- Diferenciais, por exemplo:  $2 \frac{dy}{dx} + 5 = 0$ .
- Trigonômicas, por exemplo:  $\text{sen } x + x^3 \cos x = 2$ .

Uma equação estabelece um momento singular de uma função, da relação entre grandezas. Segundo Cedro (2004, p. 73) “a linguagem usada para expressar essas relações não é nada menos que as equações”. Por isso, permite encontrar valores singulares e definidos para cada um dos seus elementos. Assim, encontrar o “x” em uma equação, denominado como incógnita, significa encontrar o valor de uma grandeza variável, mas que naquele momento específico está definido ainda que desconhecido.

Por exemplo, na função “ $y = x^2$ ”, temos as variáveis “x” e “y”, sendo “x” a variável independente e “y” a variável dependente, que estabelecem relações entre grandezas. Em um determinado instante uma dessas duas variáveis pode assumir um valor numérico. Quando isso ocorre continuamos tendo uma relação entre grandezas, mas essa relação pode ser determinada, quantificada. Assim, se o “y” dessa função admite valor igual a 4 temos, que os valores que satisfazem a equação são - 2 e 2, ou seja, nesta função o - 2 e o 2 possuem uma

relação com o quatro. Neste caso o  $x$  que era variável se torna incógnita e como apresentamos está definido, ainda que desconhecido.

A essência do conceito de função está na interdependência e na fluência. Por meio das funções, se identificam e relacionam grandezas de naturezas diferentes, sejam elas numéricas, matriciais, vetoriais, trigonométricas, ou de outros tipos, por meio de diferentes operações matemáticas, a se considerar adições, subtrações, multiplicações, divisões, radiciações, potenciações, dentre outras. Com base nessa relação entre variável e incógnita, num dado momento da função, é que consideramos função como conceito e equação como ferramenta para a matemática, ou no caso em que exploramos em algumas atividades, uma ferramenta para funções.

Destacamos que esta pesquisa está direcionada para a realidade social e concreta da sala de aula, da escola, e do contexto histórico, social e político no qual as atividades dos sujeitos se realizam, com toda sua objetividade e subjetividade. O caminho metodológico adotado neste trabalho pode nos possibilitar olhar para os sujeitos e seus motivos no processo de seu desenvolvimento, caminhar em meio às contradições para apreender do real aquilo que lhe é essencial.

Tal compreensão é um processo complexo e contraditório. Em dependência das finalidades e meios da atividade cognoscitiva integral pode afetar dois aspectos diferentes, ainda que estreitamente ligados, que passa de um a outro, da atividade objetual e sua reprodução. Assim, em forma racional pode expressar-se o aspecto direto, externo da realidade, sua existência presente que atua como objeto do pensamento empírico. Mas, no processo de compreensão também pode ser reproduzida a existência mediatizada, interna, da realidade, a que constitui o objeto do pensamento teórico (DAVIDOV, 1986, p. 71).

Pensando a elaboração da unidade didática, recorreremos a Libâneo (2009) ao afirmar que o professor realiza a mediação docente, possibilitando ao aluno realizar mediações cognitivas. A mediação docente envolve a organização didática empregada pelo professor, sendo assim, a mediação docente, também é mediação didática. A mediação cognitiva ocorre entre o conteúdo e o aluno e a mediação didática não garante a mediação cognitiva. O aluno precisa sentir necessidade de aprender e suas funções psíquicas superiores precisam estar compatíveis com o objeto de estudo. Por outro lado, as ações e estratégias adotadas pelo professor, isto é, a didática empregada, precisa estar adequada.

Na próxima sessão abordamos características dos sujeitos da pesquisa, a partir do diagnóstico da realidade na qual eles se inserem. Tratamos também do período de observação,

o qual oportunizou conhecer esses alunos, informação necessária para a elaboração da atividade de estudo, porque, segundo Davidov (1986), o professor em atividade de ensino, cria situações que geram a necessidade do aluno a aprender, motivando-o a uma ação, com o objetivo de resolver a tarefa de estudo.

### **3.6 Diagnóstico da realidade: conhecendo os sujeitos da pesquisa**

No decurso do período de acompanhamento da turma de 9º ano, que foi, de aproximadamente, 5 meses, se retirarmos as férias escolares, durante as cinco aulas semanais, foi possível compreender o funcionamento da turma e, considerando essas informações coletadas neste período, podemos fazer um diagnóstico da turma. Descrevemos algumas observações realizadas, como a faixa etária, o comportamento em sala de aula, o diagnóstico socioeconômico e origem social dos alunos, interesse pelo estudo e pela matemática, relação deles com os professores. Além do relato do professor Leandro sobre o perfil dos alunos do 9º ano, de maneira geral e especificamente dos envolvidos na pesquisa, pois para esta pesquisa consideramos apenas as atividades de uma das três turmas.

Aliadas a essas informações, abordamos a caracterização dentre da teoria histórico-cultural da fase da adolescência, faixa de idade dos alunos dos anos finais do ensino fundamental. Assim como os critérios utilizados para definição de acompanhamento da turma pesquisada, o período de observação e número de encontros realizados.

Durante a realização desta pesquisa, nos preocupamos com o papel das atividades de ensino na escola e, mais especificamente, nas aulas de matemática. Nesta perspectiva, procuramos ressaltar as suas articulações entre o conhecimento, as estratégias metodológicas e os envolvidos na atividade, em que pensamos nas atividades de ensino e suas características de síntese do currículo, ao articular objetivo, conteúdos, método e concepções sobre o conhecimento e como este se constrói.

A preocupação, neste trabalho não é questionar a escola, mas termos uma visão mais ampla no sentido de que “questionar a educação tem sido questionar a escola e portanto, as ações que têm por objetivo a unidade formadora do aluno: as atividades de ensino” (MOURA, 1996, p. 29). Destarte, temos como proposta a atividade de ensino como unidade formadora do aluno, chamamos “atenção sobre o papel do conhecimento e da escola, enquanto unidade

caracterizadora do projeto educativo” (Ibidem, p. 29), mas assim como Moura (1996), ressaltamos que

[...] *nem sempre o que acreditamos ser uma boa atividade de ensino o é para o aluno. Se quisermos aprofundar as razões de um determinado insucesso do aluno, seremos necessariamente levados a nos perguntar: o que pode levar determinados alunos a se envolverem mais do que outros nas atividades educativas? [...] A atividade para o professor é igualmente uma atividade para o aluno? Se são diferentes, como fazer com que ambas tenham significado para o professor e para o aluno?* (MOURA, 1996, p. 36, grifo nosso).

Tendo como suporte a teoria de Leontiev (1983), auxiliados pelas contribuições de Moura (1996), entendemos que

[...] as atividades humanas são consideradas por Leontiev como formas de relação do homem com o mundo, dirigidas por motivos, por fins a serem alcançados. A ideia de atividade envolve a noção de que o homem orienta-se por objetivos, agindo de forma intencional, por meio de ações planejadas (OLIVEIRA, TEIXEIRA, 2002, p. 32).

As ações planejadas em ambientes escolares, as atividades de ensino, devem ser direcionadas ao desenvolvimento das funções mentais superiores.

[...] e não é qualquer tipo de educação e de ensino que dá conta desses processos [...], pois nem todos os atos dos adultos, dentre eles os dos professores mais próximos à criança, têm influência suficiente sobre o desenvolvimento. Sem subestimar, por isso, o papel principal do ensino e da educação no desenvolvimento, passa a considerar indispensável uma organização que possibilite os melhores resultados e tenha a maior influência na formação integral da personalidade dos sujeitos (PUENTES, 2013, p. 178).

Essas são questões e inquietações que nos levaram a compreender melhor os alunos envolvidos nesta pesquisa, considerando que para elaborar as atividades que seriam vivenciadas pelos estudantes era necessário conhecer esses sujeitos, pois a partir dessas informações seria possível elaborar as atividades de ensino, tendo como base o interesse destes alunos, fazendo com que o professor criasse situações focadas nas necessidades dos alunos.

Conhecer o desenvolvimento dos alunos envolvidos nesta pesquisa foi uma das etapas indispensáveis para se planejar as ações pedagógicas, compreender como gerar a necessidade nos alunos objetivando um processo de ensino-aprendizagem-desenvolvimento, que incide

sobre as suas zonas de desenvolvimento próximo. Para isso, iniciamos as observações das aulas de matemática para melhor conhecer sua dinâmica diária, algumas características pessoais, individuais e coletivas, a maneira como os alunos se envolvem com as atividades de ensino da disciplina em foco.

No subitem a seguir, abordamos o período de observação das aulas, que foi fundamental para a elaboração das atividades de estudo. Consideramos que propostas voltadas para o desenvolvimento progressivo do aluno devem estar embasadas nas especificidades dos sujeitos envolvidos, de modo que atividades de ensino devidamente organizadas podem proporcionar um envolvimento significativo dos sujeitos, desde que estejam interessados em realizar a ação de estudo, partindo de suas necessidades, considerando sempre o objetivo de aprender o conteúdo trabalhado.

### 3.6.1 Período de Observação

Antes de iniciarmos o período de observação com as turmas de 9º ano A, B e C, no mês de maio de 2015, no início do mês, estivemos na sala de aula e dialogamos, com os alunos sobre a pesquisa. Entregamos o Termo de Assentimento dos Alunos (TAA), junto com o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), os quais foram lidos na aula. Os alunos questionaram sobre o envolvimento deles na realização da pesquisa e se as gravações seriam utilizadas para questões disciplinares. Esclarecemos as dúvidas, contando com a colaboração do professor para repassar as demais questões que surgissem.

Nesse dia todos os alunos devolveram o TAA com as suas informações e assinado por eles. Mas, considerando que nenhum deles é emancipado, ou seja, responde legalmente por ele, por serem menores, solicitamos que pedissem aos pais ou responsáveis que assinassem o TCLE. Orientamos que eles deveriam levar o documento para casa e retornassem com ele preenchido e assinado pelos pais ou responsáveis com o posicionamento de consentimento, ou não, de colaboração com a pesquisa, no prazo de uma semana. Durante esse período, três pais solicitaram uma conversa para maiores esclarecimentos sobre a pesquisa e contamos com a colaboração do professor da turma para intervir no diálogo e contribuir com os esclarecimentos solicitados pela família. Apesar do questionamento, essas famílias se posicionaram favoráveis à participação de seus filhos na pesquisa.

Combinamos de voltar à sala na segunda-feira seguinte para apanhar os termos assinados. Retornamos à sala no dia combinado, questionamos quem havia levado o termo assinado: no 9º ano A, apenas dois alunos não levantaram a mão, confirmando, que tinham levado o TCLE devidamente assinado; no 9º ano B, metade da turma, 13 alunos, não levou a autorização dos pais e, no 9º ano C, quatro alunos não levaram o documento. Retornamos às salas na terça-feira, tivemos retorno dos dois alunos do 9º ano A, de cinco alunos do 9º ano B e de três alunos do 9º ano C.

Considerando o período de observação da turma de 9º ano em que foram vivenciadas as atividades de ensino, foi possível definir algumas características do grupo que contribuiu com esta pesquisa. Neste sentido, organizamos estas informações em partes: a seleção da turma a ser pesquisada; as características da turma que observamos, sua faixa etária, comportamento, condição; o interesse pelo estudo e a relação com o professor.

### 3.6.2 Seleção do 9º Ano A

Na ESEBA no ano de 2014, havia três turmas de 9º ano, com aproximadamente 24 alunos cada. Todas as turmas de 9º ano desta escola vivenciaram as atividades, que foram produzidas de forma colaborativa, nas reuniões do grupo de estudo. A observação das aulas em um primeiro momento se deu em todos os horários das diferentes turmas, mas depois da definição da turma a qual seria avaliada o acompanhamento das demais turmas não passou a ser tão frequente, considerando as condições de trabalho, pois a pesquisadora permanecia os três turnos na escola. Como já destacado no texto, o horário de trabalho da pesquisadora foi alterado para que fosse possível realizar as reuniões com o professor das turmas e observar o grupo de alunos que participou da pesquisa.

A definição pelo 9º ano A não foi aleatória, pois essa turma foi selecionada, considerando a possibilidade de 100% de acompanhamento pela pesquisadora das aulas durante o período da pesquisa, considerando que as demais turmas, essa observação ficaria prejudicada, devido a reuniões administrativas da própria ESEBA, que ocorriam quinzenalmente no período da manhã, impossibilitando assim a observação nestas ocasiões.

Outro fator que influenciou a escolha do 9º ano A, foi a questão da diversidade de alunos da turma, tendo um grupo de repetentes junto com os regulares, tendo sujeitos de

diferentes classes sociais, com uma diversidade de aproveitamento considerável, fatores que contribuíram positivamente para a diversidade dos dados obtidos.

Iniciamos o período de observações das turmas no dia 19 de maio de 2015 e encerramos o período de acompanhamento da turma dia 31 de outubro de 2015. Foram seis meses de acompanhamento, em que em um deles estivemos de férias, sendo, portanto, cinco meses de efetivo contato com a turma. As aulas de matemática da turma selecionada, o 9º ano A, eram realizadas na segunda-feira, na terça-feira e na sexta-feira.

Organizamos os encontros de observação da turma selecionada em uma tabela com motivos didáticos, para melhor compreensão do trabalho de observação, acompanhamento e intervenção das atividades na turma, como podemos observar no quadro a seguir.

**Quadro 12** – Cronograma da observação do 9º ano A

Encontros	Atividade da Pesquisa	Data	Horário
Aula 1	Observação das Turmas 9º ano A, B e C	19/05/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 2	Observação das Turmas 9º ano A, B e C	20/05/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Aula 3	Observação das Turmas 9º ano A, B e C	23/05/2015 Sexta-feira	4º e 5º Horários 9h50min – 11h30min
Aula 4	Observação do 9º ano A	26/05/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 5	Observação do 9º ano A	27/05/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Aula 6	Observação do 9º ano A	30/05/2015 Sexta-feira	4º e 5º Horários 9h50min – 11h30min
Aula 7	Observação do 9º ano A	02/06/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 8	Observação do 9º ano A	03/06/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Aula 9	Observação do 9º ano A	06/06/2015 Sexta-feira	4º e 5º Horários 9h50min – 11h30min
Aula 10	Observação do 9º ano A	09/06/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 11	Observação do 9º ano A	10/06/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Férias escolares – 12/06/2015 a 11/07/2015			
Aula 12	Observação do 9º ano A	14/07/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 13	Observação do 9º ano A	15/07/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Aula 14	Observação do 9º ano A	18/07/2015 Sexta-feira	4º e 5º Horários 9h50min – 11h30min

Aula 15	Observação do 9º ano A	21/07/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 16	Observação do 9º ano A	22/07/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Aula 17	Observação do 9º ano A	25/07/2015 Sexta-feira	4º e 5º Horários 9h50min – 11h30min
Total de 17 encontros com a turma, período de observação, com 28 aulas de 50 minutos			
Aula 18	Atividades de Ensino – Funções	28/07/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 19	Atividades de Ensino – Funções	29/07/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Aula 20	Atividades de Ensino – Funções	01/08/2015 Sexta-feira	4º e 5º Horários 9h50min – 11h30min
Aula 21	Atividades de Ensino – Funções	04/08/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 22	Atividades de Ensino – Funções	05/08/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Aula 23	Atividades de Ensino – Funções	08/08/2015 Sexta-feira	4º e 5º Horários 9h50min – 11h30min
Aula 24	Atividades de Ensino – Funções	11/08/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 25	Atividades de Ensino – Funções	12/08/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Aula 26	Atividades de Ensino – Funções	18/08/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 27	Atividades de Ensino – Funções	19/08/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Aula 28	Atividades de Ensino – Funções	22/08/2015 Sexta-feira	4º e 5º Horários 9h50min – 11h30min
Total de 11 encontros com a turma, período das atividades de ensino de funções, com 19 aulas de 50 minutos			
Aula 29	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	25/08/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 30	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	26/08/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Aula 31	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	29/08/2015 Sexta-feira	4º e 5º Horários 9h50min – 11h30min
Aula 32	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	01/09/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 33	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	02/09/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Aula 34	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	05/09/2015 Sexta-feira	4º e 5º Horários 9h50min – 11h30min
Aula 35	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	08/09/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 36	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	09/09/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Aula 37	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	12/09/2015 Sexta-feira	4º e 5º Horários 9h50min – 11h30min

Aula 38	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	15/09/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 39	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	16/09/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Aula 40	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	19/09/2015 Sexta-feira	4º e 5º Horários 9h50min – 11h30min
Aula 41	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	22/09/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 42	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	23/09/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Aula 43	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	26/09/2015 Sexta-feira	4º e 5º Horários 9h50min – 11h30min
Aula 44	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	29/09/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 45	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	30/09/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Aula 46	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	03/10/2015 Sexta-feira	4º e 5º Horários 9h50min – 11h30min
Aula 47	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	06/10/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 48	Atividades de Ensino Equações do Segundo Grau	07/10/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Total de 20 encontros com a turma, período das atividades de ensino de funções, com 33 aulas de 50 minutos			
Aula 49	Atividades de Ensino – Funções	10/10/2015 Sexta-feira	4º e 5º Horários 9h50min – 11h30min
Aula 50	Atividades de Ensino – Funções	13/10/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 51	Atividades de Ensino – Funções	14/10/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Aula 52	Atividades de Ensino – Funções	17/10/2015 Sexta-feira	4º e 5º Horários 9h50min – 11h30min
Aula 53	Atividades de Ensino – Funções	20/10/2015 Segunda-feira	1º e 2º Horários 7h00 – 8h40min
Aula 54	Atividades de Ensino – Funções	21/10/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Aula 55	Atividades de Ensino – Funções	24/10/2015 Sexta-feira	4º e 5º Horários 9h50min – 11h30min
Aula 56	Atividades de Ensino – Funções	21/10/2015 Terça-feira	3º Horário 8h40 – 9h30min
Aula 57	Atividades de Ensino – Funções	24/10/2015 Sexta-feira	4º e 5º Horários 9h50min – 11h30min
Total de 11 encontros com a turma, período das atividades de ensino de funções, com 15 aulas de 50 minutos			
Total de 57 encontros com a turma, período total de acompanhamento da turma, com 95 aulas de 50 minutos			

Durante todo o período de observação, os alunos foram organizados em duplas, considerando diferentes critérios que seguem no texto, no subtítulo no item 3.6.6. Como esta turma tem 24 alunos foram formadas 12 duplas, mas considerando a diversidade de critérios de formação das duplas durante a realização do trabalho, essas duplas não foram fixas, portanto serão analisadas as atividades que mais se destacaram, segundo as unidades de análise estipuladas.

O período de observação foi longo, mas consideramos que esta intervenção na dinâmica das aulas, primeiro com a formação do grupo de estudo, que acarretou uma mudança na postura do professor, depois com o período em que só observamos os alunos, suas interações sociais, seu comportamento e, por fim, as intervenções com as atividades de ensino, foram fundamentais para desenvolvimento dos envolvidos nesta pesquisa, sendo alunos, professor ou pesquisadora. Esse período de acompanhamento mais logo tem relação com a teoria, que oferece suporte teórico metodológico para essa pesquisa, pois

[...] consideramos que o processo de internalização dessa cultura ou da experiência social *não tem como acontecer de maneira brusca*, rápida e imediata. Em primeiro lugar, pela *quantidade de conhecimento* que é preciso que sejam assimilados; em segundo, porque muito do que se deve aprender exige como premissa indispensável um nível determinado do desenvolvimento psíquico geral, o qual se consegue só aos poucos sobre a base das influências externas no processo de educação e ensino. Por esse motivo, a educação e o ensino precisam levar em consideração um aspecto fundamental. Devem criar melhores modos de organizar os processos e práticas educativas, de modo que as habilidades e as condutas sejam adquiridas dentro de um sistema harmonioso no qual cada parte sirva de base e premissa para a assimilação de outros sistemas, em lugar de aspectos separados uns dos outros, como acontece ainda hoje, em currículos baseados em disciplinas estanques (PUENTES, 2013, p. 178, grifo nosso).

Pensando nisso, propusemos uma unidade didática, na qual tivemos a preocupação de trabalhar a essência dos conceitos de função e equações, fazendo um movimento dialético, da construção desses conceitos.

Seguindo a nossa organização didática do período de observação e compreensão dos sujeitos, tratamos do diagnóstico do 9º ano A, considerando sua faixa etária e seu comportamento em sala.

### 3.6.3 Diagnóstico da turma: faixa etária e comportamento em sala

O 9º ano A do ano de 2014 da ESEBA, era composto por 14 meninos e 10 meninas, totalizando 24 alunos regularmente matriculados e frequentes. Do início do ano até o início das observações pediram transferência uma menina e um menino, devido à paralizações e possível início de greves, além da questão de que o ano letivo de 2014 ter sido encerrado apenas em janeiro de 2015.

Os alunos desta turma possuíam de 13 a 16 anos, sendo que 6 deles eram repetentes, os demais alunos já estavam juntos desde o ingresso na escola, pois devido às questões que diferenciam o currículo da escola, o número de alunos que pedem transferência é muito pequeno. A variação em termos de idade dos alunos nesta sala é muito grande, o que gera conflitos diversos, pois os interesses dos envolvidos são muito distintos; todos estão preocupados com as questões de gênero, só que enquanto alguns estão preocupados com a aproximação do sexo oposto, os outros querem o contrário.

No ano de ingresso desses alunos na escola, ocorreu um erro no edital, ingressando alunos menores do que 4 anos, causando uma diversidade de idades de alunos ingressantes na escola. Desta forma, a interação e os interesses desses alunos sempre foram diferentes, fatos que foram minimizados ao longo dos anos, mas em contrapartida os repetentes apresentam um pouco mais de dificuldade de se relacionar no início do ano.

Os alunos mais novos apresentam raciocínio como parte dos processos de análise e compreensão da realidade, revelando-se capaz de identificar, analisar criticamente e descrever os elementos constitutivos dos objetos, dos conceitos, dos costumes e dos sentimentos, demonstrando assim, a elevação do raciocínio crítico por indagação teórica sobre as causas e efeitos, por resistência às opiniões dos adultos e por identificação emocional com os pares da mesma condição de gênero. Em termos de aprendizagem social, na medida em que as atividades coletivas se revestem de um maior sentido e significado nesse período, o aluno deve apresentar uma estrutura, cognitiva e emocional, suficiente para se reconhecer objetivamente como um membro da sociedade, o que facilita o trabalho em grupo. Nesse sentido, a construção dessa noção no aluno está associada à percepção de que os outros têm pensamentos, sentimentos e necessidades diferentes, que o obriga a reconhecer a necessidade de romper com o seu individualismo, sem perda de sua identidade, e a refletir criticamente no momento de compartilhar a realização de atividades coletivas, mediando seus próprios interesses com os do grupo.

Já os alunos mais velhos apresentam a organização do saber escolar e outros dados da realidade social e natural, estabelecendo relações por associação e categorias. Podemos citar como exemplo o campo da linguagem; esses alunos já apresentam a capacidade de raciocinar criticamente por meio de comparações entre a percepção da realidade natural e social e o significado das palavras, das opiniões e dos questionamentos relacionados a um determinado assunto. Em termos de aprendizagem social, esse aluno passa a manifestar capacidade em diferenciar o sentido e significado do conceito de norma e regra, interpretando, generalizando e relativizando a sua utilização na prática dos direitos e dos deveres individuais e coletivos, de acordo com a situação. Dependendo da experiência acumulada, como pudemos observar em um grupo pequeno que consegue raciocinar abstratamente e agir comunicativamente, de forma semelhante aos processos de pensamento lógico da vida adulta, por meio da demonstração de conhecimentos assimilados, relativos às várias dimensões da cultura.

Em relação ao comportamento dos alunos em sala de aula, os principais conflitos ocorriam devido à divergência de interesses, mas que normalmente eram contornados na própria sala de aula, mas, em casos extremos, a estrutura escolar conta com o apoio da área de psicologia escolar, que propunha intervenções, diálogos e dinâmicas, para que se minimizassem as divergências.

As aulas de matemática desta turma eram geminadas, sendo que na segunda-feira eles tinham os dois primeiros horários, na terça-feira o terceiro horário e na sexta-feira os dois últimos horários (quarto e quinto horário). A turma apresentava um comportamento recorrente; observamos que na terça-feira era o dia mais complicado em termos de comportamento, pois a aula ocorria após dois horários de educação física. Os alunos retornavam para a sala agitados, com muito calor e, em algumas vezes, eufóricos ou com conflitos devido a algum resultado da atividade esportiva. Isso significava que o professor Leandro sempre tinha que intervir, lembrá-los de que a aula de matemática já havia se iniciado; essa fala era, por vezes, repetida durante o horário que era apenas de cinquenta minutos de atividade.

Devido à condição física com que os alunos retornavam para sala, outro fator que tumultuava a dinâmica da sala era a quantidade de alunos que solicitavam a saída de sala de aula, com motivos como ir ao banheiro, beber água e em ocasiões extremas à enfermaria, fato que ocorreu três vezes durante o período observado. A dinâmica da aula ficava um pouco prejudicada, porque por vezes estávamos corrigindo uma atividade, ou discutindo estratégias de resolução de atividades e o aluno se manifestava levantando a mão. Quando permitíamos

que ele falasse, considerando que o mesmo iria se manifestar contribuindo com as discussões, ele solicitava a saída da sala por um dos motivos apontados.

Mas, além disso, a terça-feira era também o horário antes do recreio, o que fazia com que nos últimos minutos da aula, os alunos já começavam a se agitar, almejando a saída. Essa agitação foi observada e chegamos a algumas conclusões sobre os motivos dos alunos: alguns fazem as suas principais refeições na própria escola, por isso, o horário do recreio é tão importante, e, ainda, se ele se deslocar ao pátio mais cedo, considerando o tempo de recreio que é de apenas vinte minutos, poderá repetir a refeição que está sendo servida. Outro motivo, são as relações de namoro que já começam a acontecer no espaço escolar. Não é permitida a demonstração extrema de afeto em local escolar, mas isso não impede esses alunos de tentar burlar essa regra. E, por fim, há um grupo significativo que quer apenas socializar com os colegas, mexer no celular, ações comuns e superestimadas por adolescentes.

Portanto, na terça-feira a aula que era de cinquenta minutos, por vezes era reduzida para quarenta e até mesmo para trinta minutos de atividades de matemática. Na sexta-feira, as aulas eram nos dois últimos horários, tínhamos o comportamento agitado descrito acima ao final do quinto horário.

O comportamento dos alunos, de modo geral, em sala de aula, mais especificamente nas aulas de matemática, é considerado tranquilo; mesmo com as ações descritas, são alunos que não apresentam problemas graves de indisciplina. Os alunos repetentes possuem um bom relacionamento com os demais e as ocorrências que os levaram a reprovar no ano anterior, ou nos anos anteriores, não foram ações indisciplinadas, mas por faltarem à aula, não entregarem trabalhos em datas pré-estabelecidas, por dificuldades com os conteúdos, ou por não demonstrarem interesse com as atividades propostas. No subitem seguinte, exploramos as características sociais, culturais e econômicas da turma, realizando um diagnóstico da realidade.

#### 3.6.4 Diagnóstico da turma: características sociais, culturais e econômicas da turma

O fluxo de matrículas e transferências realizadas pela escola é muito pequeno, como já ressaltamos anteriormente. Os alunos ingressam na escola aos 4 anos de idade no primeiro período e permanecem em sua maioria até terminarem o 9º ano do ensino fundamental.

Outro fator já ressaltado é a federalização da escola, que regulamentou a forma democrática de ingresso dos novos alunos, que é feita via sorteio público, que acontece todos os anos no mês de outubro. São definidas nesse sorteio as possíveis matrículas, sendo organizadas da seguinte maneira: 75 vagas de ingresso do primeiro período, esses são os alunos que a partir do sorteio tem direito à vaga, mas considerando possíveis desistências são sorteadas mais 10 vagas para cada ano de ensino, para alunos que podem vir a entrar na escola.

Destacamos estas informações para entrarmos nas questões sociais, culturais e econômicas dos alunos. Devido ao sorteio não há uma classe social, ou um grupo específico que recebe benefício no ingresso na ESEBA. Neste 9º ano, há alunos que têm condição financeira muito boa, com os pais que trabalham e ganham bem ou tem seu próprio negócio, há casos em que quem vem buscar o aluno na escola é o motorista. Por outro lado, há, também, alunos cuja família passa por processo no Conselho Tutelar, por falta de estrutura e condições. Temos, inclusive, casos na escola, não nesta turma, de alunos cuja família é moradora de rua. Portanto, a diversidade em termos de condições econômicas é garantida no ingresso do aluno à escola. Em sua maioria, são alunos de famílias de classe média, nas quais o pai e a mãe tem que trabalhar.

A estrutura familiar também não apresenta uma só formação, por exemplo, há alunos que possuem pais casados, outros separados, pais do mesmo gênero, outros não vivem com os pais, mas com os avós ou tios, para estudarem nesta escola e apenas uma aluna é órfã de pai e mãe e vive com uma tia, que é sua responsável legal.

Com essa diversidade, temos experiências culturais também diversas, o que possibilita a troca desses alunos durante suas atividades escolares, em que a sua vivência, seu conhecimento empírico, contribui ou não para a formação do conceito científico, trabalhado em sala de aula. Ressaltamos que

[...] as condições sociais e a educação representam não apenas uma condição externa, mas a verdadeira fonte de desenvolvimento [...], dado que no meio social estão presentes todos os valores materiais e espirituais nos quais estão encarnadas as capacidades do gênero humano e que o indivíduo deve dominar no processo de seu desenvolvimento (PUENTES, 2013, p. 183).

Os alunos do 9º ano A, tem as suas residências distribuídas em 9 bairros da cidade de Uberlândia, sendo que nenhum deles mora no bairro em que a escola está localizada e o que mora mais distante da escola, mora na zona rural, entre a cidade de Uberlândia e o distrito de

Cruzeiro dos Peixotos. Deste modo, há alunos com características muito diferentes em termos de experiências culturais, condições econômicas e vivência social, os quais possuem diferentes relações com o estudo, com a matemática e com o professor, como veremos a seguir.

### 3.6.5 Diagnóstico da turma: interesse pelos estudos e pela matemática e relação com o professor

O interesse dos alunos pelas aulas está relacionado ao seu desenvolvimento no conteúdo, quanto mais informações são trabalhadas, mais associações eles conseguem fazer, criando uma teia difusa, onde conseguem fazer abstrações e generalizações, construindo os conceitos a partir de outros.

Com base no conceito de interesse em Leontiev (1961), entendemos que

[...] o interesse para o estudo se manifesta ao mesmo tempo em que se atua. Nesses casos o interesse influi não somente na atividade futura, mas também no que se realiza nesse momento e, facilita alcançar os fins propostos e um desenvolvimento mais completo [...] O que se estuda adquire um sentido para o estudante, se seu conteúdo lhe interessa e responde ao que deseja conhecer (LEONTIEV, 1961, p. 351).

“Os interesses situacionais se despertam pelas situações em que se atua, entre elas cabe mencionar a atitude mental interna. Dependem principalmente das particularidades do que se faz e das condições em que se atua” (ibid., p. 352). Isso pode conduzir, por sua vez, ao enriquecimento dos interesses permanentes.

Sobre o desenvolvimento nas aulas de matemática, há alunos que não demonstram interesse, independente da estratégia de ensino que o professor utilizou, pois fazem opção de não participar das atividades. A grande maioria durante o período de observação demonstrou interesse pelas aulas. Como as aulas eram registradas em áudio e por meio de fotografias, esse interesse pode estar relacionado a esse registro, fato que não podemos afirmar ou negar.

Ainda neste grupo, há alunos que se destacam consideravelmente no conteúdo matemático, conseguindo realizar atividades complexas como as propostas pela OBMEP. Neste grupo temos três alunos medalhistas desta olimpíada, que são bolsistas do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) (até 1971 era considerado o Conselho Nacional de Pesquisa, daí a sigla CNPq, que se manteve), e fazem o curso

preparatório do Programa de Iniciação Científica Júnior da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (PIC/OBMEP). Alunos que se destacam muito nas atividades propostas durante as aulas de matemática e que auxiliam e monitoram os outros alunos, tirando dúvidas tanto da matéria como dos exercícios.

A relação dos alunos com o professor aparentava ser bem tranquila, excluindo-se alguns momentos de exaltação, atendiam as exigências feitas pelo professor, não tratavam o adulto responsável de forma desrespeitosa e nem tinham como hábito utilizar palavras de baixo escalão. Em contrapartida, o professor sempre tratou os alunos com respeito, e com a atenção devida, havendo momentos, inclusive, de brincadeiras e de diálogos abertos. Como, por exemplo, a busca de orientação sobre um processo seletivo de bolsa em outra escola, considerando que a ESEBA oferece apenas até o 9º ano, não tendo o ensino médio; auxílio para complementação dos conteúdos que seriam cobrados em seleção de candidatos, como foi o caso do IFTM, o que gerou uma visita técnica orientada, organizada de forma colaborativa, por iniciativa do professor e da pesquisadora, contando com recursos da universidade e o apoio da escola.

Os alunos relataram que no início do ano letivo, tinham certo receio de iniciar estes diálogos mais abertos com o professor, consideravam-no muito rígido e fechado, mesmo com as “piadinhas sem graça”, fato que me chamou atenção, pois era uma estratégia do professor de brincar com os alunos, mas eles, discutindo comigo, alegaram que foi algo que com o tempo foram se acostumando, pois a piada contada não tinha graça, mas era divertido ver o esforço do professor, e acabavam por rir. O professor também relata que, no início do ano, ele é um pouco mais rígido até que os alunos se acostumem com as regras da sala de aula, depois ele precisa apenas reforçá-las, fazendo com que a dinâmica das aulas seja mais tranquila.

No próximo subitem tratamos dos critérios utilizados durante as atividades de estudo, para a formação dos grupos. Tratamos também da ZDP e já ressaltamos neste trabalho que utilizaremos este termo, considerando as referências utilizadas neste trabalho, mas não desconsideramos as contribuições dos trabalhos de Prestes (2010).

### 3.6.6 Formação dos grupos na sala: trabalhando na ZDP

As diferenças de desenvolvimento que surgem no decorrer do processo de aprendizagem do discente podem ser mais bem trabalhadas considerando o auxílio dos

colegas e do próprio professor, desenvolvendo as questões que não conseguem de forma individual, mas que, com a colaboração, pode desenvolver conceitos mais complexos. Trabalha-se, assim, na zona de desenvolvimento proximal e não na zona de desenvolvimento real. Desta forma, o aluno é desafiado a desenvolver novos conceitos e não vivencia um ambiente de repetição. Temos assim a construção de saberes, em que há a intervenção do professor para modificar as condições desfavoráveis ao aprendizado do aluno, garantindo melhores oportunidades de aprendizagem.

Segundo Vigotski, o ensino mais adequado é aquele que se dirige para a zona de desenvolvimento possível, levando em consideração e como ponto de partida a área de desenvolvimento efetiva ou real, pois como ele mesmo indica, o único bom ensino é o que se adianta ao desenvolvimento (PUENTES, 2013, p. 178).

Todas as atividades desenvolvidas pelos alunos durante essa pesquisa foram feitas de forma coletiva, em duplas. Essas duplas foram escolhidas pelo professor e pelos próprios alunos, considerando a colaboração dos alunos ao desenvolver as atividades.

Em diálogos com o professor e considerando o período de observação, percebemos que o pressuposto de um trabalho, na modalidade grupos, praticado na ESEBA, com destaque na sala de aula, não tem propósitos coletivos bem definidos ou princípios em comuns compartilhado entre as diferentes áreas de conhecimento que compõem a escola. Considerando essa questão e a forma como o grupo de estudo se organiza, de modo a possibilitar a reflexão sobre as questões que perpassam a educação escolar, sejam elas em suas dimensões política, didática e (psico) pedagógica, assumindo um diálogo como ponto de partida para definir ações e trabalhar, percebemos a possibilidade de pensarmos, de maneira coletiva, o trabalho em grupo na escola. E assim, definirmos as intenções e os princípios que orientem estes momentos como processo educacional.

Esta proposta surgiu a partir de dois aspectos: primeiro, das inquietações mediante a observação e preocupação do que acontece na sala de aula e na escola, quando se propõem atividades a serem realizadas em grupo. Identifica-se de maneira geral, a dificuldade de relacionamento entre os alunos, seja na aceitação do outro — dentro e fora da sala de aula —, quanto na execução do trabalho em si — mesmo reunindo-se em grupo trabalham individualmente —; e a crescente falta de compromisso com os estudos. Segundo, das contribuições dos professores, na reunião do grupo de estudo, os quais diante da questão colocada, socializaram suas reflexões e metodologias apresentando caminhos e possibilidades.

Para melhor compreensão da importância e necessidade da proposta é relevante descrever o cenário que compõe os discentes da ESEBA, pois, normalmente, os alunos tem toda sua experiência escolar na ESEBA. Entretanto, a maioria, ao encerrar o ensino fundamental deixará a escola e terá, pela primeira vez, que conviver e trabalhar com pessoas estranhas ou que não compunham o seu restrito grupo de colegas ou amigos ao longo destes 9 anos. É preciso destacar que dentro deste espaço limitado que é a sala de aula, há um aumento da restrição nos laços de convivência proveniente da seleção provocada pela afinidade entre um e outro.

Outra situação preocupante trata-se dos poucos alunos que ingressam na ESEBA ao longo do curso e precisam ser aceitos por aquele grupo. Dessa forma, a convivência dos alunos na ESEBA, ou melhor, a falta de integração entre os alunos da ESEBA é problemática. No entanto, visualizamos por meio do trabalho em grupo, uma possibilidade para a superação desta contradição — a necessidade de formamos cidadãos que cada vez mais necessitam trabalhar em grupo e a forma como este trabalho vem acontecendo na ESEBA retratado em vários momentos de reuniões.

Ressaltamos os fundamentos desse trabalho, que considera que o aprendizado, possibilita e movimenta o processo de desenvolvimento, tornando real o que antes era apenas potencial. A mediação acontece por meio dos conhecimentos, da relação do indivíduo com o mundo e dos outros sinais que constituem a base para o desenvolvimento mental ou das funções psíquicas superiores, isso ocorre nos processos de aprendizagem que se estruturam na ZDP (VIGOTSKI, 2010).

Pensamos que toda ação escolar tem um propósito educativo, desta forma, acreditamos que, ao realizar um trabalho em grupo, professores e alunos precisam ter claras as intencionalidades deste exercício, entre elas cito: a possibilidade e a oportunidade de aprender com o outro e a oportunidade e a necessidade de se comprometer com o outro e com o grupo. A primeira intenção é possibilitar que os alunos se vejam e se assumam como seres inacabados cujo processo de desenvolvimento é ilimitado e contínuo, assim sendo, entender que pode aprender com os colegas, sendo ele quem for, pois o processo de formação é social, e através das relações os sujeitos se desenvolvem. Afinal, cada aluno tem algo para socializar, pois todos eles têm saberes, que podem compartilhar, promovendo trocas. Este processo pode ocorrer por meio de diálogos, troca de experiências, imitação, interação e inter-relação.

Vigotski (2010) entende que essa interação tem papel importante no desenvolvimento da aprendizagem do aluno. Na perspectiva desse autor, o sujeito adquire potencial para

internalizar e realizar sozinho, aquelas ações em que recebeu auxílio de outras pessoas. Por isso, é importante que o professor esteja atento para explorar o potencial dos alunos, proporcionando-lhes apoio e recursos para que sejam capazes de atingir níveis de conhecimentos mais elevados, além daqueles que conseguem aprender sozinhos, sem ajuda.

A segunda intenção é para que o aluno se preocupe em aprender, seja para ele e também para o outro, sendo este, seus colegas, seus pais, professores e escola, buscando o desenvolvimento de todos, na troca e socialização de conhecimento. Neste sentido, é importante que o aluno se esforce para compreender, aprofundar um assunto e preocupar-se e procurar o melhor jeito de contribuir para a formação dos colegas, ajudando-os a superar suas dificuldades. Enfim, de fazer parte tanto da sua quanto da formação do outro.

Nesse sentido, o professor exerce importante papel de mediação, na dinâmica das interações interpessoais e na interação dos alunos com os objetos de conhecimento. Assim, a escola desempenhará bem o seu papel, à medida que, partindo daquilo que o aluno já sabe, ele for capaz de ampliar e desafiar a construção de novos conhecimentos, ou seja, incidir na ZDP dos alunos.

O trabalho em grupo, nesta perspectiva, tem como princípios a solidariedade e o exercício de uma cidadania democrática ativa. Espera-se que os alunos aprendam a reconhecer que todos, com suas diferenças, podem contribuir e receber contribuições, além de sua importância para a boa convivência, seja esta na sala de aula, na escola ou fora dela. Com isso, espera-se também que o individualismo, a competição, a exclusão, características apresentadas e tão fortemente acentuadas na sociedade, possam desaparecer das salas de aula e ou, ao menos, reduzirem-se drasticamente no âmbito da escola.

Para isso, entendemos que ações conjuntas devem ser pensadas e planejadas, por isso nos organizamos nas nossas reuniões do grupo para discutir esse assunto, chegando a algumas estratégias de formação das duplas. Por exemplo, se for considerado que os grupos devem variar os integrantes, precisa haver critérios que garantam isso, a letra inicial do nome, do sobrenome; número de chamada na ordem crescente; gênero, masculino e feminino; na mesma fila o último com primeiro, entre as filas ou linhas; e por que não, entre as classes do mesmo ano de ensino, quando possível.

Pensamos que para os alunos perceberem os benefícios, aceitar e aprender a trabalhar em grupos diferentes, com pessoas que tem mais ou menos afinidade ou que não tenham nenhuma afinidade, os professores poderiam definir, em conjunto, os critérios de seleção dos grupos pensando numa sequência de trabalhos. Determinar um ou mais períodos, no trimestre,

para a realização do trabalho em grupo, permite aos alunos trabalhar com um mesmo grupo em situações diferentes, aumentando as chances de se conhecerem melhor, interagirem mais e de manifestarem pontos fortes e fracos favorecendo a sua formação e a do outro. Esta questão do tempo também é importante para que um assuma o compromisso com o outro e com o grupo.

Como a finalidade da proposta é o exercício da solidariedade e da democracia, é necessário que se reserve, entre os critérios de seleção dos professores, o direito ou a liberdade, num momento posterior, para que os alunos escolham com quem desejam ou querem desenvolver o trabalho.

Este momento é a possibilidade de que possamos avaliar se as intencionalidades do trabalho em grupo estão ou não sendo alcançadas. Para isso, consideramos imprescindível que antes de iniciar esta proposta metodológica, os professores, ao solicitar aos alunos que trabalhem em grupo, identifiquem quais são os grupos e quais os critérios de escolha dos alunos para a sua formação. Se nesta fase inicial, for possível identificar padrões, como afinidades (grupos fechados, mas que podem ter naturezas diferentes), interesses (para tirar nota alta, seja daqueles que têm bons rendimentos e não querem se misturar, seja daquele não tem um bom rendimento escolar e quer tirar uma nota alta), falta de opção (para quem fica sempre por último), pensamos que seja possível avaliar e contribuir com uma maior socialização em sala de aula, fator que consideramos que reflete no convívio social deste aluno, pois o mesmo teria que lidar com situações de troca com sujeitos com quem não estão tão acostumados.

Aprendemos com a história da humanidade e acreditamos que os resultados terão avanços e retrocessos e que alguns podem demorar mais ou menos tempo, ou seja, não será linear e nem simples, pois esse é um processo de construção. Todavia, concebendo a escola como um *locus* privilegiado para a formação humana, sendo esta responsável pela preservação daquilo que a humanidade inventou e que é bom, e dê resistência àquilo que vem sendo construído e vai no sentido contrário do que a sociedade e a escola precisam, concluímos que as ações que acontecem na escola, com destaque ao trabalho em grupo, devem acontecer de modo integrado e com propósitos bem definidos, sendo estes maiores do que a simples quantificação de um conteúdo escolar (PUENTES; LONGAREZI, 2013) . Essa é uma preocupação que tivemos, a de buscar formas de elevar a qualidade do que trabalhamos e chamamos de trabalho em grupo.

No próximo capítulo, analisamos algumas das atividades de ensino que foram elaboradas de forma colaborativa com o professor e desenvolvidas pelos alunos do 9º ano A, considerando o objetivo do trabalho de analisar as potencialidades da atividade de estudo para o desenvolvimento do pensamento e linguagem algébrico de alunos do ano final do ensino fundamental, considerando o conteúdo de equações do segundo grau. Mesmo tendo elaborado atividades de ensino de funções e de equações, construindo uma unidade dialética, o foco desta pesquisa foram as equações de segundo grau, portanto, as atividades analisadas foram desenvolvidas quando os alunos estavam trabalhando esse conhecimento.

#### **4. A ANÁLISE DAS ATIVIDADES DE ENSINO: O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO E DA LINGUAGEM ALGÉBRICA**

Ao iniciarmos as atividades de observação em sala de aula foi destacado para os alunos que essas aulas seriam registradas, de diferentes formas. No início, percebemos certa timidez por parte dos alunos, ao se pronunciarem, considerando que a aula estava sendo registrada em áudio e vídeo, e se ele conversasse, o professor poderia mostrar o áudio para os pais, comprovando que ele realmente estava conversando.

Esse comportamento foi sendo minimizado com o passar dos dias, principalmente, porque foram 57 encontros, o que corresponde a 95 dias letivos de acompanhamento da turma, o que representa quase metade de um ano, sabendo que o ano letivo escolar tem 200 dias letivos.

Tendo como base essa quantidade de registros, optamos por selecionar os trabalhos que seriam utilizados na análise. A essas informações ainda são acrescidos os dados obtidos durante as reuniões de planejamento. Dessa forma, para analisarmos o desenvolvimento dos alunos contamos com os registros dos seus trabalhos, as suas falas e principalmente a contribuição do professor, com a sua percepção da aprendizagem dos alunos. Consideramos importante esta contribuição, pois ele participou de todo o processo de elaboração das atividades, estando presente durante o período de fundamentação, de elaboração, de aplicação e de avaliação das atividades de estudo. Além de ser um profissional que já tem quatro anos de experiência no 9º ano do ensino fundamental, o que possibilitou uma melhor análise do envolvimento dos alunos durante as atividades das aulas de matemática e, por consequência, auxiliou-nos na compreensão do desenvolvimento dos alunos.

Devido ao grande número de atividades, a seleção daquelas que seriam analisadas foi inevitável, o que nos levou a separarmos duas atividades para análise, como apresentadas no quadro abaixo. A escolha destas atividades está relacionada à quantidade de dados coletados e à qualidade dessas informações, além da diversidade de registros, pois, para análise, usamos recortes dos trabalhos dos alunos, a transcrição do áudio gravado, arquivos de celular da professora pesquisadora, obtidos de trocas de mensagens entre ela e os alunos, arquivos das aulas no laboratório e diálogos com o professor.

**Quadro 13:** Atividades de ensino selecionadas para a análise

Atividades Selecionadas para Análise
Atividade 1 – Essência de Equação
Atividade 2 - O Uso de Diferentes Linguagens Algébricas para Decifrar Equações.

As atividades foram elaboradas e orientadas de modo a construir significados para a linguagem matemática e expressar a essência de equações, e sua relação com o conceito de função, de forma a possibilitar o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica. Conforme nos enfatiza Moura *et al* (2010), a qualidade da atividade de ensino ocorre pela necessidade de apropriação da cultura, envolvendo bens culturais, tais como linguagem, objetos, ferramenta e modo de ação. Deste modo, as atividades de ensino foram elaboradas de acordo com os seguintes princípios da atividade de ensino: Necessidade → Motivo → Ação. Promovendo a assimilação, a aprendizagem, a formação do conceito a partir da abstração; generalização; percepção; atenção e memória.

Considerando o foco do estudo desta pesquisa, que é o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica, no conteúdo de equações do segundo grau, priorizamos também duas atividades de ensino que foram realizadas pelos alunos no início desse conteúdo, em que trabalhamos com a essência e a classificação de equações.

Depois, exploramos algumas estratégias de resolução de uma equação de segundo grau, em que seguimos o desenvolvimento lógico-histórico, considerando diferentes técnicas de solução desenvolvidas por civilizações antigas, utilizando recursos que eram compatíveis com o avanço matemático à época. Por exemplo, os primeiros registros não possuíam a preocupação simbólica, pois ao resolver uma equação do segundo grau utilizavam uma álgebra retórica. Assim, selecionamos para a análise a atividade em que os alunos trabalharam com diferentes linguagens algébricas, com a passagem de uma álgebra retórica, à sincopada e depois à simbólica, na transcrição ou na resolução de problemas.

E, por fim, a análise da atividade realizada no laboratório, onde os alunos construíram gráficos fazendo a comparação de uma equação com uma função. Optamos por esta atividade, pois ela faz o movimento dialético de funções para equações e de novo para funções, e, também, porque foi a última atividade de ensino que esse grupo de alunos desenvolveu no laboratório, quase ao final da pesquisa, quando se tornava mais claro o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico desses alunos.

Seguindo as orientações de Rigon, Asbahr e Moretti (2010), utilizamos os princípios teóricos-metodológicos do grupo GEPAPE, para definição dos elementos centrais na condução de nossas investigações, em que:

[...] primeiramente, compreende-se como fundamental, o papel da teoria na escolha do objeto de investigação, na elaboração de perguntas, na definição dos procedimentos empíricos, *até chegar ao processo de análise e elaboração de categorias*, que busca a ascensão do concreto caótico ao concreto pensado, mediado pelas abstrações (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010, p. 40, grifo nosso).

Assim, como procedimento metodológico, definimos algumas unidades de análise, que possibilitaram a compreensão do fenômeno.

Como procedimento metodológico, isso implica criar condições de pesquisa que permitam ao pesquisador analisar o processo de desenvolvimento de seu objeto de estudo, o que exige acompanhamento das ações realizadas pelos sujeitos da investigação e também a permanência em campo no decorrer de um período de tempo que possibilite compreender a gênese e o desenvolvimento do fenômeno estudado (Ibidem).

Para definição dessas unidades de análise, atentamo-nos ao objetivo geral desse trabalho, ao objeto de estudo dessa pesquisa, ao desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica, pois considerarmos que a “pesquisa educacional requer analisar o objeto em suas múltiplas determinações” (Ibidem).

De acordo com Aquino (2013, p. 238):

O método utilizado por L. V. Zankov para estudar a relação entre ensino e desenvolvimento se fundamenta nos princípios da dialética materialista. O primeiro deles se refere ao *princípio da multilateralidade* no abarcamento do objeto; entendido a partir da relação global dos fenômenos no sistema didático (grifo do autor).

Mesmo considerando as unidades de análise, de forma separada, esta estratégia é simplesmente didática, segundo Rigon, Bernardes, Moretti e Cedro (2010, p. 58-59),

[...] para o estudo das funções psicológicas superiores, Vigotski resgata o princípio da “totalidade” do método do materialismo histórico e dialético e constrói uma nova forma de compreensão dos fenômenos psicológicos superiores a partir do *método de unidade*. Esse pressuposto teórico-metodológico contrapõe a decomposição do psiquismo em elementos isolados, como memória, *pensamento, linguagem*, entre outros, de forma

fragmentada e separada em partes que se organizam com base em suas próprias estruturas.

“Vigotski considera não ser possível decompor a totalidade complexa do psiquismo humano em elementos”, “não é com o estudo de funções psíquicas isoladas, sejam elementares ou superiores, que são criadas condições para a compreensão da complexidade que envolve o estudo do psiquismo humano” (RIGON; BERNARDES; MORETTI; CEDRO (2010, p. 58-59). Para Vigotski (2009), não é possível separar as funções psicológicas superiores, ou seja, não é possível separar pensamento e linguagem. Assim na análise não podemos tomar em separado esses elementos do psiquismo, se os mesmos se desenvolvem simultaneamente, mas não nas mesmas proporções. Destarte, a divisão em unidades de análise é apenas, para facilitar o trabalho de análise, pois nosso objetivo não é o “estabelecimento de relações que decorrem não somente da observação, mas de uma análise sistêmica do fenômeno” (ROSA; MORAES; CEDRO, 2010, p. 76).

Durante a observação e análise das ações dos alunos diante das atividades propostas, identificamos alguns episódios que foram classificados de forma objetiva, para facilitar o trabalho de análise. Assim, a análise dos dados da pesquisa foi estruturada em 6 unidades de análise, que aparecem separadas apenas por questões de efeito didático, mas que, na verdade, estão interligadas de forma que não é possível apontar onde uma começa ou termina em relação às outras.

A definição de tais unidades de análise foi fundamentada nas indicações de Freitas (2010), quando afirma que investigações recentes na corrente histórico-cultural vêm adotando o experimento didático como forma de pesquisa e oferecem várias contribuições para a didática.

Essas pesquisas oferecem contribuições para a didática na medida em que buscam aclarar, entre outras, questões como: o vínculo entre a qualidade das ações e relações de ensino e a forma de organização da atividade do aluno; os meios e condições para assegurar o caráter ativo do aluno no processo de aprendizagem; a criação do motivo do aluno para aprender; o modo como o ensino exerce influência na atividade intelectual dos alunos; a promoção de mudanças qualitativas nas ações mentais dos alunos para o surgimento e/ou ampliação do seu trabalho mental com os objetos de conhecimento; a relação entre experiências sociais e culturais dos alunos e seu processo de conhecimento; a produção, na aprendizagem, de novos significados e sentidos para os objetos de conhecimento; a formação do pensamento conceitual. (FREITAS, 2010, p. 4).

Por entendermos que o método materialista histórico e dialético rege os pressupostos teórico-metodológicos da teoria histórico-cultural, da teoria da atividade de estudo, do ensino desenvolvimental, tal como anunciado pelos seus autores, é que nesta investigação, tomamos alguns de seus elementos para apreender esse processo de desenvolvimento do pensamento e da linguagem, mediante o procedimento de intervenção didático-formativo. O método nos orienta durante o desenvolvimento de todo o procedimento com ações e operações específicas para professor e estudantes. De modo que as ações de ambas as atividades (ensino e estudo) são tomadas como as unidades de análise desse processo.

Assim as unidades de análise desta pesquisa foram elaboradas considerando as dimensões epistemológicas, cognitivas e didáticas, relacionadas com o comportamento dos alunos diante das atividades de pesquisa, ficando assim definidas:

- Condições objetivas da atividade de estudo;
- Desenvolvimento da motivação e a participação dos alunos;
- Apropriação dos significados e elaboração de sentidos;
- Diferentes expressões da linguagem algébrica: simbólica, sincopada e retórica;
- Relação entre o pensamento empírico e pensamento teórico;
- Autorregulação e Autoavaliação.

Durante essa pesquisa, utilizamos diferentes instrumentos registro dos dados, dentre elas destacamos a xerox das produções dos alunos; a fotografia: das atividades dos alunos, dos alunos fazendo a atividade e do quadro ao final da aula; a gravação em áudio de todas as aulas e todas as reuniões; os arquivos digitais salvos pelos alunos nas aulas no laboratório; e registro de conversas no grupo criado na sala no *WhatsApp*. Todos esses recursos foram utilizados para melhor compreender o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica por parte dos alunos.

O *WhatsApp* é um aplicativo para celular muito comumente usados pelos adolescentes. O *WhatsApp* é um serviço de mensagens multiplataforma para celulares que usa a conexão de internet do telefone celular, onde é possível viabilizar conversas com outros usuários do *WhatsApp*.

O grupo da sala foi criado pela professora pesquisadora, para atender a eventuais dúvidas e também para inquietar os alunos com alguns questionamentos a respeito das atividades que seriam realizadas por eles, criando uma necessidade de desvendar os desafios

que eram lançados. Considerando que uma das principais atividades dos adolescentes é a comunicação, esse recurso foi adicionado, objetivando uma aproximação e maior interação dos alunos. Esse recurso não atendia a todos os alunos, pois não são todos os dispositivos eletrônicos que são compatíveis com esse aplicativo, por isso as atividades de conversas realizadas utilizando esse recurso não eram obrigatórias.

A seguir iniciamos as análises das duas atividades selecionadas, considerando as unidades de análises estabelecidas anteriormente. Considerando que as atividades não foram vivenciadas pelos alunos em sequência, antes de iniciarmos a análise propriamente dita, fazemos um breve resgate da aula neste dia, contando como foram organizadas as atividades, alguns recortes de episódios de falas e o material produzido pelos alunos, para facilitar a compreensão do leitor, ou seja, para fins didáticos.

#### **4.1 Atividade de ensino: essência de equações - o significado ou sentido de uma equação para os alunos, trabalhando a diferença entre o conhecimento empírico e o conhecimento teórico.**

Considerando o objeto de estudo desse trabalho que é o desenvolvimento do pensamento de da linguagem algébrica, considerando o conteúdo de equações do segundo grau, optamos por iniciar as análises com uma das primeiras aulas em que trabalhamos com esse conteúdo.

No currículo escolar da ESEBA, o primeiro contato com o conteúdo de equações é feito no 7º ano do ensino fundamental, quando os alunos começam a lidar com situações matemáticas, que até então eram resolvidas utilizando a aritmética, passam a ser resolvidas de forma literal, ou seja, de “forma algébrica”. No 8º ano, já ocorre uma maior manipulação algébrica, com monômios e polinômios de diferentes graus, além dos produtos notáveis.

Como apresentamos no capítulo de fundamentação teórica deste trabalho, pensamento e linguagem na idade dos alunos envolvidos é uma unidade dialética, não sendo possível analisar um em detrimento do outro. Deste modo, quando falarmos do desenvolvimento do pensamento dos alunos envolvidos nas atividades subentende-se que estamos também lidando com o desenvolvimento da linguagem desses alunos, e vice-versa. Outro aspecto destacado no capítulo de fundamentação teórica foi a unidade de análise entre pensamento e linguagem, que é a palavra, considerando o seu significado, que foi histórico e socialmente construído.

Assim, justificamos o porquê da análise desta atividade, *Essência de Equações*, em particular, na qual os alunos apresentaram o sentido construído para uma equação. Ressaltamos que o sentido, nem sempre coincide com o significado, pois ele é pessoal, é a interpretação do sujeito daquilo que já lhe foi apresentado sobre determinada palavra. Lembramos que um dos principais objetivos da escola é trabalhar os conhecimentos científicos, ou seja, considerando o significado construído historicamente e partilhado pelo grupo.

Deste modo, já havia sido iniciada a apropriação do significado de equações por parte dos alunos em anos anteriores, mas, como apresentado, ele não se encontrava solidificado, pois está sempre em processo de construção e reconstrução.

Trabalhamos as equações, como uma ferramenta para a matemática, não, como um conceito. Ela se liga ao conceito de função, trabalhado durante as atividades realizadas pelos alunos. Destacamos novamente, o como estamos definindo equação neste trabalho, “uma igualdade geral (com termos variáveis) que exprime uma condição que as variáveis devem preencher (diz-se então que elas a verificam). Toda equação propriamente dita é, pois é proposicional a uma função, e determina uma grandeza” (LALANDE, 1993, p. 314), na qual *proposicional* é considerado relativo ou pertencente à proposição, no caso, relativo à função, sendo o objetivo de solucionar uma equação, determinar uma dada grandeza. Deste modo, consideramos que equação é uma ferramenta, e não um conceito, considerando sua relação com o conceito de função.

Como apresentado no capítulo em que fundamentamos as questões algébricas, o conteúdo de equações tem sua principal característica na relação entre grandezas, na descrição de uma dada situação, utilizando a linguagem algébrica, considerando que em uma equação temos uma ou mais incógnitas. A essência do conceito de função está na interdependência e na fluência. Por meio das funções, se identificam e se relacionam grandezas de naturezas diferentes, sejam elas numéricas, matriciais, vetoriais, trigonométricas, ou de outros tipos, por meio de diferentes operações matemáticas, a se considerar adições, subtrações, multiplicações, divisões, radiciações, potenciações, dentre outras. Com base nessa relação entre variável e incógnita, num dado momento da função, é que consideramos função como conceito e equação como ferramenta para a matemática.

Para elaboração das atividades de ensino, consideramos os elementos que compõem uma atividade de estudo, segundo Davidov (1999), que são: o objeto de estudo; os sujeitos; o objetivo; a necessidade; o motivo; a tarefa de estudo; a ação de estudo; a operação; a ação de

controle; e a avaliação, que diferencia a atividade de estudo das demais atividades. Destacamos que a unidade fundamental da atividade de estudo é a tarefa de estudo. O que diferencia a atividade de estudo é a sua tarefa de estudo, pois ela está relacionada à sua finalidade, ao objetivo da atividade. Considerando o que se espera da atividade de estudo, uma transformação do próprio sujeito atuante e não a transformação do objeto com que o sujeito atua (DAVIDOV, 1987).

**Quadro 14** - Atividade de ensino: a essência de equações, estrutura segundo Davidov (1987)

• Conhecimento teórico		Equações.
• Objeto de estudo		Pensamento e a linguagem algébrica - essência de equações
• Sujeitos participantes	Atividade de ensino	Professor e pesquisadora
	Atividade de estudo	Alunos do 9º ano A.
• Objetivo	Professor	Ensinar.
	Aluno	Aprender
• Necessidade	Professor	Criar condições para que os alunos aprendam.
	Aluno	Resolver o desafio lançado na mensagem do <i>WhatsApp</i> , e aprender a matéria explorada.
• Motivo	Professor	Organização do ensino
	Aluno	Apropriação dos conhecimentos teóricos, resolvendo os desafios propostos.
• Tarefa de estudo		Desenvolver nos alunos o sentido de equações, considerando o significado que é histórico e socialmente construído, e que já vem sendo explorado desde o 7º ano.
• Ação	Ensino: professor	Definição dos procedimentos de como trabalhar com os conhecimentos teóricos. Elaboração do material a ser utilizado pelos alunos
	Estudo: alunos	Resolução dos problemas indicados. Realização das tarefas propostas pelo professor.
		Professor
		Utilização dos recursos metodológicos que auxiliarão o ensino. Definição dos

• Operação		materiais a serem utilizadas pelos alunos
	Aluno	Utilização dos recursos metodológicos que auxiliarão a aprendizagem.
• Ação de controle	Professor	Assegurar que durante todo o procedimento da atividade, os sujeitos tenham todas as operações indispensáveis para que resolvam de forma exitosa a atividade.
	Aluno	Ter conhecimento das operações indispensáveis. Recursos os quais estão à disposição, durante a realização da atividade
• Avaliação	Professor	Verificar se o objetivo da atividade foi alcançado - ensinar o conteúdo. Analisar se a tarefa de estudo foi realizada - desenvolver nos alunos o sentido de equações.
	Aluno	Verificar se o objetivo da atividade foi alcançado - aprender o conteúdo. Analisar se a tarefa de estudo foi realizada, se os alunos desenvolveram sentido de equações.
A atividade visa trabalhar a essência de equações, considerando diferentes olhares por parte dos alunos, trabalhando a diferença entre o conhecimento empírico e o conhecimento teórico, e, por consequência, pensamento empírico e pensamento teórico.		

Para preparação do material que seria disponibilizado aos alunos, consideramos a estrutura da atividade de estudo proposta por Davidov (1988), e a necessidade de criar situações desencadeadoras da atividade – o que faria com que a tarefa de estudo fosse realizada, tornando possível assim que alcançássemos o objetivo da atividade.

Com base nos confrontos entre a experiência docente, do professor da sala e da professora pesquisadora e as discussões e diálogos sobre a lógica dialética, nos esforçamos em buscar nos conceitos da álgebra, os seus princípios gerais, suas características essenciais, para depois envolvermos na atividade de ensino com os estudantes. Por isso, Davidov (1986) salienta que cabe ao professor:

[...] formar de maneira especial em todos os alunos aquelas ações objetais mediante as quais eles podem determinar no material de estudo e reproduzir nos modelos, a relação substancial do objeto e depois, estudar suas propriedades. Os alunos devem passar gradual e oportunamente das ações objetais a sua realização no plano intelectual (DAVIDOV, 1986, p. 238).

Foram entregues duas folhas de atividade para os alunos, que seguem em destaque a seguir. Esse material foi disponibilizado aos poucos, à medida que os alunos foram realizando a atividade.

**Quadro 15** - Atividade de Ensino: a essência de equações – 1ª Folha entregue aos alunos

 <b>UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA</b> <b>ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA</b> Atividades de Estudo – 9º Ano – 2014 Projeto de Pesquisa da Professora Máisa G. da Silva		
<b>Atividade de Ensino: a essência de equações</b>		
Considerando o que você se recorda de álgebra, o que você já viu nos anos anteriores e neste ano, responda as perguntas 01, 02 e 03 desta folha.		
Trabalhando com a memória e/ou o conhecimento empírico		
Momento individual		
01) Escreva o que você entende por uma equação. Responda a questão pensando na essência de equações.	Resposta:	
02) Você viu a mensagem que foi encaminhada para o grupo do <i>WhatsApp</i> ? “Responda o que vier na sua cabeça....pode usar símbolos.... desenhos.... o que quiser.....Pra você o que é uma equação?” Você respondeu a pergunta? Escreva o que você entendeu das postagens dos seus colegas.	Resposta:	
Momento em dupla		
03) Discuta com a sua dupla e elabore, uma síntese do que é equação, sua essência, seu significado. Atenção essa atividade será socializada com a sala.	Resposta:	
04) Compare a sua resposta com a que foi elaborada pela sua dupla.	Resposta:	
Momento de socialização e produção coletiva		
05) Considerando as socializações feitas pelos seus colegas. Elabore de forma coletiva uma síntese das discussões, ou seja, o sentido de equações, segundo o 9º ano A.	Resposta:	
06) Compare a resposta da sua dupla com a que foi elaborada de forma coletiva pela sala.	Resposta:	

**Quadro 16** - Atividade de ensino: a essência de equações – 2ª Folha entregue aos alunos

 <b>UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA</b> <b>ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA</b> Atividades de Estudo – 9º Ano – 2014 Projeto de Pesquisa da Professora Maísa G. da Silva		
<b>Atividade de Ensino: a essência de equações</b>		
Considerando os recursos que foram disponibilizados para você e considerando os sites confiáveis, responda as perguntas 07e 08 desta folha.		
<b>Pesquisa – Trabalhando com o conhecimento científico - Momento em dupla</b>		
07) Busque o significado de equações, sua essência, considerando como fonte os livros disponibilizados.	Resposta:	
08) Busque o significado de equações, sua essência, considerando como fonte a internet.	Resposta:	
09) Compare a resposta que sua dupla elaborou considerando os diferentes materiais.	Resposta:	
10) Discuta com a sua dupla e elabore, uma síntese do que é equação, sua essência, seu significado. Considerando as consultas as quais você realizou. Atenção essa atividade será socializada com a sala.	Resposta:	
<b>Momento de socialização e produção coletiva</b>		
11) Considerando as socializações feitas pelos seus colegas. Elabore de forma coletiva uma síntese das discussões, ou seja, o significado de equações segundo o 9º ano A.	Resposta:	
12) Compare a resposta da sua dupla com a que foi elaborada de forma coletiva pela sala.	Resposta:	
13) Compare a resposta as respostas elaboradas pela sala de forma coletiva pela sala, antes e depois da consulta em documentos.	Resposta:	
<b>Equações – Significado construído pela classe com base no conhecimento científico</b>		
<b>Equações:</b> As equações têm sua principal característica na relação entre grandezas, na descrição de uma dada situação, utilizando a linguagem algébrica, considerando que em uma equação temos uma ou mais incógnitas. Uma equação estabelece um momento singular da relação entre grandezas. Por isso, permite encontrar valores singulares e definidos para cada um dos seus elementos. Assim, encontrar o “x” em uma equação, denominado como incógnita, significa encontrar o valor de uma grandeza variável, mas que naquele momento específico está definido ainda que desconhecido.		

A atividade neste dia iniciou-se como em todos os demais dias: foi apresentado aos alunos o que seria trabalhado e o material utilizado, além de destacar quais seriam os meios de registro a serem utilizados na aula, para coletar as informações que serviriam de base para análise dos dados, bem como o questionamento dos que gostariam ou não de ter seus registros retirados da análise. Foi dada a oportunidade dos alunos antes da realização da pesquisa de se pronunciarem quanto à participação nas atividades, e quanto à autorização da análise dessas atividades, neste termo deixamos claro que a saída do aluno poderia acontecer no decorrer da

pesquisa. Deste modo, cumprindo esse direito de se negar a participar, ou de negar a análise de suas atividades, antes de cada nova atividade, questionávamos quais alunos estavam dispostos a reafirmar essa autorização.

Considerando esse aspecto, priorizaremos a análise de 12 alunos, pois em nenhuma das atividades os mesmos solicitaram a retirada dos seus registros. Os demais alunos apresentam respostas e resultados significativos, mas considerando a restrição de suas falas em determinados momentos, optamos por não utilizar esses dados.

Neste sentido, estamos trabalhando com uma situação que pode ser caracterizada como singular:

[...] o valor do singular está estreitamente relacionado a uma nova compreensão acerca do teórico, no sentido de que a legitimação da informação proveniente do caso singular se dá através do modelo teórico que o pesquisador vai desenvolvendo no curso da pesquisa (GONZÁLEZ REY, 2005, p. 11).

Solicitamos aos alunos que criassem outro nome, o qual seria utilizado durante a pesquisa para identificá-los, mantendo sua identidade resguardada. Isso foi feito no primeiro dia de observação e durante todos os registros e transcrições foram utilizados esses codinomes. Nos trechos nos quais faremos as transcrições, usaremos as seguintes notações: PP: Para professora pesquisadora; PL: Para professor Leandro; e os codinomes GR, GT, JL, MA, DN, MT, MC, CM, AL, YM, TH e AR serão utilizados para se referir aos alunos participantes da pesquisa, analisados.

Foram feitas algumas correções ortográficas nas falas dos alunos, para facilitar a compreensão, por exemplo: os alunos usavam muito “fessor”, “tava”, dentre outros; para que não fosse cansativa a leitura descartamos alguns trechos considerando os vícios de linguagem, ou as pausas muito grandes.

Antes dessa aula, no dia anterior os alunos receberam uma pergunta que foi enviada ao grupo do *WhatsApp*. Temos clareza de que a situação que criamos como desencadeadora da necessidade dos alunos não atingiu todo o grupo. Aqueles que não têm esse aplicativo instalado no celular, ou que não possuem celular, mesmo com esse problema, consideraram que a dinâmica de discussões na sala de aula, também funcionou como uma geradora da necessidade. E que esse fato não foi empecilho para realização da tarefa de estudo. Assim, a mensagem enviada continha o seguinte texto:

“Responda o que vier na sua cabeça....pode usar símbolos.... desenhos.... o que quiser.....Pra você o que é uma equação?”

O objetivo desta mensagem de texto era iniciar a discussão que iria ser feita na sala de aula, criando a motivação para realizar as atividades que seriam propostas neste dia. A aula tinha como objetivo chegar ao significado de uma equação, considerando o conhecimento científico e os sentidos já desenvolvidos pelos alunos. Esta atividade foi executada em um dia de aula em que os alunos tiveram dois horários para realizá-la. Para isso organizou-se um trabalho que primeiramente utilizava o sentido de equações construído pelos alunos e depois os alunos buscavam o significado de equações utilizando diferentes recursos, buscavam o conhecimento científico em fontes como livros e internet, desenvolvendo assim de forma coletiva o significado que foi historicamente e socialmente construído.

A organização da aula foi elaborada da seguinte forma: no 1º horário, de 50 minutos, nos 5 primeiros minutos, apresentamos o que seria feito na aula; depois 5 minutos para organizar a sala e formar as duplas de trabalho, neste dia, os alunos determinariam a forma de escolha das duplas; 10 minutos para as duplas discutirem o que era equação, cada dupla elaborava uma síntese de suas ideias; 30 minutos para socialização das ideias, destinando-se aproximadamente 2 minutos para cada dupla, nesse momento os alunos discutiram as suas ideias com os outros alunos e chegavam a um forma mais elaborada do que eles consideravam uma equação.

Já o 2º horário foi assim organizado: nos 20 primeiros minutos os alunos teriam que buscar o significado de equações, para isso foram disponibilizados livros e o *tablet* da escola com conexão de internet, para que os alunos pudessem fazer a pesquisa, na escola há quarenta *tablets* à disposição do professor, por isso nesta atividade cada aluno, possuía um dispositivo eletrônico para realizar as pesquisas, também foram disponibilizados pelo menos um exemplar de livro por aluno; depois nos 20 próximos minutos foram novamente abertas as discussões e socializações; e, por fim, nos 10 minutos finais elaboramos de forma coletiva o que denominamos significado de equações, no qual, prioritariamente, estava contido a essência de equações que seria trabalhada.

A organização didática da atividade apresentou o movimento, individuo-grupo-sala, que foi utilizada com os mesmos princípios do trabalho de Marco (2009), que fundamenta sua proposta em Lanner de Moura et al (2003). Assim temos que,

[...] a dinâmica indivíduo-grupo-classe, utilizada nesta pesquisa, propõe integrar o sujeito ao movimento conceitual: deve-se, num primeiro momento, pensar individualmente sobre a situação-problema encontrada e atribuir significados próprios a ela; em seguida, discutir as sínteses elaboradas individualmente com um pequeno grupo de trabalho. Este, por sua vez, elabora uma síntese coletiva a partir das reflexões de todos os seus membros e, então, é feita uma discussão com o grupo-classe para encontrar uma possível solução ou a solução mais adequada para a situação-problema (LANNER DE MOURA *et al.*, 2003 *apud* MARCO, 2009, pp.34-35).

### Quadro 17 - Episódios da atividade de ensino: a essência de equações

Episódios	Unidades de análise
<p>PL: Bom dia gente, hoje vamos manter a organização da sala, por isso se organizem em duplas.  AL: Bom dia professor, professora.  AL: Professor, você vai falar como a gente vai ser organizar, ou vai ser nós que vamos fazer.  MC: Hoje poderia ser a gente nê professor, da última vez a gente correu a lista.  GR: Foi mesmo.  PL: Podemos então nos organizar assim PP?  PP: Sem problemas, 5 minutos, para formar as duplas e iniciarmos a atividade.  ...  GT: Gente silêncio a professora está gravando.  GR: Para de arrastar a cadeira MT.  YM: Ai que droga eu esqueci.  TH: Cala a boca gente.  AR: Tem dia que eu esqueço que todo dia de matemática tem gravação.  TH: É mesmo, eu lembro só quando já falei uma merda... ai droga... falei merda.  GR: <i>Ichi</i> a professora, pois o gravador na nossa mesa hoje.  GT: Então vamos fazer a tarefa certo, pra gente ganhar ponto.  GR: Combinado.  GT: Então tá... tô precisando de nota cara.  ...  PP: Pessoas vocês viram a mensagem que eu mandei, pra vocês no grupo do <i>WhatsApp</i>?  DN: Só visualizei professora não deu para responder.  MC: Nossa gente nem vi, meu celular estava sem crédito, aí a net não estava funcionando.  MA: Eu vi professora, até mandei uma mensagem. Acho que era aquilo, até perguntei para o meu pai.  ...  PP: Então, como a gente explicou no comecinho da aula, vocês hoje tem que escrever o que é equação para você. Discuta com a sua dupla e tente elaborar uma resposta.  YM: Tem que escrever.  PL: O registro é importante, vocês receberão daqui a pouco uma folha para preencher.</p>	<p>Condições objetivas da atividade de estudo</p> <p>Autorregulação</p>

<p>DN: Mas pode escrever qualquer coisa.</p> <p>MC: Como é que eu vou saber que a minha resposta está certa?</p> <p>GT: É professor, como vou saber se tá certo o que eu escrevi.</p> <p>PL: Acalmem-se, nesse momento não tem certo ou errado, como a professora PP explicou no início da aula, vocês vão escrever o que é equação para você.</p> <p>PP: Vocês já viram essa matéria, nos anos anteriores. Vamos lá. Tentem. Discuta com seu colega, depois tente escrever.</p> <p>....</p> <p>PL: Vamos lá gente quem quer falar primeiro.</p> <p>AL: Professora eu não sei se tá certo, eu discuti com a YM e a gente acha que tem que ter um “x”, uma letra.</p> <p>YM: Aí você acha quanto vale a letra.</p> <p>AR: Eu e a TH fizemos mais ou menos isso. Só que a gente acha que a letra não precisa ser “x”.</p> <p>AL: A gente deu só um exemplo, pode ser outra.</p> <p>TH: A gente chamou essa letra de incógnita.</p> <p>MT: Eu e o DN chamamos de variável.</p> <p>GR: Mas variável é função, lembra que a gente já viu. Lembra que varia e incógnita não varia.</p> <p>DN: É mesmo cara a gente vacilou nessa.</p> <p>MC: Ninguém falou, colocamos que tem que ter uma relação de igualdade, para estar equacionado, balanceado.</p> <p>JL: A gente viu função, equação é tipo função só que você acha o valor da letra.</p> <p>YM: Acho que a minha não está certa.</p> <p>AL: Calma você pode fazer assim, que vai dar certo.</p> <p>DN: Completa a resposta aí MT.</p> <p>....</p> <p>PL: Agora vamos lá gente, busquem o que é uma equação, para isso vocês vão poder utilizar todos os recursos que estão aqui na sala.</p> <p>PP: Para cada um a gente vai disponibilizar um livro, vocês já tem o livro de vocês e, por dupla, vocês receberam no início da aula, os <i>tablets</i>.</p> <p>DN: Mas como eu vou saber se tá certo. Professor isso dá trabalho demais e nem vale ponto. Não tá escrito pelo menos que vale ponto.</p> <p>PP: Nosso objetivo aqui é que você aprenda, não estamos preocupados com a pontuação que será atribuída em cada atividade.</p> <p>....</p> <p>PP: Agora vamos fechar o que descobrimos. Quando vocês estavam trabalhando só com as ideias que vocês tinham de equação, todos concordaram? Era aplicável a qualquer situação?</p> <p>MC: Não professora, antes de pesquisar, ... estava dando muito problema.</p> <p>AL: É mesmo, só ficou melhor quando a gente juntou.</p> <p>YM: Foram poucas pessoas que fizeram completa a atividade.</p> <p>AL: E o que a gente escreveu não dava certo para todos, porque o pessoal ia falando e a gente via que estava incompleto.</p> <p>PL: E o que mudou depois da pesquisa?</p>	<p>Apropriação do significado</p> <p>Autoavaliação</p> <p>Condições objetivas da atividade de estudo</p> <p>Desenvolvimento da motivação e a participação dos alunos – interação e comunicação</p>
---	--

<p>DN: A gente completou. Viu o que estava errado e completou.  MT: Foi difícil achar o que a gente estava procurando, porque na internet, tinha muito exercícios.  GR: Ficou mais fácil quando a gente pesquisou no livro e depois na internet.  ...  PL: Então vamos lá pra fechar a atividade. Equação está relacionado a que? Fala pra gente o que você escreveu YM, qual a conclusão que a sala chegou.  YM: A algum valor numérico, que eu vou descobrir qual é. Pra isso ela precisa ter uma igualdade. A gente tinha visto função, então é tipo uma função com um valor. Deu pra entender... ficou confuso no final né.  PL: Quer complementar GR? Lê o que você escreveu.  GR: Acho que escrevi mais ou menos a mesma coisa, coloquei que para ter uma equação você relaciona valores com as letras, e isso pode representar outras coisas como centímetros, cadernos etc. E que na hora que você resolve as contas você acha essa quantidade.  PP: Mais alguém quer completar?  AL: Já está acabando o horário, professora não vai dar, pra acabar.  PP: Então vamos lá. Pra fechar vou entregar pra vocês uma tirinha, onde eu escrevi a essência de equações. Para fecharmos esta parte da discussão. Observe que o que elaboramos juntos durante o nosso diálogo, ficou similar a esta que estou entregando. Há apenas algumas diferenças na forma de se expressar a ideia.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p><b>Equações:</b> As equações têm sua principal característica na relação entre grandezas, na descrição de uma dada situação, utilizando a linguagem algébrica, considerando que em uma equação temos uma ou mais incógnitas. Uma equação estabelece um momento singular da relação entre grandezas. Por isso, permite encontrar valores singulares e definidos para cada um dos seus elementos. Assim, encontrar o “x” em uma equação, denominado como incógnita, significa encontrar o valor de uma grandeza variável, mas que naquele momento específico está definido ainda que desconhecido.</p> </div> <p>PP: Estava muito próximo do que vocês falaram, a questão é que aqui estamos tratando de um conhecimento científico, e como muito bem vocês apresentaram, não podemos confiar em suposições, em acho que é assim. Na escola, trabalhamos os conceitos que podem ser utilizado independente da situação. As ideias que estão apresentadas nessa folhinha só estão organizadas de forma mais clara. Lembre-se que vamos utilizar esse significado durante todas as atividades.</p>	<p>Autorregulação e autoavaliação</p> <p>Apropriação dos significados e elaboração de sentidos</p>
---	--

Segundo Davidov (1999), a criança assimila certo material sob a forma de atividade de estudo, somente quando ela tem uma necessidade para tal assimilação. “As necessidades e os

motivos educacionais direcionam as crianças para a obtenção por eles de conhecimentos como resultados da transformação do material dado.” (DAVIDOV, 1999, p. 2). Levando em consideração o papel primordial da necessidade na realização da atividade por parte dos alunos, iniciamos a discussão antes mesmo da aula.

Tópicos que seriam discutidos na sala, ou seja, uma prévia das discussões, são normalmente desafios para os alunos. Para isso, trabalhamos com as necessidades dos alunos de resolver esses desafios, essa preparação da atividade foi feita antes de iniciarmos alguns tópicos da matéria. Observamos que oportunizaram uma maior motivação dos alunos, principalmente as que estão associadas a recursos computacionais. Na teoria histórico-cultural, o motivo da atividade de estudo deve ser, a aquisição de conceitos teóricos, mediante ações conscientes que permitam a construção de um modo generalizado de ação (DAVIDOV, 1988).

Neste sentido, consideramos como base da atividade de estudo, a interação e o diálogo entre os alunos, em todos os momentos tanto na comunicação, na exposição de suas ideias e conclusões, quanto na construção coletiva das sínteses das atividades. Como o período de acompanhamento foi longo, percebemos que a ação dos alunos em atividades em que a comunicação estava diretamente relacionada à tarefa, eram melhor aceitas por eles, mesmo em se tratando de alunos que “tinham vergonha”, às vezes, de se expressar encontravam no próprio grupo apoio para socializar as suas conclusões.

A motivação está na esfera afetivo-voluntária e pode vir de influências externas, como a educação familiar; a influência de parentes ou dos colegas. Davidov (1999, p. 3) explica ainda que “a correta organização da atividade de estudo começa com a formação gradual, porém constante desta necessidade no aluno.”. Sem esta necessidade – seu principal componente – ela simplesmente pode não existir. Entretanto, para alguns alunos, acostumados a realizar as tarefas para receber uma nota, como se constata no diálogo a seguir, a necessidade de se apropriar de um determinado conhecimento não se manifesta e a atividade de ensino não se converte em uma atividade de estudo para esse aluno.

GT: Então vamos fazer, a tarefa certa, pra gente ganhar ponto.

GR: Combinado.

GT: Então tá... tô precisando de nota cara.

.....

DN: Mas como eu vou saber se tá certo. Professor isso dá trabalho demais e nem vale ponto. Não tá escrito pelo menos que vale ponto.

PP: Nosso objetivo aqui é que você aprenda, não estamos preocupados com a pontuação que será atribuída em cada atividade.

Para Davidov (1999, p. 3), a atividade de estudo, incluindo em si os processos de aprendizagem, “só se realiza quando esses processos transcorrem sob a forma de uma transformação objetiva deste ou daquele material”. O autor afirma, ainda, que “os conhecimentos, que refletem a interligação do interno com o externo, da essência com o fenômeno, do primitivo com o derivado, são chamados de *conhecimentos teóricos*” (Ibidem, p. 3, grifo do autor). O único meio no qual os alunos podem acompanhar a interligação do interno com o externo no conteúdo do material assimilado é por meio do caráter criativo da experimentação de estudo.

As conversas em sala, as apresentações, as mensagens de textos, todas essas estratégias foram utilizadas como recursos metodológicos para auxiliarem a aprendizagem dos alunos. Mas a sua utilização extrapolou a operação das atividades, ela passou a ser desencadeador de necessidades para novas atividades.

Outro fator que consideramos necessário ressaltar é que esta não foi a primeira atividade de ensino com a qual os alunos tiveram contato. As primeiras atividades da unidade didática, que foram elaboradas e realizadas pelos alunos, trabalham com o conteúdo de conjuntos numéricos – os naturais, os inteiros, os racionais, os irracionais e os reais, e com o conteúdo de funções, tendo como base o seu conceito. Nelas, nós propusemos a fazer um movimento dialético de funções às equações e de novo a funções, partindo do geral para o particular e voltando para o geral, novamente. Assim como defendido por Núñez (2009), que apoiado na teoria de Davidov (1999), afirma que a formação do pensamento teórico e a formação dos conceitos científicos devem seguir do geral para o particular, apoiando-se na generalização teórica.

No processo de formação do pensamento teórico, o papel do professor é fundamental para o aprendizado dos conceitos matemáticos dos alunos. A sua principal tarefa é organizar com clareza as atividades que favoreçam o desenvolvimento do pensamento.

Essas ações, segundo Núñez (2009), permitem que o professor e os alunos possam “encontrar a invariante conceitual e procedimental das atividades particulares. Posteriormente, devem resolver outras tarefas semelhantes para garantir a apropriação do método geral de solução, como via da formação conceitual” (NÚÑES, 2009, p. 54).

Esta atividade, *Essência de equação*, foi elaborada tendo como apoio as contribuições de Davidov (1999), em que nos atentamos às questões relacionadas ao pensamento empírico e ao pensamento teórico. Revisando seus estudos, podemos perceber que em seus trabalhos

sobre a psicologia pedagógica, referentes a orientações para elaboração de novos programas escolares, esse autor elaborou quatro teses. Destacamos a que se refere à formação de conceitos empíricos, o que atualmente tem sido trabalhado nas escolas, de modo que “pelos programas tradicionais, há uma tendência à formação de noções de conceitos empíricos” e, conseqüentemente, o cultivo do “pensamento empírico [...] este pensamento corresponde ao ‘bom senso’ ou senso comum” (DAVIDOV, 1999, p. 7).

Assim, considerando esta afirmação nosso intuito não era trabalhar com o pensamento empírico dos alunos, com as questões de senso comum, mas sim fazer um comparativo e uma diferenciação entre estes tipos de pensamento. Promover o diálogo entre eles, para elaborar as conclusões de forma coletiva, chegando assim ao consolidado da turma.

A proposta de utilizar a memória como um dos recursos dessa atividade, foi de significativa ajuda na realização das ações de estudo. Segundo a teoria histórico-cultural a memória é uma das funções psicológicas básicas superiores que se desenvolve no percurso da constituição do humano, assim como a atenção, a imaginação, a linguagem e o pensamento. Para Vigotski (2001, p. 185) todas essas funções se “desenvolvem em sistemas complexos e são fundamentais para o processo de desenvolvimento dos conceitos científicos que se formam na educação escolar e exercem diferentes funções em cada fase da vida”. Para essa perspectiva, a memória lógica e com sentido é uma função mental superior que o processo de ensino precisa formar no estudante.

Para que a memória pudesse mediatizar esta atividade, *Essência de Equações* foi necessária a organização do ensino, na qual o estudante exerceu papel ativo. Portanto, difere da memorização mecânica enfatizada por tendências pedagógicas focadas em polos extremos do processo de ensino, ora no conteúdo, ora no professor ou no estudante.

Nesta atividade os alunos tinham como objetivo chegar à essência de equações, mas para isso poderiam partir do que já sabiam deste conteúdo. Segundo Vigotski (2009), os conteúdos são históricos, social e culturalmente construídos. Podemos fazer uma relação disso com a formação de conceitos, que começam a ser desenvolvidos na criança, desde muito cedo. Sempre que ela aprende algo novo, modifica aquele conceito, criando uma teia de conhecimentos à qual pode recorrer para solucionar problemas.

Partindo disso, não poderíamos deixar de utilizar os conceitos, ou pseudoconceitos já estabelecidos por esses alunos, criando um espaço em que ele poderia utilizar a memória, uma das funções psíquicas superiores.

De acordo com Vigotski (2001) o conceito científico não é adquirido através da memória de forma pronta, mas formado pela atividade do seu próprio pensamento, nos confrontos do conceito empírico ou dos pseudoconceitos “os conceitos científicos [...] não são adquiridos através da memória, surgem graças à atividade do próprio pensamento” (VIGOTSKI, 2001, p.194). Diante dessas assertivas, “os conceitos não espontâneos ou conceitos científicos são formas de pensamento voluntário e consciente representado pelo próprio processo de generalização dos próprios processos psíquicos, o que conduz ao seu domínio” (FRANCO, 2015, p. 97). Desenvolvem-se de forma sistematizada com o ensino, mediados, por meio de outros conceitos com seu sistema hierárquico interno de relações mútuas e com suas atitudes totalmente distintas perante o objeto.

Consideramos também que a troca e os diálogos por parte dos alunos foi algo positivo, o trabalho em dupla oportunizou um momento rico, no qual argumentações tinham que ser construídas tendo como base as afirmações. Para cada afirmação, os alunos eram questionados pelos seus colegas e assim construíam novas hipóteses, como se pode ver nesse trecho:

AL: É mesmo, só ficou melhor quando a gente juntou.

YM: Foram poucas pessoas que fizeram completa a atividade.

AL: E o que a gente escreveu não dava certo para todos, porque o pessoal ia falando e a gente via que estava incompleto.

PL: E o que mudou depois da pesquisa?

DN: A gente completou. Viu o que estava errado e completou.

O pensamento empírico, apesar de ser a base para o pensamento teórico (escolar), geralmente desenvolve-se na pessoa fora da escola. Por isso, o autor afirma que “[...] o ensino tradicional não forma as bases de qualquer outro tipo de pensamento além do empírico” (DAVIDOV, 1999, p. 7). Partindo desse pressuposto, fundamentamos a segunda etapa da atividade em que os alunos, a partir da conclusão da turma, buscariam a essência de equações, ou seja, tentariam expressar o significado de equações. Fazemos ressalva de que esse não é o significado que encontramos no dicionário, mas está relacionado à essência, o que seria similar ao movimento que realizamos na busca de um significado para o conceito de funções.

Se o professor não busca a essência pode promover um ensino alienado (FRANCO, 2015). Nesses casos, o professor pode apresentar tendências de uma relação alienada na execução do ensino, porque nem sempre suas ações e condições lhes possibilitam atingir o resultado, que, de uma forma geral, se espera do conteúdo e da forma de um “ensino para o desenvolvimento: desenvolver integralmente o estudante e promover a apropriação

conceitual, no nível teórico” (FRANCO, 2015, p. 26). Entendemos que por meio dessas fortes pressões, via verticalização do sistema educacional, muitas vezes, até “podem ocorrer aprovações escolares, mas nem sempre elas revelam o nível de apropriação conceitual dos estudantes, se empírico ou teórico” (Ibidem).

De modo análogo, os estudantes na mesma condição de alienação podem aumentar o descrédito pela escola e pelo estudo. Assim, “apesar de conhecerem o significado social do estudo, podem não conseguir estabelecer o sentido dessa atividade em suas vidas, devido às relações constituídas entre os sujeitos, o conhecimento, ao modo e ao conteúdo das ações realizadas na escola” (FRANCO, 2015, p. 26).

Os resultados da atividade também podem ser fundamentados nas contribuições de Vigotski (2001, p. 182-183), quando destaca que

[...] o pensamento cotidiano ou espontâneo se refere à forma do pensamento ou dos conceitos cotidianos que se desenvolvem no curso da atividade prática do sujeito e de sua comunicação direta com os que lhe rodeiam. Já o pensamento não cotidiano ou científico, se refere à forma do pensamento ou de conceitos científicos, de caráter social, que se produz nas condições do processo de instrução, que constitui uma forma singular de cooperação sistemática do pedagogo com a criança.

Porém, para o autor eles não são excludentes, ao contrário se interdependem no processo de desenvolvimento do conceito científico. Davidov (1986, p. 75-76) usa as terminologias “pensamento empírico e pensamento teórico”. Para os dois autores apesar do conteúdo desses processos serem distintos, ambas as formas de pensamento necessitam-se mutuamente, e devem ser compreendidas em sua unidade dialética. Isso justifica o movimento que os alunos fizeram ao trabalhar inicialmente com seus conhecimentos empíricos, até chegar por meio de pesquisas e diálogo com os colegas, ao que podemos denominar significado de equações, aspirando chegar ao sentido de equações, quando o aluno passa a trabalhar com o pensamento científico, ou pensamento teórico.

Ressaltamos que a organização didática, muito nos favoreceu para que os alunos tivessem mais condições de argumentar nesse tipo de atividade, pois o trabalho com essa turma de ir do geral para o particular já havia se iniciado há algum tempo, pois já vinham fazendo esse movimento desde o início do ano, fato que consideramos que facilitou a compreensão na relação de uma equação e uma função.

Núñez (2009, p. 47) nos adverte que

[...] é preciso que se aplique o conceito na solução de tarefas que exijam usar as características essenciais como ponto de referências no processo de atividades específicas que garantam a assimilação desse conceito, atividades que exijam o uso das definições dos conceitos para a solução de tarefas [...] a aplicação do conceito formado na solução de tarefas orientadas à criança exige que esta se oriente pelos traços essenciais da definição do conceito para a sua solução (NÚÑES, 2009, p. 47).

Ao buscar o significado de equações, os alunos fizeram um comparativo entre a conclusão da sala e as informações que eles obtiveram durante a pesquisa. Isso fez com que confrontassem o conhecimento empírico e o conhecimento teórico, argumentassem sobre as diferenças ou incongruências que tinham sido apresentadas. Com essa experiência pretendia-se discutir a importância dos conhecimentos teóricos trabalhados na escola, um dos seus principais papéis.

Nos conceitos científicos, há uma predominância do geral sobre o particular, em um sistema epistêmico, afirma Núñez (2009). No processo de formação de conceitos científicos, segundo o autor, adquire-se uma linguagem “científica”, um novo sistema semântico e um novo modo de pensar e de ver a realidade. Os conceitos científicos são assimilados em processos organizados de forma pedagógica no contexto escolar

A formação de conceitos, tanto dos cotidianos como dos científicos, está diretamente ligada ao desenvolvimento da linguagem. “O desenvolvimento dos conceitos, dos significados das palavras (signos linguísticos), pressupõe o desenvolvimento de muitas funções intelectuais: atenção deliberada, memória lógica, abstração, capacidade para comparar e diferenciar” (VIGOTSKI, 2011, p. 83).

PL: E o que mudou depois da pesquisa?

DN: A gente completou. Viu o que estava errado e completou.

MT: Foi difícil achar o que a gente estava procurando, porque na internet, tinha muito exercícios.

GR: Ficou mais fácil quando a gente pesquisou no livro e depois na internet.

....

AR: Isso mesmo, quando a gente respondeu, achamos que estava certo, mas foi o que a gente lembrava, quando fomos procurar no material que a gente usa na escola, foi que percebemos que estava incompleto.

DN: O que a AL falou agora a pouco tá certo, o que a gente fez não valia para todos e aí a gente foi tendo que completar. Fazer de um jeito que valesse, achar um caso geral. Como a professora falou tem achar a essência. É estranho falar essência, me lembra incenso, mas é isso aí, é achar o que vale para todos. Acho que é pra isso que a gente vem para a escola.

Analisando as falas dos alunos, podemos perceber que, ao discutir e interagir em um dado coletivo, os alunos conseguem analisar a situação e extrair dela a relação principal da equação, à medida que se posicionam e confrontam seus modos de pensar e agir. Nesse processo, os estudantes interagem diferentemente, porque depende de como cada um reestrutura os conhecimentos que já possuem nesse novo sistema de relações de conceitos (nexos internos do próprio conceito e dos conceitos generalizados anteriormente), como os da aritmética e as suas propriedades compõem esse conceito contido na álgebra.

Nesse sentido, podemos dizer que por meio da intermediação da professora pesquisadora e do professor da sala, os alunos se aproximam “das funções superiores do pensamento [...] que se manifestam a princípio, na vida coletiva, em forma de discussão e depois que conduz ao raciocínio próprio”. (VIGOTSKI, 1987, p.157). Pelo próprio movimento do vir a ser do conceito, dialogado e construído entre os pares, entre pesquisadora – professora - estudantes, se inicia o processo de desenvolvimento da formação das ações mentais, as habilidades gerais do pensamento lógico dialético, formação de pensamento e conceitos teóricos, como um processo em unidade.

Pelo exposto, é possível afirmar que o motivo formador de sentido no estudante se desenvolve durante o processo de assimilação da essência de equação, na medida em que haja a correlação entre ação mental exigida, o objetivo pretendido e as operações da atividade de estudar.

Mesmo não considerando equações como conceito, utilizamos os fundamentos desenvolvidos por Vigotski (2009) com relação ao conceito e ao pensamento empírico e teórico, para compreendermos o desenvolvimento dos alunos. Pois, para Vigotski (2009), existe uma estreita relação entre os conceitos científicos e os espontâneos. “Os conceitos científicos desenvolvem-se para baixo, através dos conceitos espontâneos; os conceitos espontâneos desenvolvem-se para cima, através dos conceitos científicos.” (VIGOTSKI, 2009, p. 108). Ele explica que, no caso dos conceitos espontâneos, existe uma relação direta com o concreto, enquanto nos conceitos científicos a ação é de mediação com o objeto como conhecimento teórico. Os conceitos espontâneos que a criança adquire antes de entrar na escola auxiliam-na na formação dos conceitos científicos adquiridos na escola.

Ao trabalhar com o significado de equações, os alunos puderam perceber a importância do conhecimento empírico, mas principalmente do conhecimento teórico. A utilização do que eles sabiam, oportunizou ao professor e à pesquisadora observar uma das funções psíquicas superiores, que é a memória, mas também o pensamento e a linguagem.

AL: Professora eu não sei se tá certo, eu discuti com a YM e a gente acha que tem que ter um “x”, uma letra.

YM: Ai você acha quanto vale a letra.

AR: Eu e a TH fizemos mais ou menos isso. Só que a gente acha que a letra não precisa ser “x”.

AL: A gente deu só um exemplo, pode ser outra.

TH: A gente chamou essa letra de incógnita.

MT: Eu e o DN chamamos de variável.

GR: Mas variável é função, lembra que a gente já viu. Lembra que varia, e incógnita não varia.

DN: É mesmo cara a gente vacilou nessa.

MC: Ninguém falou, colocamos que tem que ter uma relação de igualdade, para estar equacionado, balanceado.

JL: A gente viu função, equação é tipo função só que você acha o valor da letra.

Observamos também que no processo de redigir o significado, tendo como base os documentos consultados, os alunos ajustaram a sua linguagem, ao elaborarem as respostas. No processo de formação de conceitos científicos, segundo Núñez (2009), adquire-se uma linguagem “científica”, um novo sistema semântico e um novo modo de pensar e de ver a realidade. Os conceitos científicos são assimilados em processos organizados de forma pedagógica no contexto escolar. Dessa forma,

O uso da linguagem, como linguagem científica, no processo de assimilação do conceito, contribui para o desenvolvimento dos processos psicológicos complexos, tais como a abstração, a generalização, a conscientização e a regulação da atividade de estudo das disciplinas escolares. A palavra possui dois componentes básicos que são definidos pelos termos representação material e significados. Na estrutura de cada palavra, podem ser observadas funções que diferenciam os atributos essenciais dos objetos de uma mesma classe, essas funções são a abstração e a generalização. (NÚÑES, 2009, p. 45).

Nesta atividade trabalhamos com a necessidade dos alunos de elaborarem de forma coletiva o significado de equações, o que subsidiaria as próximas discussões. Ao buscar o significado, os alunos encontraram a essência da equação, facilitando assim a compreensão das próximas atividades.

Nessa perspectiva, percebemos que a atuação do professor da sala e da professora pesquisadora teve como ação uma atitude mediadora da relação dos alunos com o objeto de conhecimento, o que foi fundamental para que a aprendizagem se concretizasse. Percebemos, assim, que o estudo não se relaciona somente com o conhecimento de alguma área da ciência,

mas, considerando o desenvolvimento dos conceitos por parte dos alunos, é possível fazer associações com outros conteúdos.

Como destacamos no início deste trabalho, temos a concepção de que ensinar álgebra é mais que a simples manipulações de fórmulas. Quanto mais nos fundamentávamos nas leituras sobre a história de construção dos conceitos inerentes ao campo da álgebra, de sua significação social e do nível de generalização e abstração que tais conceitos envolvem, mais percebíamos que ensinar somente as fórmulas das representações algébricas e suas resoluções, não possibilita ao estudante o entendimento das características internas do conceito. O que gerou um certo desconforto, por parte dos professores, é que antes de iniciarem esta pesquisa, nunca haviam pensado no como o estudante se apropria de conceitos científicos, ou em como ensiná-los a operar mentalmente.

Questões como essa fizeram com que o ensino não fosse tomado somente numa perspectiva conteudística, mas mudanças internas e externas do próprio sujeito ocorreram, isto é, sua formação e transformação. Percebemos que durante a atividade os alunos além de se apropriarem da essência de equações, os estudantes também se transformaram nesse processo, tornando-se sujeitos ativos da atividade, como se pode perceber nas falas a seguir.

DN: Foi mais difícil fazer essa atividade, a gente tá acostumado a ver uma regra que vale para qualquer coisa na escola, mas esse ano vocês estão pegando no pé da gente.

MT: É isso aí, na escola a gente via a matéria e sempre dava certo para tudo que a gente queria fazer, mesmo que a gente não lembrasse o que ocorria muito.

....

AL: Porque nós não aprendíamos o que tinha que fazer, esse ano está mais difícil assim, mas pelo menos todo mundo tá aprendendo a matéria.

DN: Tem mó galera que foi super bem na prova de seleção de bolsas do colégio XXXX.

....

GT: Ver a matéria assim é mais difícil, mas eu acho que é isso que a gente tinha que ver na escola. E eu pelo menos acho que eu não tô tão burro esse ano, tirei até 30% de desconto na prova, para bolsa do colégio XXXX.

Podemos concluir assim que isso modifica o estudante, a forma de pensar e se relacionar-se com as pessoas, devido às novas estruturas mentais desenvolvidas, influenciando também o seu agir e o seu pensar no mundo.

Com base nos resultados desta atividade, podemos perceber o envolvimento dos alunos nas ações da atividade, o empenho em realizar a tarefa de estudo, o que na nossa compreensão pode ter possibilitado o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica dos alunos. Consideramos que a proposta de um ensino devidamente organizado

contribuiu positivamente para a assimilação do que foi trabalhado na atividade. Desta forma, nesta primeira atividade analisada temos uma avaliação positiva quanto as potencialidade da atividade de estudo para o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica.

Nesta atividade, *Essência de Equações*, o foco principal estava no desenvolvimento do sentido de equações e do pensamento teórico dos alunos. A próxima atividade, o *Uso de Diferentes Linguagens Algébricas para Decifrar Equações*, que analisamos a seguir, trata da transposição da linguagem algébrica retórica e sincopada para a linguagem algébrica simbólica.

#### **4.2 Atividade de Ensino: o uso de diferentes linguagens algébricas para expressar equações – o movimento lógico-histórico, da linguagem algébrica, retórica, sincopada e a linguagem algébrica simbólica**

Como destacamos no texto, analisamos apenas algumas atividades e as organizamos em episódios. Tais episódios referem-se aos movimentos mais significativos dos estudantes e também por estarem relacionados ao objeto de estudo desta pesquisa, ou seja, o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica. Esta segunda atividade, em específico, foi selecionada por trabalhar com a transposição das linguagens algébricas, da retórica a sincopada e depois a simbólica. Os alunos, por meio da sequência da atividade, passaram por essas três formas de expressão da linguagem algébrica, sendo este o foco principal desta atividade.

Como destacado no capítulo 1, o desenvolvimento do pensamento e da linguagem ocorre dialeticamente. Deste modo, quando estamos tratando do desenvolvimento da linguagem nesta atividade, estamos também tratando do desenvolvimento do pensamento, o que nos faz entender este aspecto como justificativa para a seleção desta situação.

Esta atividade foi vivenciada pelos alunos, quando eles já haviam explorado estratégias de resolução de equações. Quando essas estratégias de resolução foram vivenciadas pelos alunos, fizemos uso de diferentes técnicas, como apresentado na unidade didática de ensino, para determinar os valores que satisfazem uma equação. Nosso intuito foi instruí-los com diferentes estratégias, para que no momento em que se deparasse com a resolução de uma equação, o aluno fizesse uso da estratégia com a qual mais se identificou.

Essa atividade foi elaborada com o auxílio da coleção de livros paradidáticos “Contando a história da matemática”, na qual o volume 3 trata da história da equação do segundo grau. Esse exemplar aborda algumas estratégias de resolução de uma equação e, ao abordarem essas estratégias fazem uso da linguagem algébrica contemporânea ao seu desenvolvimento. Por exemplo, a equação que desde Descartes é escrita como “ $x^2 = 50$ ”, seria escrita por Viète como “A área é igual a 50”.

Quando pensamos na elaboração desta atividade, consideramos o resgate histórico e o desenvolvimento da linguagem algébrica, com o passar do tempo, além da evolução das técnicas de solução de uma equação do segundo grau.

O foco principal de nossos esforços estava na formação da necessidade da utilização da álgebra simbólica, para isso pensamos que a vivência de uma atividade em que os alunos tivessem contato com a linguagem algébrica retórica e sincopada, faria com que se interessassem pela simplificação que traz a linguagem algébrica simbólica.

Assim pensando no desenvolvimento da linguagem algébrica e com base na estrutura de uma atividade de estudo, montamos o esquema didático, que ofereceu apoio para a elaboração do material utilizado na atividade.

**Quadro 18** - Atividade de ensino: o uso de diferentes linguagens algébricas para expressar equações

• Conhecimento teórico		Equações.
• Objeto de estudo		Pensamento e a linguagem algébrica - transposição para diferentes linguagens algébricas.
• Sujeitos participantes	Atividade de ensino	Professor e pesquisadora
	Atividade de estudo	Alunos do 9º ano A.
• Objetivo	Professor	Ensinar.
	Aluno	Aprender
• Necessidade	Professor	Criar condições para que os alunos aprendam.
	Aluno	Resolver o desafio de interpretar e codificar as equações e suas resoluções.
	Professor	Organização do ensino
	Aluno	Apropriação dos conhecimentos teóricos, resolvendo os desafios propostos.

• Motivo		
• Tarefa de estudo		Trabalhar a transposição das linguagens algébrica: retórica, sincopada e a simbólica. Desenvolver nos alunos a habilidade de manipular as diferentes linguagens algébricas. Incentivar os alunos a trabalharem com a álgebra simbólica.
• Ação	Ensino: professor	Definição dos procedimentos de como trabalhar com os conhecimentos teóricos. Elaboração do material a ser utilizado pelos alunos
	Estudo: alunos	Resolução dos problemas indicados. Realização das tarefas propostas pelo professor.
• Operação	Professor	Utilização dos recursos metodológicos que auxiliarão o ensino. Definição dos materiais a serem utilizadas pelos alunos
	Aluno	Utilização dos recursos metodológicos que auxiliarão a aprendizagem.
• Ação de controle	Professor	Assegurar que durante todo o procedimento da atividade, os sujeitos tenham todas as operações indispensáveis para que resolvam de forma exitosa a atividade.
	Aluno	Ter conhecimento das operações indispensáveis. Recursos que estão à disposição, durante a realização da atividade
• Avaliação	Professor	Verificar se o objetivo da atividade foi alcançado - ensinar o conteúdo. Analisar se a tarefa de estudo foi realizada - desenvolver nos alunos a capacidade de manipulação das diferentes linguagens algébricas
	Aluno	Verificar se o objetivo da atividade foi alcançado - aprender o conteúdo. Analisar se a tarefa de estudo foi realizada, se os alunos conseguem fazer transposição da linguagem algébrica retórica, para a linguagem algébrica simbólica.
<p>A atividade visa trabalhar com a linguagem algébrica, em suas diferentes expressões, fazendo com que o aluno tenha contato com a linguagem algébrica retórica e sincopada. Considerando a dificuldade de se trabalhar com essas diferentes expressões de linguagem algébrica, espera-se criar a necessidade de se trabalhar apenas com a linguagem algébrica simbólica, assim como ocorreu no desenvolvimento histórico desse conhecimento científico, ou seja, no estudo de equações.</p>		

Esta atividade, assim como as demais, foi elaborada para que fosse realizada em duplas, mas, especificamente nesta atividade, o trabalho de cada integrante da dupla era indispensável para que eles conseguissem realizar a tarefa de estudo, que era decifrar como e quais equações estavam sendo resolvidas. O material que cada integrante da dupla recebeu nesta atividade foi diferente. Uma das folhas continha a instrução da atividade, e a outra, apenas o espaço destinado a resolver o problema. Assim o trabalho e a comunicação das duplas nesta atividade foram indispensáveis.

Considerando o livro paradidático como material de apoio e a estruturação da atividade de ensino, montamos o material que disponibilizamos para os alunos, para que eles pudessem vivenciar a atividade de estudo. Para isso, fizemos uso de textos nos quais era necessário apenas o equacionamento; outros em que tinham à disposição a equação, mas deveriam chegar à solução; e outros que tinham a equação e a resolução. Em todos os casos era necessário fazer a transposição da linguagem algébrica retórica ou sincopada para a linguagem algébrica simbólica. Considerando o grau de dificuldade dessa atividade, trabalhamos com equações do primeiro e do segundo grau.

Elaboramos as cinco folhas que foram trabalhadas pelos alunos, seguindo sempre a estrutura da atividade de estudo. A sequência de tarefas segue a ordem cronológica do desenvolvimento das equações, explorando atividades com a linguagem algébrica retórica dos babilônicos, dos hindus e de Al-Khowarizmi, e a linguagem algébrica sincopada de Viète. Em todos os casos, os alunos tinham como atividade fazer a transposição dessas sentenças matemáticas para a linguagem algébrica simbólica, trabalhando em duplas, mas um deve estar de costa para o outro. Os alunos podiam conversar, mas sem ver o que o outro iria fazer.

**Quadro 19** - Atividade de Ensino: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações– 1ª Folha entregue aos alunos

	<p><b>UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA</b>  <b>ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA</b>          Atividades de Estudo – 9º Ano – 2014          Projeto de Pesquisa da Professora Maísa G. da Silva</p>	
<p>Atividade de Ensino: Decifrando Equações</p>		
<p><b>Atenção. O único que está autorizado a fazer o registro nessa atividade é o seu colega. Você apenas pode interpretar e tentar codificar para a linguagem simbólica.</b></p>		
<p>Os escribas, da Babilônia eram conhecidos por já resolverem equações. Os registros desses matemáticos eram feitos em tabuletas de barro, que datam de aproximadamente</p>		

<p>4000 anos. Em uma dessas tabuletas encontramos o seguinte problema:</p> <p>“Qual é o lado do quadrado, se a área menos o dobro do lado é vinte e quatro?”</p> <p style="text-align: right;">Fonte: Guelli (1998, p. 16)</p>
<p>1ª Tarefa: Decifre o que estava escrito na tabuleta. Equacione o problema, utilizando a linguagem algébrica simbólica.</p>
<p>Nesta mesma tabuleta, o escriba solucionou o problema. Todos os cálculos que o escriba fez para resolver o problema eram expressos em palavras.</p> <p>“Tome a metade de dois, que é um, e multiplique um por ele mesmo. Some o resultado a vinte e quatro, o que dá vinte e cinco. Isto é na verdade o quadrado de cinco que, somado à metade de dois, vai dar o lado do quadrado, que é igual a seis.”</p> <p style="text-align: right;">Fonte: Guelli (1998, p. 16)</p>
<p>2ª Tarefa: Assim como no problema, traduza a resolução da equação da linguagem algébrica retórica para a linguagem algébrica simbólica. Tente entender como o escriba estava resolvendo.</p> <p>Atenção. A regra ainda vale o único que está autorizado a fazer o registro nessa atividade é o seu colega. Você pode auxiliar seu colega nesse processo, tente ser criativo, utilize o texto para instruir seu colega. Você também pode resolver a equação de forma retórica. Falando cada passo para resolvê-la para seu colega, ou colaborar com o que ele está fazendo.</p>

**Quadro 20** - Atividade de Ensino: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações– 2ª folha entregue aos alunos

 <p><b>UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA</b> <b>ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA</b> Atividades de Estudo – 9º Ano – 2014 Projeto de Pesquisa da Professora Máisa G. da Silva</p> <hr/> <p>Atividade de Ensino: Decifrando Equações</p> 
<p><b>Atenção. O único que está autorizado a fazer o registro nessa atividade é o seu colega. Você apenas pode interpretar e tentar codificar para a linguagem simbólica.</b></p>
<p>Os escribas, da Babilônia já resolviam problemas com equações completas do segundo grau como essa:</p> <p>“Qual é o lado de um terreno quadrado, se a área menos o lado é 12?”</p> <p style="text-align: right;">Fonte: Guelli (1998, p. 20)</p>
<p>1ª Tarefa: Decifre o que estava escrito. Equacione o problema, utilizando a linguagem algébrica simbólica.</p>

Esse problema pode ser traduzido em uma equação completa. Veja o registro da resolução feita pelo escriba.

“Como a metade de um é meio, multiplique meio por meio, o que dá vinte e cinco centésimos.

Some isto a doze, para encontrar doze inteiros e vinte e cinco centésimos.

Este número é o quadrado de três inteiros e cinco décimos.

Agora some a metade de um a três inteiros e cinco décimos, para descobrir que o lado do quadrado vale quatro.”

Fonte: Guelli (1998, p. 20)

2ª Tarefa: Assim como no problema, traduza a resolução da equação da linguagem algébrica retórica para a linguagem algébrica simbólica. Tente entender como o escriba estava resolvendo.

Os babilônicos desenvolveram uma estratégia de resolução de uma equação da forma:

$$x^2 - b.x = c$$

As resoluções vinham sempre gravadas na tabuleta sem nenhuma explicação, seguido fielmente desta fórmula:

$$x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} + \frac{b}{2}.$$

Você já conhece essa técnica de resolução? Você se lembra se a mesma foi trabalhada em sala? Você utilizaria essa estratégia se estivesse resolvendo uma equação?

**Quadro 21** - Atividade de Ensino: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações– 3ª Folha entregue aos alunos

	<p><b>UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA</b>  <b>ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA</b>          Atividades de Estudo – 9º Ano – 2014          Projeto de Pesquisa da Professora Máisa G. da Silva</p>	
<hr/> <p>Atividade de Ensino: Decifrando Equações</p>		
<p><b>Atenção. O único que está autorizado a fazer o registro nessa atividade é o seu colega. Você apenas pode interpretar e tentar codificar para a linguagem simbólica.</b></p>		
<p>Os sacerdotes brâmanes, da Índia Antiga, utilizavam os sutras, um texto básico escrito na forma de poema ou quebra-cabeça para estudos. Observe o seguinte poema que não faz uso de símbolos para representar um problema matemático, nesse caso uma equação.</p>		
<p>Alegravam-se os macacos          divididos em dois bandos:</p>		

<p>sua oitava parte ao quadrado no bosque brincava.</p> <p>Com alegres gritos, doze gritando no campo estão. Sabes quantos macacos há na manada no total?</p> <p style="text-align: right;">Fonte: Guelli (1998, p. 7)</p>	
<p>1ª Tarefa: Decifre o poema que está escrito na linguagem algébrica retórica. Tente explicar para o seu colega como seria a tradução desse poema para a linguagem algébrica simbólica.</p>	<p>2ª Tarefa: Agora que vocês já descobriram qual era a equação. Descubra quanto macacos fazem parte da manada.</p>

**Quadro 22** - Atividade de Ensino: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações– 4ª Folha entregue aos alunos

 <p><b>UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA</b> <b>ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA</b> Atividades de Estudo – 9º Ano – 2014 Projeto de Pesquisa da Professora Máisa G. da Silva</p> <hr/> <p>Atividade de Ensino: Decifrando Equações</p>	
<p><b>Atenção. O único que está autorizado a fazer o registro nessa atividade é o seu colega. Você apenas pode interpretar e tentar codificar para a linguagem simbólica.</b></p>	
<p>No Al-jabrAl-Khowarizmi não utilizava nenhum tipo de símbolo. Ao invés de <math>x^2</math>, ele escrevia <b>quadrado</b>; no lugar de <b>x</b>, colocava <b>raízes</b>; e por <b>números</b>, entendia os coeficientes das variáveis e os termos independentes.</p> <p>Assim temos que a equação <math>2x^2 = 5x</math>, seria expressa mais ou menos desse modo: “<b>Se o quadrado junto com dois é igual a cinco raízes, digam-me, quanto vale uma raiz?</b>”</p> <p style="text-align: right;">Fonte: Guelli (1998, p. 29)</p>	
<p>1ª Tarefa: Al-Khowarizmi, mesmo não criando símbolos para substituir sentenças, começou a utilizar algumas palavras para representar essas situações matemáticas. Explique para o seu colega como essa associação entre as palavras e os símbolos eram feitas. Juntos decodifiquem para a linguagem algébrica simbólica as seguintes sentenças matemáticas contidas no Al-jabr.</p> <p>A) Sabendo que o quadrado é igual a cinco raízes, podemos determinar que a raiz é?</p> <p>B) Se o quadrado acrescido de cinquenta e um resulta em vinte raízes, temos como descobrir quanto vale uma raiz?</p> <p>C) Sabe-se que se juntamos três raízes a quatro é igual a um quadrado, portanto, diga-me, qual o valor de uma raiz?</p>	

Al-Khowarizmi reconhecia apenas soluções positivas para as equações do segundo grau, como podemos observar na solução da seguinte equação.

“Em primeiro lugar vocês devem perceber que, somando o quadrado com dez raízes, vamos encontrar trinta e nove.

Portanto, devemos determinar a metade das raízes nesta forma e multiplicar esta metade por si mesma, o que dá vinte e cinco.

Vinte e cinco somado ao quadrado e às dez raízes resulta sessenta e quatro. Compreendam, então, que o número que multiplicado por si mesmo dá sessenta e quatro é oito.

E se do oito diminuirmos cinco unidades, vamos descobrir que uma raiz vale três unidades.

Fonte: Guelli (1998, p. 29)

2ª Tarefa: Traduza o problema e a resolução da equação da linguagem algébrica retórica para a linguagem algébrica simbólica.

**Quadro 23** - Atividade de Ensino: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações– 5ª Folha entregue aos alunos

	<p><b>UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA</b>  <b>ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA</b>          Atividades de Estudo – 9º Ano – 2014          Projeto de Pesquisa da Professora Máisa G. da Silva</p> <hr/> <p>Atividade de Ensino: Decifrando Equações</p>	
<p><b>Atenção. O único que está autorizado a fazer o registro nessa atividade é o seu colega. Você apenas pode interpretar e tentar codificar para a linguagem simbólica.</b></p>		
<p>Um dos principais matemáticos que contribuíram para a simplificação das sentenças algébricas foi Viète. Com essas simplificações as sentenças matemáticas que eram descritas utilizando a linguagem algébrica retórica passaram a ser descritas na linguagem algébrica sincopada, ou seja, passaram a contar com algumas abreviações.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• O primeiro passo dado por Viète foi apresentar sempre a <b>incógnita</b> de uma equação através de uma <b>vogal</b>.</li> <li>• Viète também passou a abreviar algumas palavras: <math>\bar{p}</math> significa <b>mais</b> e <math>\bar{m}</math> significa <b>menos</b>. O traço sobre a letra é para ressaltar que ela está sendo utilizada como um símbolo matemático.</li> <li>• Para representar <math>x^2</math> utilizava a codificação para incógnita e o termo área, sendo <b>A área</b>.</li> <li>• Viète usava a abreviação <b>in</b> para a palavra <b>vezes</b>. Assim, a equação <math>ax^2 + bx + c = 0</math> era traduzida segundo a simbologia de Viète como <b>B in A área + C in A + D é igual a 0</b>.</li> </ul>		
<p>Fonte: Guelli (1998, p. 39)</p>		
<p>1ª Tarefa: Considerando as simplificações propostas por Viète, traduza as seguintes sentenças da linguagem algébrica sincopada para a linguagem algébrica simbólica.</p>		

Explique para o seu colega como essa associação entre as palavras e os símbolos eram feitas. Juntos decodifiquem para a linguagem algébrica simbólica as seguintes sentenças matemáticas.

- A) A  $\bar{p} 9$  é igual a 12.  
 B) A área  $\bar{m} A2$  é igual a 0.  
 C) A área  $\bar{m} A5 \bar{p} 6$  é igual a 0.

FançoisViète contribuiu significativamente para a álgebra simbólica, pois foi um dos primeiros matemáticos que conseguiu expressar as equações do segundo grau por meio de uma fórmula geral. Observe o seguinte problema:

“Qual é a soma das raízes da equação – A área  $\bar{m} 124A$  é igual a 125? ”

Fonte: Guelli (1998, p. 42)

2ª Tarefa: Considerando as simplificações propostas por Viète, decifre a equação escrita na linguagem algébrica sincopada para a linguagem algébrica simbólica e resolva o problema.

Assim, a atividade foi elaborada, seguindo o desenvolvimento lógico histórico, a partir do qual exploramos as diferentes linguagens algébricas. Os alunos receberam o texto com um problema e, em alguns casos, uma solução da equação. A atividade consistia em fazer a transposição do que estava escrito no problema que poderia estar numa linguagem algébrica retórica ou numa linguagem algébrica sincopada, para a linguagem algébrica simbólica que os alunos estão acostumados.

Considerando o período de convivência com os alunos, criamos alguns hábitos, na sequência didática das aulas. Iniciamos as aulas sempre apresentando o que seria trabalhado e o material que teríamos à disposição para realização da atividade.

Considerando que o registro escrito dos alunos nesta atividade é importante para entendermos como ele estava decodificando, ou codificando, no caso de criar um símbolo, um código para a sentença, utilizamos os registros dos alunos que nos autorizaram. Priorizamos a fala de alguns em um determinado momento, como pode ser visto no quadro onde relatamos parte da atividade, porque neste dia contávamos com oito gravadores, em que seis estavam posicionados nas duplas analisadas. E os outros dois cada um em um extremo da sala.

Inicialmente estimamos que esta atividade seria realizada em um dia com dois horários. Mas, considerando o período que foi necessário no início da atividade, e o período em que os alunos discutiram as questões para sua realização, foram necessários dois dias de aula, sendo destinados à atividade três horários de aula. Mesmo acontecendo uma interrupção

na atividade, a dinâmica no segundo dia de aula foi muito mais tranquila, principalmente, porque os alunos já tinham dominado o que era necessário fazer na atividade.

Considerando que o período que para a realização dessa atividade foi longo, 2 horas e 30 minutos, traremos apenas parte da transcrição da atividade, na qual destacamos os momentos em que identificamos e relacionamos as ações dos alunos com as unidades de análise. Deste modo, destacamos a primeira atividade, considerando que era o primeiro contato que esse grupo de alunos teriam com a dinâmica da atividade.

**Quadro 24** – Episódios da Atividade de Ensino: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações – 1ª Folha da Atividade

Episódios	Unidades de análise
<p>PL: Bom dia meninos.            AR: Oi professor.            PP: Atenção. Silêncio. Hoje vamos precisar da ajuda de vocês, na hora da atividade. Vocês vão precisar e muito conversar com a sua dupla, mas atenção ao barulho para não atrapalhar a outra dupla.            ...            PP: Atenção especial ao registro hoje.            GT: Como assim professora?            PP: Vamos recolher esta atividade. Lembra que faz parte da pesquisa. Então, depois eu vou precisar desses dados. Do que vocês escreveram na folha de atividade.            GR: Pode fazer no rascunho e depois passar a limpo.            PP: Pode, mais entrega depois os dois. A folha e o rascunho.            MT: Mas a minha letra não vai ficar boa de lápis.            PP: Para ficar mais fácil, podem fazer a atividade normalmente. Depois peço para alguns passarem a limpo de caneta as respostas. Ficamos combinados assim.            ....            PP: Atenção, hoje vocês vão montar as duplas, assim como vocês fazem. Mas hoje você não vai sentar ao lado do seu colega de dupla.            DN: Como assim a gente vai sentar de dupla, mas não vai sentar de dupla.            PP: Calma. Escuta primeiro. Vocês vão estar em dupla, mas um vai estar de costa para o outro. Vocês vão poder conversar, mas não podem ver o que o outro vai fazer. Organizem as carteiras.            ...            PP: Quando vocês receberem a atividade vai ficar mais fácil. Mas um de vocês vai falar e o outro vai escrever.</p>	<p>Condições objetivas da atividade de estudo</p>

<p>Por exemplo, o GT e o GR estão de dupla, um de costa para outro. O GR vai ler o que está na folha, que é um problema e a solução de uma equação, e o GT vai tentar escrever isso. E depois inverte, o GT fala e o GR escreve.</p> <p>MT: Nossa que negócio difícil.</p> <p>DN: Se eu for escrever primeiro. Como eu vou saber se eu escrevi direito. Se o que o MT me falou e eu consegui escrever.</p> <p>PP: Calma isso a gente vai comparar depois.</p> <p>MT: Não sei se eu entendi direito o que eu tenho que fazer?</p> <p>PP: Calma, vou entregar a folha com a atividade para vocês entenderem direito a atividade. Atenção que receber a folha que está escrita não fala com o colega ainda, e o que receber a folha em branco espera para fazer a atividade quando tivermos entregado para todos.</p> <p>...</p> <p>GT: Nossa é muito estranho estar de dupla com você (GR), e só poder falar com você.</p> <p>GR: Eu sei. Você entendeu como é para a gente fazer a atividade?</p> <p>GT: Acho que sim. Eu estou com a folha que tem o texto. Vou ler em voz alta, e depois a gente vai tentando fazer.</p> <p>GR: Ok. Mas lê de vagar porque eu não estou vendo o que você está lendo.</p> <p>...</p> <p>GR: Vai devagar ai, cara.</p> <p>GT: Vamos ver se a gente consegue fazer a primeira. Tem um problema que está destacado, que os babilônicos que resolveram, vou ler para você e você vai tentando escrever...“Qual é o lado do quadrado, se a área menos o dobro do lado é vinte e quatro?”</p> <p>GR: Eu desenhei um quadrado.</p> <p>GT: Não era para desenhar eu acho, mas não tem problemas. Como é o lado do quadrado vamos chamar ele de l.</p> <p>GR: É o lado do quadrado em todos os exercícios é l mesmo.</p> <p>GT: Então escreve que a área, chama a área de a.</p> <p>GR: Coloquei aqui que a área é A.</p> <p>...</p> <p>GR: Até que a atividade não é tão difícil de resolver assim. Mesmo eu não vendo o que está escrito na folha, sei lá é meio louco fazer uma atividade assim, ainda mais na aula de matemática, normalmente a gente faz umas dinâmicas como essas na aula de educação física.</p> <p>GT: Ou senão nas intervenções da psicologia.</p> <p>GR: Isso é difícil, porque a atividade é de matemática, mais a acho legal fazer coisas diferentes.</p> <p>GT: Então, vamos fazer o negócio. Vamos para de</p>	<p>Condições objetivas da atividade de estudo</p> <p>Diferentes expressões da linguagem algébrica: simbólica, sincopada e retórica.</p> <p>Desenvolvimento da motivação e a participação dos alunos – interação e comunicação</p> <p>Autorregulação</p>
---	---

<p>conversar e vamos trabalhar.  GR: Vamos, porque a gente já está atrasado.  ...  GT: O que você já escreveu?  GR: Vou falar para você. Eu desenhei o quadrado, e comecei a escrever a equação. Você falou da área, eu coloquei A, e o lado eu coloquei l. Lê de novo o problema.  GT: “Qual é o lado do quadrado, se a área menos o dobro do lado é vinte e quatro?”  GR: Acho que eu já sei. Ficou assim a letra A e o menos depois eu coloquei o 2 e o l, que é igual a 24. Você concorda que deu isso?  GT: Isso. Deixa eu ler de novo.... É isso mesmo.  GR: Vou colocar o <math>l^2</math>, no lugar da A.  GT: Isso resolvemos a primeira. Agora coloca ai que é a segunda coisa que está perguntando.  GR: A minha folha já está marcada com os espaços. O que tem de fazer agora.  GT: Agora tem que resolver um negócio que está escrito aqui. Nossa a solução do problema está escrita por extenso, que doido. Vou ler, e a gente tenta ir escrevendo.  “Tome a metade de dois, que é um, e multiplique um por ele mesmo. Some o resultado a vinte e quatro, o que dá vinte e cinco. Isto é na verdade o quadrado de cinco que, somado à metade de dois, vai dar o lado do quadrado, que é igual a seis”.  GR: Nossa é grande, faz assim, vai falando de pedacinho em pedacinho.  GT: Tá. Então ai vai... “Tome a metade de dois, que é um, e multiplique por ele mesmo”. Nossa isso é idiota, é óbvio que a metade de dois é um.  GR: Que que isso tem a ver com o problema?  GT: Ainda não sei, escreve ai. No final a gente vê se entendeu.  GR: Escrevi até bonitinho, fiz fração. Dois dividido por dois dá um. Que mais?  GT: Multiplique por ele mesmo.  GR: O resultado, ou o dois dividido por dois?  GT: Não tem diferença não. Têm? É a mesma coisa, tanto faz.  GR: É mesmo. Então eu vou multiplicar só pelo um então.  GT: Ok. A próxima coisa aqui é “Some o resultado a vinte e quatro, o que dá vinte e cinco”. É só somar, vinte e quatro.  GR: Tá, já fiz a soma deu vinte e cinco.  GT: A outra parte “Isto é na verdade o quadrado de cinco que somado à metade de dois, vai dar o lado do quadrado, que é igual a seis”.</p>	<p>Apropriação dos significados e elaboração de sentidos</p> <p>Diferentes expressões da linguagem algébrica: simbólica, sincopada e retórica.</p> <p>Autorregulação e Autoavaliação</p>
--	--

<p>GR: Calma. Volta. É para fazer a potência, ou para tirar a raiz?</p> <p>GT: Não sei aqui não fala. Faz potência e a gente vê no que dá.</p> <p>GR: Então, cinco elevado ao quadrado dá vinte e cinco. Não! O contrário.</p> <p>GT: Depois soma com a metade de dois. Já coloca um ai.</p> <p>GR: Somei deu vinte e seis. E agora?</p> <p>GT: Tá errado, aqui está falando que tinha que dar seis. Vou ler de novo e você vai conferindo onde a gente errou. “Tome a metade de dois, que é um, e multiplique um por ele mesmo. Some o resultado a vinte e quatro, o que dá vinte e cinco. Isto é na verdade o quadrado de cinco que, somado à metade de dois, vai dar o lado do quadrado, que é igual a seis.”</p> <p>GR: Acho que a gente foi fazendo certo.</p> <p>...</p> <p>GT: Resolve normal como se fosse só a equação não tivesse que ler e escrever. Vai ficar mais fácil a gente conferir o resultado.</p> <p>GR: Espera ai. Que eu vou resolver. Vou completar quadrado, que é mais rápido. Pois o lado vai ser positivo. Então eu tiro a raiz.</p> <p>GT: O que, que você está falando?</p> <p>GR: Espera ai que eu já estou acabando.</p> <p>...</p> <p>GR: Deu seis. Era para dar seis.</p> <p>GT: Isso. Agora olha o que a gente fez de errado na outra. Vou te falar de novo e você vai escrevendo. Faz cada coisa que eu te falar em uma linha para a gente não errar agora.</p> <p>...</p> <p>GR: E se a gente tirar a raiz?</p> <p>GT: Acho que vai dar certo, porque raiz de vinte e cinco é cinco, então está mais perto do seis.</p> <p>...</p> <p>GR: Deu certo. Vou conferir na equação de novo.</p> <p>GT: Mas já tem a resposta aqui.</p> <p>GR: Não tem problemas. Deu certo. Balizei.</p>	<p>Apropriação dos significados e elaboração de sentidos</p> <p>Desenvolvimento da motivação e a participação dos alunos – interação e comunicação</p> <p>Autorregulação e Autoavaliação</p>
---	--

Trouxemos cortes das falas e o recorte de algumas atividades dos alunos, para auxiliar na análise. Considerando a importância do registro nesta atividade para as análises, destacamos para os alunos quais seriam os recursos de registro e enfatizamos a necessidade de registro por parte dos alunos de todo seu processo de raciocínio.

Nesta aula necessitamos de um tempo maior para esclarecer para os alunos, como seria o desenvolvimento da atividade. Dividimos a sala em duplas e depois organizamos os alunos

para que eles ficassem um de costa para o outro. Deste modo, tínhamos a sala dividida em duplas, onde cada parceiro da dupla não conseguia ver o que o outro estava fazendo. Eles podiam apenas conversar entre eles, mas não era possível ver o que seu parceiro estava escrevendo.

Esta dinâmica de fazer a atividade e só poder dialogar com o colega, mas não ver o que ele estava fazendo ou escrevendo, gerou o interesse dos alunos. Interesse, pois era uma atividade que não possuía as características convencionais, que até no ano anterior, antes de iniciarem esta pesquisa, era parte integrante do seu contexto escolar. Esse interesse demonstrado pelos alunos foi base importante para a geração da necessidade de realizar a tarefa de estudo.

O conceito de interesse é usado nesta investigação na acepção de Leontiev (1983, p. 351), sejam eles situacionais ou permanentes, pois para o autor “o interesse influi não somente na atividade futura, mas também na que se realiza nesse momento, e facilita alcançar os fins propostos e um desenvolvimento mais completo”.

Assim, nesta atividade, *O uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações*, o interesse dos alunos oportunizou a realização de uma atividade propriamente dita, em que a necessidade de resolver a tarefa de estudo tem uma relação dialética com o motivo, que leva à ação de estudo. Assim, podemos concluir que um processo como “a atividade, é capaz de impulsionar o desenvolvimento qualitativo dos sujeitos, sendo que o mesmo precisa partir de suas necessidades objetivas e subjetivas” (FRANCO, 2015, p. 31).

Durante a realização da atividade percebemos que os alunos se concentraram na tarefa que tinham que realizar. A sala se encontrava toda desorganizada, se considerarmos o sistema convencional cartesiano das carteiras. O barulho era relativamente alto, mas tanto na percepção do professor da sala, como na da professora pesquisadora, quanto na dos alunos, foram disponibilizados os instrumentos que possibilitavam a realização da atividade de estudo, consideravam-se condições objetivas para a realização da atividade favoráveis.

Observamos o desenvolvimento dos alunos, considerando a apropriação de um vocabulário escolar – uma linguagem científica, que, conforme Moura *et al* (2010), as operações do pensamento: abstração, generalização e formação do conceito, devem ser desenvolvidos nos estudantes, nas diferentes faixas etárias.

No processo de formação de conceitos científicos, segundo Núñez (2009), adquire-se uma linguagem “científica”, um novo sistema semântico e um novo modo de pensar e de ver a

realidade. Os conceitos científicos são assimilados em processos organizados de forma pedagógica no contexto escolar. Dessa forma,

O uso da linguagem, como linguagem científica, no processo de assimilação do conceito, contribui para o desenvolvimento dos processos psicológicos complexos, tais como a abstração, a generalização, a conscientização e a regulação da atividade de estudo das disciplinas escolares. A palavra possui dois componentes básicos que são definidos pelos termos representação material e significados. Na estrutura de cada palavra, podem ser observadas funções que diferenciam os atributos essenciais dos objetos de uma mesma classe, essas funções são a abstração e a generalização. (NÚÑEZ, 2009, p. 45).

“A influência dos conceitos científicos sobre o desenvolvimento mental da criança é análoga ao efeito resultante da aprendizagem de uma língua estrangeira.” (VIGOTSKI, 2011, p. 108). Segundo o autor, os aspectos mais primitivos da linguagem são adquiridos antes dos mais complexos. Desta forma, os alunos vão assimilando gradativamente a linguagem algébrica, os termos científicos utilizados para denotar situações e/ou operações. Isto pode ser percebido nos registros das atividades dos alunos. Como podemos observar nos seguintes trechos.

CM: Você já pensou como vamos resolver esta equação MA?

MA: A melhor estratégia para determinar esta incógnita. Espera estou pensando, será que a gente consegue completar quadrado.

CM: Boa vai sair muito mais rápido. Como é que fala mesmo.... Trinômio quadrado perfeito. Vou escrever desse jeito então.

...

JL: Você já isolou a variável?

MA: Não dá, caiu em uma equação do segundo grau. E é incógnita.

JL: Isso, mesmo.

...

TH: Vamos achar as raízes, pela fórmula mesmo é a que eu achei mais fácil, quando a gente viu aquele monte de forma de resolver.

AR: Não fala raiz, lembra....

TH: Ai esqueci, vou falar de novo, já que está gravando... Vamos usar a fórmula de “Bhaskara”, para determinar os valores que satisfazem a equação.

AR: Isso mesmo, professora, a gente sabe que raiz eu acho no zero da função, pode ficar tranquila.

Observamos que, para os alunos, a linguagem retórica é difícil e traz elementos desnecessários, como se constata na fala de GT: “Nossa isso é idiota, é óbvio que a metade de dois é um”. Logo percebem que eles têm uma ferramenta mais poderosa, a linguagem

simbólica, e lançam mão dela para conferir o resultado obtido na descrição retórica, retomando as formas de resolução trabalhadas anteriormente:

GT: Resolve normal como se fosse só a equação não tivesse que ler e escrever. Vai ficar mais fácil a gente conferir o resultado.

GR: Espera aí. Que eu vou resolver. Vou completar quadrado, que é mais rápido. Pois o lado vai ser positivo. Então eu tiro a raiz.

Constata-se o movimento descrito por Davidov (1986), a partir da vivência das atividades de estudo, em que a ação deixa de ser objetual e passa a ser intelectual.

[...] aquelas ações objetuais mediante as quais eles podem determinar no material de estudo e reproduzir nos modelos, a relação substancial do objeto e depois, estudar suas propriedades. Os alunos devem passar gradual e oportunamente das ações objetuais a sua realização no plano intelectual (DAVIDOV, 1986, p. 238).

Essas ações dos estudantes, diante do objeto do conhecimento em seu processo de formação, são mediatizadas pela via da lógica dialética, que, neste caso, opera com a relação do pensamento e da linguagem, na essência do conceito que se quer formar. Isto desenvolve novos motivos cognoscitivos dos estudantes diante do estudo. Nesse caso, as ações são sistêmicas, se relacionam e compõem a atividade, dando-lhe sentido e significado, fazendo com que os alunos se apropriem dos conteúdos trabalhados.

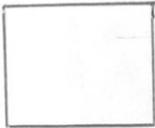
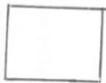
Consideramos que os alunos compreenderam o objetivo da atividade, que as estratégias utilizadas pela professora pesquisadora e pelo professor da sala, geraram a necessidade dos alunos, levando-os a se motivar, realizando a ação de estudo, solucionando a tarefa de estudo desta atividade. Isso demonstra as vantagens de um ensino devidamente organizado, considerando os elementos da atividade de estudo.

Percebemos certa facilidade em fazer a transposição de linguagens algébrica retórica e sincopada das folhas de atividade para a linguagem algébrica simbólica, embora não tenha havido um movimento dos alunos no sentido de compreensão do método de resolução dos escribas da babilônia. Eles preferiram conferir o resultado, utilizando-se dos conhecimentos que tinham sobre o assunto.

Depois de realizarmos a atividade de estudo, analisando os trabalhos dos alunos, selecionados para a análise, pudemos observar que apenas um dos grupos não conseguiu realizar a atividade, como deveria ser feita, encontrando muitas dificuldades em realizar a transposição de linguagem, não acertando nenhuma das cinco expostas no quadro a seguir.

Considerando esta dificuldade apresentada por esse grupo, como medida para minimizar este problema, estes alunos foram convocados para o plantão e para o atendimento especializado, para trabalharem os problemas conceituais que foram identificados.

**Quadro 25** – Atividade de Estudo: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações – Material dos alunos.

Folha de Atividade – Linguagem Algébrica Retórica e Sincopada	Atividade dos Alunos – Linguagem Algébrica Simbólica
<p>Folha 1: Linguagem Algébrica Retórica – Babilônicos</p> <p>“Qual é o lado do quadrado, se a área menos o dobro do lado é vinte e quatro?”</p>	<p>Folha 1: Atividade da aluna YM</p>  $A - 2x = 24$ $x^2 - 2x - 24 = 0$
<p>Folha 2: Linguagem Algébrica Retórica – Babilônicos</p> <p>“Qual é o lado de um terreno quadrado, se a área menos o lado é 12?”</p>	<p>Folha 2: Atividade da aluna AL</p>  $x^2 - x = 12$ $x^2 - x - 12 = 0$
<p>Folha 3: Linguagem Algébrica Retórica – Índia Antiga</p> <p>“Alegravam-se os macacos divididos em dois bandos: sua oitava parte ao quadrado no bosque brincava.</p> <p>Com alegres gritos, doze gritando no campo estão. Sabes quantos macacos há na manada no total?”</p>	<p>Folha 3: Atividade do aluno MA</p>  <p><math>x \rightarrow</math> número de macacos</p> <p><math>\frac{x}{8} \rightarrow</math> brincava</p> <p><math>12 \rightarrow</math> campo</p> $x = \frac{x}{8} + 12$
<p>Folha 4: Linguagem Algébrica Retórica – Al-Khwarizmi.</p> <p>“Em primeiro lugar vocês devem perceber que, somando o quadrado com dez raízes, vamos encontrar trinta e nove.”</p>	<p>Folha 4: Atividade da aluna JL</p> $x^2 + 10x = 39$
<p>Folha 5: Linguagem Algébrica Retórica – Viète.</p>	<p>Folha 5: Atividade do aluno MA</p>

“Qual é a soma das raízes da equação – A área  $\bar{m}$  124<sup>a</sup> é igual a 125?”

$$x^2 - 124x - 125 = 0$$

Os demais alunos tiveram um ou outro erro durante a realização das atividades, mas percebemos que esse grupo não assimilou o conteúdo trabalhado. A dificuldade nesse tipo de problema, segundo Usiskin (1995), está na passagem da aritmética para a álgebra, ou seja, na representação algébrica do problema, na tradução do problema para a linguagem algébrica.

A verbalização das características comuns aos objetos presentes nas atividades, segundo Núñez (2009), reflete as propriedades externas destes e conduz à formação do conceito. O autor afirma, ainda, que a formação dos conceitos científicos na escola produz uma ruptura com o pensamento cotidiano (do senso comum). A formação do pensamento teórico exige do aluno uma orientação em relação ao conteúdo do conceito. Para tanto, são necessárias ações que envolvam a aplicação do conceito. “É preciso que se aplique o conceito na solução das tarefas que exijam usar as características essenciais [...]” (NÚÑEZ, 2009, p. 47). No processo de formação de conceitos científicos, segundo o autor, o aluno adquire uma linguagem científica, um novo sistema semântico e um novo modo de pensar e de ver a realidade. Como percebemos na atividade de estudo, principalmente na Folha 5, os alunos apresentaram maior dificuldade, mas em contrapartida, considerando o desenvolvimento do pensamento algébrico foi a que teve resultados mais significativos.

Nesta atividade, percebemos também que a passagem da linguagem algébrica retórica para a linguagem algébrica simbólica se deu de maneira mais fácil do que a passagem da linguagem algébrica sincopada para a linguagem algébrica simbólica. Isso evidencia que a linguagem escrita traz mais dificuldades, pois os alunos têm que perceber a sua necessidade e devem dominar os signos necessários.

MA: Repete que não entendi nada. Nessa folha você não vai ler, sei lá um poema como foi o dos macacos e eu vou escrevendo usando a linguagem da álgebra?

JU: Não esta folha tem um monte de letra que significa alguma coisa. Como se fosse um código.

...

JU: Presta atenção que eu vou tentar te explicar. A Letra M, com um traço, é subtração.

MA: M de mais.

JU: Isso, só que é como se o número fosse negativo ou tivesse subtraindo o número.

MA: O traço, é tipo cortando a letra.

JU: Não o traço fica em cima.... Como se fosse segmento. Há e a lera é minúscula.

MA: Tá o que mais.

JU: o P e o traço é somar. A letra A, aqui está maiúscula não sei se tem que ser. Mas coloca aí, significa que se trata da incógnita.

MA: Anotei A é incógnita.

JU: A ao quadrado é área.

MA: Esse quadrado é o desenho ou o expoente?

JU: É o A elevado a 2.

...

JU: Nossa esse é difícil.

MA: O que? Você tem que falar eu não estou vendo.

JU: A in B é A vezes B.

MA: Que in é esse? É igual o de função. Indica relação.  $A \rightarrow B$ ?

JU: Escreve do jeito que eu te falar. Vou soletrar A, maiúsculo. in tudo minúsculo. B, maiúsculo de novo. Isso quer dizer que o A está multiplicado pelo B.

MA: Esse in é o sinal de vezes então.

....

MA: Acabou né?

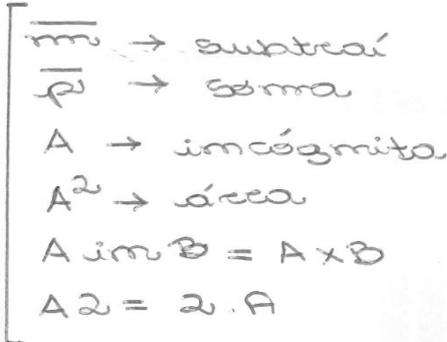
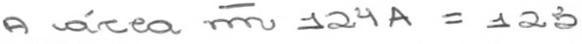
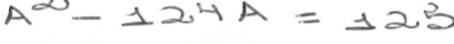
JU: Não falta o último. Para depois começar a atividade. A 2, quer dizer 2A.

Vigotski (2009) afirma que a o desenvolvimento do pensamento está diretamente ligada ao desenvolvimento da linguagem. Assim, insistimos com os alunos para que refletissem sobre o significado das letras nas expressões algébricas. Para Vigotski (2010), o papel das funções psíquicas superiores está ligado à capacidade dos alunos em pensar em objetos ausentes, controlar suas atividades psíquicas, planejar ações, criar, avaliar. Várias interpretações são elaboradas por eles com o objeto ausente, como neste caso em que se está trabalhando com incógnitas, apenas quando se chegar aos valores que satisfazem a equação é que teremos valores numéricos determinados.

Essa atividade deixa evidente que, quando numa aula de matemática, o professor transfere o valor de um número para uma letra, o aluno pode não assimilar corretamente essa relação de signos, o que interfere na aprendizagem, pois a palavra constitui uma forma primária do conceito e pode reproduzir generalizações da realidade. Nesse sentido a maneira como se conduz a linguagem matemática utilizada em sala de aula pode ser fundamental para a formação, ou não, dos conceitos.

Como apresentado no quadro a seguir, antes de fazer a transposição os alunos tinham que compreender o que eram os símbolos, e a que simplificação se referiam.

**Quadro 26** – Atividade de Estudo: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações – material dos alunos – Folha 5.

Folha 5: Atividade do aluno MA – Entendendo a codificação da linguagem algébrica sincopada de Viète.	
Folha 5: Atividade do aluno MA – Tradução do problema “Qual é a soma das raízes da equação – A área $\bar{m}$ $124^a$ é igual a $125$ ?” Considerando a linguagem algébrica sincopada de Viète.	
Folha 5: Atividade do aluno MA – Tradução da equação que estava na linguagem algébrica sincopada de Viète, para a linguagem algébrica simbólica.	
Folha 5: Atividade do aluno MA – Ajuste da linguagem algébrica simbólica.	

A linguagem, segundo Vigotski (2009), possui as funções básicas de comunicação social e pensamento generalizante. Além de propiciar a comunicação, a linguagem facilita o processo de abstração e generalização, que favorecem a criação de categorias conceituais. Assim, percebemos resultados positivos nas atividades de estudo, pois ao introduzir termos e expressões representativas de equação e seus elementos, tivemos o cuidado de apresentar antes, aos alunos, esses termos e expressões em contextos do seu convívio social, o que permitiu por parte deles uma melhor compreensão e interpretação.

Conforme Scarlassari (2007), para que os estudantes compreendam o significado do movimento presente na álgebra, torna-se preciso trabalhar com:

[...] os nexos da fluência, variável, campo de variação, *linguagem*, operacionalidade e unidade para que nos auxiliem na análise das dificuldades apresentadas pelos alunos e nos forneçam indícios de como

trabalhar significativamente em sala de aula, a fim de tornar melhor o aprendizado por parte do aluno. (SCARLASSARI, 2007, p. 18, grifo nosso).

Pensando na relação entre concepções algébricas e concepções de educação algébrica dominantes ao longo da história do ensino da matemática, Fiorentini *et al.* (1993) concluem que as primeiras concepções tenderam a priorizar a linguagem em detrimento da construção do pensamento algébrico e de sua linguagem. Os autores afirmam que:

Acreditamos subsistir entre pensamento algébrico e linguagem não uma relação de subordinação, mas uma relação de natureza dialética, o que nos obriga, para melhor entendê-los, a colocar a questão de quais seriam os elementos caracterizadores de um tipo de pensamento que poderia ser qualificado de algébrico. (FIORENTINI *et al.*, 1993, p. 85).

Nesta perspectiva, tentamos elaborar a atividade de modo que os alunos desenvolvessem tanto o pensamento quanto a linguagem algébrica, assim como sua relação. Podemos perceber o desenvolvimento destas funções psicológicas superiores ao observamos as soluções dos alunos.

Quanto às estratégias de solução de uma equação, em nenhuma das folhas de atividade delimitamos qual estratégia deveria ser utilizada pelos alunos, mas observamos uma predominância da utilização da fórmula de Bhaskara, da técnica de completar quadrados e da solução por meio da soma e do produto dos valores que satisfazem a equação do segundo grau.

A proposta contida nesses parâmetros aponta que alguns aspectos da álgebra já são desenvolvidos nas séries iniciais, mas [...] “é essencialmente nas séries finais do ensino fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas” (BRASIL, 1998, p. 50). Segundo o texto, a noção de equação será explorada no terceiro e quarto ciclos, porém [...] “a abordagem formal desse conceito deverá ser objeto de estudo no ensino médio” (BRASIL, 1998, p. 51).

Observamos uma predominância nas estratégias utilizadas pelos alunos, quase 70%, antes de tentar outra técnica tentavam completar quadrado. Assim, temos que a primeira técnica de resolução de uma equação era a de completar quadrado. Como podemos observar na figura a seguir.

**Figura 18** – Resolução da Folha 2 do Aluno DN

$$\begin{array}{l}
 l^2 - l = 12 \\
 (a-b)^2 = ?^2 \\
 a=l \\
 -2ab = -l \\
 b = \frac{1}{2}
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 a=l \\
 -1 \cdot 2 = -\frac{1}{2} \\
 b = \frac{1}{2}
 \end{array}
 \right.
 \begin{array}{l}
 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\
 \frac{1}{4} \\
 0,25
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\
 \frac{1}{4} \\
 0,25 \\
 \textcircled{12+0,25} \\
 12,25
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 (l - \frac{1}{2})^2 = (3,5)^2 \\
 l - \frac{1}{2} = 3,5 \\
 l = 3,5 + 0,5 = 4
 \end{array}$$

Considerando os pressupostos de Vigotski, (2001, p. 269), entendemos que, para a maioria dos estudantes esses “conceitos se desenvolveram, no campo da álgebra, mediados pelas generalizações precedentes da aritmética e da geometria”. Isso ocorreu, porque as operações lógicas com esses conceitos consideram-se casos particulares de um conceito mais geral (álgebra), e a operação lógica do pensamento com eles, nesse caso, vai ocorrer de forma mais livre.

Nem sempre esta estratégia se dava de forma organizada, mas seus resultados eram satisfatórios. É possível perceber que o aluno tanto domina a linguagem algébrica, pois equacionou corretamente o problema, quanto conhece os conceitos algébricos necessários para a manipulação da equação. Além disso, utilizou a técnica de resolução que mais utiliza o pensamento teórico, pois para cada situação há um termo a ser somado e/ou subtraído, assim, a cada nova equação solucionada utilizando esta técnica, há um novo desafio. Já as outras técnicas, por utilizarem fórmulas, passam a ser memorizadas, apresentando pouca relação entre a ação e o pensamento quando o aluno busca os valores que satisfazem a equação.

O que nem sempre se mostrava uma opção viável, como na figura a seguir, que se relaciona à solução da equação da folha 3, do aluno MT. Temos uma clara tentativa de resolver a equação por técnica de completar quadrados, ou de determinar o trinômio quadrado perfeito.

**Figura 19** – Resolução da Folha 3 do Aluno MT

$$x = \frac{x^2}{64} + 12$$

$$\frac{64x}{64} = \frac{x^2}{64} + 768$$

$$x^2 - 64x + 768 = 0$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 12 \\ \hline 128 \\ +640 \\ \hline 768 \end{array}$$

não deu para completar quadrado pois o  $x^2$  e o número estão no mesmo eixo

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 64^2 - 4 \cdot 1 \cdot 768$$

$$\Delta = 4096 - 3072$$

$$\Delta = 1024 = 2^{10} \quad \sqrt{2^{10}} = 2^5$$

$$x = \frac{64 \pm 32}{2}$$

$$x' = \frac{96}{2} = 48$$

$$x'' = \frac{32}{2} = 16$$

O aluno MT, demonstra que tem certa afinidade com a técnica de completar quadrados, mas ao tentar, chegou à conclusão que “não deu para completar quadrado, pois o  $x^2$  e o número estão no mesmo eixo”. Alguns alunos ao utilizarem esta técnica tende a separar a incógnita do termo independente. Isso facilita que seria o fator que precisaria ser somado e/ou subtraído para que se tivesse um trinômio quadrado perfeito. Como utilizado pelo aluno GR, na resolução da equação do segundo grau da Folha 1, como mostra a figura a seguir.

**Figura 20** – Resolução da equação da Folha 1 do aluno GR

$$x^2 - 2x = 24$$

$$x^2 - 2x + 1 = 25$$

$$(x - 1)^2 = 25$$

$$x - 1 = 5$$

$$x = 5 + 1$$

$$x = 6$$

A outra técnica de resolução preferida pelos alunos era por meio da fórmula de Bhaskara – a segunda estratégia mais usada e a que os alunos tinham mais confiança, pois valia para qualquer caso. Por isso alguns preferiam utilizá-la independente se houvesse outra que fosse mais rápida e fácil, como podemos observar na figura a seguir.

**Figura 21** – Resolução da Folha 5 do aluno GR

$$x^2 - 124x - 125 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (124)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-125)$$

$$\Delta = 15.376 + 500$$

$$\underline{\Delta = 15.876}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{124 \pm 126}{2}$$

$$x_1 = 125 \quad x_2 = -1$$

→ *mas com o eixo*

Soma das raízes:  $125 - 1 = 124$

Apenas um grupo utilizou a técnica da soma e do produto dos valores que satisfazem uma equação ao resolverem a tarefa de estudo da 5ª Folha. Esses alunos resolveram a atividade muito rápido. Pois após equacionar ela já indicava a resposta. A questão era a seguinte:

“Qual é a soma das raízes da equação – A área  $\overline{m}$  124ª é igual a 125?”

Para resolver este problema o aluno MA, apenas equacionou o problema, depois passou para a linguagem algébrica e por fim determinou a resposta.

**Figura 22** – Resolução da Folha 5 do aluno MA

A área  $\overline{m}$  124 = 125

$$x^2 - 124x - 125 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Soma das raízes: } \\ \end{array} \right\} x^2 - 5x + 9 = 0$$

Então: 124 é a soma das raízes

Os alunos demonstraram durante suas atividades de estudo conhecer diferentes técnicas para determinar os valores que satisfazem uma equação. A determinação de qual iriam utilizar durante a solução do problema estava normalmente relacionada ao que o problema exigia, como no caso apresentado anteriormente em que o aluno resolveu, da forma mais rápida e eficiente. Isto não significa que todos os alunos, preferiram esse caminho, alguns se limitavam a uma ou duas estratégias de resolução de uma equação e por isso às vezes percorriam caminhos mais longos.

As ações de dominar as técnicas de solução de uma equação do segundo grau estão, segundo Franco (2015), relacionadas ao domínio dos procedimentos e operações lógicas do pensamento. Expressos pelo modo de pensar mais profundo e complexo, no qual o estudante mobiliza a análise, síntese, dedução, indução, comparação, abstração, generalização, características essenciais do conceito, orientado pelo modo de ação geral de construção do pensamento e conceito teórico, indo do movimento geral-particular, abstrato-concreto e vice-versa. Isso nos leva a concluir que os alunos que estavam em atividade de estudo tiveram oportunidade de desenvolver seu pensamento algébrico.

Conforme as palavras de Scarlassari (2007, p. 40),

[...] quando nos referimos ao pensamento algébrico, relacionamos a este, além da operacionalidade, as ideias de movimento quantitativo, regularidade, variabilidade, dependência, intervalo numérico e outros. Esses são os nexos da aritmética que compõem a totalidade do pensamento algébrico que devem ser trabalhados em sala de aula por meio de atividades que instiguem o pensamento dos alunos, que possibilitem que eles desenvolvam tais conceitos. Sem o desenvolvimento destes conceitos e suas relações, o aprendizado de álgebra se torna fragmentado, como se fossem apenas aplicações de técnicas, sem a compreensão de que a álgebra é um instrumento muito útil para a resolução de problemas e uma ferramenta que pode facilitar o estudo de outras áreas além da Matemática.

Nesse processo, os estudantes interagem diferentemente, porque depende de como cada um reestrutura os conhecimentos que já possui nesse novo sistema de relações de conceitos (nexos internos do próprio conceito e dos conceitos generalizados anteriormente), como os da aritmética e as suas propriedades que compõem esse conceito contido na álgebra.

Nesse sentido, podemos dizer que as ações da professora pesquisadora e do professor da sala se aproximam da concretização das “leis de formação das funções superiores do pensamento [...] que se manifestam a princípio, na vida coletiva, em forma de discussão e depois que conduz ao raciocínio próprio”. (VIGOTSKI, 1987, p.157). Pelo próprio movimento do vir a ser do conceito, dialogado e construído entre os pares, entre pesquisadora

– professor - estudantes, se inicia o processo de desenvolvimento da formação das ações mentais, as habilidades gerais do pensamento lógico dialético, formação de pensamento e conceitos teóricos, como um processo em unidade.

A maior dificuldade encontrada pelos alunos, não foi fazer a transposição do enunciado do problema que estava em linguagem algébrica retórica ou sincopada, para a linguagem algébrica simbólica, como destacado. Mas sim compreender as soluções dos problemas, como podemos observar no trecho de diálogo abaixo.

GT: Agora tem que resolver um negócio que está escrito aqui. Nossa a solução do problema está escrita por extenso, que doido. Vou ler, e a gente tenta ir escrevendo. “Tome a metade de dois, que é um, e multiplique um por ele mesmo. Some o resultado a vinte e quatro, o que dá vinte e cinco. Isto é na verdade o quadrado de cinco que, somado à metade de dois, vai dar o lado do quadrado, que é igual a seis”.

GR: Nossa é grande, faz assim, vai falando de pedacinho em pedacinho.

GT: Tá. Então ai vai... “Tome a metade de dois, que é um, e multiplique por ele mesmo”. Nossa isso é idiota, é obvio que a metade de dois é um.

GR: Que que isso tem a ver com o problema?

GT: Ainda não sei, escreve ai. No final a gente vê se entendeu.

GR: Escrevi até bonitinho, fiz fração. Dois dividido por dois dá um. Que mais?

GT: Multiplique por ele mesmo.

GR: O resultado, ou o dois dividido por dois?

GT: Não tem diferença não. Têm? É a mesma coisa, tanto faz.

GR: É mesmo. Então eu vou multiplicar só pelo um então.

GT: Ok. A próxima coisa aqui é “Some o resultado a vinte e quatro, o que dá vinte e cinco”. É só somar, vinte e quatro.

GR: Tá, já fiz a soma deu vinte e cinco.

GT: A outra parte “Isto é na verdade o quadrado de cinco que somado à metade de dois, vai dar o lado do quadrado, que é igual a seis”.

GR: Calma. Volta. É para fazer a potência, ou para tirar a raiz?

GT: Não sei aqui não fala. Faz potência e a gente vê no que dá.

GR: Então, cinco elevado ao quadrado dá vinte e cinco. Não! O contrário.

GT: Depois soma com a metade de dois. Já coloca um ai.

GR: Somei deu vinte e seis. E agora?

GT: Tá errado, aqui está falando que tinha que dar seis. Vou ler de novo e você vai conferindo onde a gente errou. “Tome a metade de dois, que é um, e multiplique um por ele mesmo. Some o resultado a vinte e quatro, o que dá vinte e cinco. Isto é na verdade o quadrado de cinco que, somado à metade de dois, vai dar o lado do quadrado, que é igual a seis.”

GR: Acho que a gente foi fazendo certo.

Vários alunos tiveram dificuldades de interpretar as soluções disponibilizadas, pois, segundo eles, possuem duplo sentido. Como o aluno MT destacou “No problema fala que 25 é o quadrado de 5, mas não fala pra tirar a raiz. E depois já trabalha com 5. Ficou confuso”. Para facilitar a compreensão organizamos as atividades dos alunos em um quadro.

**Quadro 27** – Atividade de Estudo: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações – material dos alunos – dificuldades

Folha 4: Atividade do aluno AL – Dificuldades de Interpretação	
$A - 2x = 24$ $x^2 - 2x - 24 = 0$ $\frac{2x}{2} = \frac{1 \cdot 1 = 1 + 24 = 25 = 5^2}{2}$ $5^2 + 1 = \cancel{26} \quad 6?$	<p>A aluna continua trabalhando com o quadrado de cinco, o que faz com que erre a questão. Percebemos que este comportamento foi comum para alguns alunos, sendo que 30% dos alunos da sala tiveram problemas nesta questão.</p>
$2:2 = 1$ $1 \cdot 1 = 1$ $1 + 24 = 25$ $\sqrt{25} = 5$ $5 + 2:2 = 5 + 1 = 6 \quad \text{!}$	<p>Como o próprio problema trazia a resposta os alunos refizeram as operações chegando a transposição da linguagem correta.</p>
Folha 4: Atividade do aluno AL – Dificuldades de Interpretação	
<del><math>x^2 + 10x = 39</math></del> $x^2 + 10x = 39$ <del><math>5x \cdot 5x = 25 + x^2 + 10x = 64</math></del> $5x \cdot 5x = 25 + x^2 + 10x = 64$ $\rightarrow 8^2 \rightarrow 8$ <p><i>motivo da confusão é a raiz (5)</i></p>	<p>Esse erro foi mais comum ainda, mais de 35 % dos alunos na primeira tentativa não retiraram o x quando foram realizar as operações.</p>
$x^2 + 10x = 39$ $\frac{10}{2} = 5$ $\downarrow$ $\text{onde } x?$	$5 \cdot 5 = 25$ $25 + x^2 + 10x = 64$ $(x+5)^2 = 64$ $\sqrt{64} = 8$ $x+5 = 8 \rightarrow x = 3 \quad \text{!}$
<p>Como destacado esta questão gerou bastante dúvidas. Ao ponto de que alguns alunos, mesmo depois de determinar o valor correto ainda se perguntavam o que havia acontecido com o x.</p>	

Como os problemas foram retirados de um livro não adaptamos nenhum de seus enunciados. Em pesquisas posteriores poderemos realizar esta modificação e verificar se o problema persiste.

Com base em Vigotski (2009), entendemos que nessa situação, o estudante precisaria realizar a abstração e generalização do pensamento, e não dos objetos em si, estes se relacionam com os primeiros de outra maneira, de forma que, a generalização e abstrações anteriores dos conceitos aritméticos passariam a operar como condições para outras generalizações na álgebra. As palavras de Vigotski (2009, p. 399), assim nos esclarecem:

[...] a generalização das próprias operações e pensamentos aritméticos é algo superior e novo em comparação com a das propriedades numéricas dos objetos no conceito aritmético, mas o novo conceito, a nova generalização, somente surge sobre a base da precedente. Isto passa ser muito evidente quando paralelamente com o aumento das generalizações algébricas aumenta a liberdade de operações. A liberação restringida do campo numérico se produz de modo diferente da liberação restringida do campo visual. O aumento da liberdade à medida que crescem as generalizações algébricas, se explica pela possibilidade do movimento contrário desde o estágio superior para o inferior conteúdo da generalização superior: a operação inferior é considerada já como caso particular da superior (VIGOTSKI, 2009, p. 399).

Os alunos não perceberam que a descrição da solução dos problemas apresentados nas tarefas era particular, para aquela situação específica, por exemplo, na resolução do problema constante da Folha 1: “Qual é o lado do quadrado, se a área menos o dobro do lado é vinte e quatro?” Porém, as soluções apresentadas em mais de uma situação nos levam a crer que havia o domínio de um método geral para um certo tipo de equação, que, provavelmente, pela falta da linguagem, não tinha como ser traduzido, isto é, faltava uma linguagem que permitisse a generalização. Dessa forma, o pensamento relacionado à equação era limitado.

Um fator que percebemos de desenvolvimento dos alunos, foi a confiança ao realizar a atividade. Quanto mais aprendiam o conteúdo, mais necessidade de fazer, e mostrar que sabiam fazer, os alunos apresentavam. Inclusive, em alguns momentos eles expressaram isso nos seus textos. Já conseguindo identificar que tinham ido bem. Como no trecho abaixo, em que o aluno confirma que acertou, e chega até a comemorar.

GR: Deu certo. Vou conferir na equação de novo.

GT: Mas já tem a resposta aqui.

GR: Não tem problemas. Deu certo. Balizei.

Isto demonstra a capacidade dos alunos de se posicionarem diante das situações-problema, envolvendo a sua participação e contribuição para o sucesso dos trabalhos, ou seja, já conseguem realizar a autorregulação e autoavaliação. Sabem se o que fizeram na atividade está certo ou não. Segundo Vigotski (2010), isso pode ser indício da internalização do conhecimento trabalhado.

O processo de internalização consiste numa série de transformações: a) uma operação que inicialmente representa uma atividade externa é reconstruída e começa a ocorrer internamente. É de particular importância para o desenvolvimento dos processos mentais superiores [...]. b) um processo interpessoal é transformado num processo intrapessoal. [...] primeiro entre pessoas (interpsicológica) e, depois, no interior da criança (intrapicológica). c) a transformação de um processo interpessoal num processo intrapessoal é o resultado de uma longa série de eventos ocorridos ao longo do desenvolvimento. (VIGOTSKI, 2010, p. 57-58).

Além do trecho do diálogo, podemos observar a autoavaliação nos trechos das atividades, em que os alunos, por já terem internalizado alguns conceitos, conseguem identificar questões que estão corretas, como nos apresentados no quadro a seguir:

**Quadro 28** – Atividade de Estudo: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações – material dos alunos – autoavaliação

Atividade 1 - Aluna AR	$2:2 = 1$ $1 - 1 = 1$ $1 + 24 = 25$ $\sqrt{25} = 5$ $5 + 2:2 = 5 + 1 = 6 \quad \text{D}$
Atividade 3 - Aluno DN	Testando 16 $\frac{x^2}{64} = 4$ $x = \sqrt{256}$ • 12 campo $x = 16$ $16 - 12 = \boxed{4}$ $x^2 = 256$ 

Atividade 3 - Aluno GR	<p>Testando 48</p> <p>• 12 campo</p> <p><math>48 - 12 = 36</math></p> <p><math>\frac{x^2}{64} = 36</math></p> <p><math>x = 48</math></p> <p><math>x^2 = 36 \cdot 64</math></p> <p><math>x^2 = 2304</math></p> <p><math>x = \sqrt{2304}</math></p> <p><math>x = 48</math> !!!</p> <p>😊</p>
Atividade 4 - Aluna AL	<p><math>b \cdot b = 2b</math></p> <p><math>2b + x^2 + 10x = 64</math></p> <p><math>(x + b)^2 = 64</math></p> <p><math>\underbrace{\quad}_{2^2}</math></p> <p><math>x + b = 8 \rightarrow x = 3</math> :D</p>

Davidov (1980) refere-se à avaliação como uma das ações de estudo que, ao ser realizada pelos próprios estudantes, pode favorecer a formação não só do conceito, mas também melhorar a qualidade das funções mentais durante o processo, como: atenção, memória lógica com sentido, observação, raciocínio lógico, sentimentos positivos com relação a si mesmos e ao objeto (conteúdo) do conhecimento matemático. Todos esses componentes da atividade de estudo, em seu conjunto,

[...] contribuem para a formação de uma atitude positiva de si mesmo, melhora o relacionamento com os colegas e professora. Isso se identifica na medida em que o estudante reflete sobre seu próprio percurso de desenvolvimento, de apropriação e que externaliza, seja por escrito ou verbalmente, a sua forma de agir na solução da situação dada (FRANCO, 2015, p. 105)

Mediante os registros nas ações de autoavaliação dos estudantes, verificamos que a formação do conceito teórico (Davidov, 1980) ou científico (Vigotski, 2001), desenvolve-se, desde o início do processo de organização do ensino, por meio da análise das relações de generalidade em um sistema de conceitos. Por isso, esses estudantes manifestaram em suas ações e argumentos, generalizações teóricas ou científicas, porque se apropriaram do princípio geral do conceito, tomando consciência de suas relações internas (essenciais, gerais, particulares) e, também, das demais relações com os conceitos precedentes (generalizações inferiores e superiores).

Em alguns casos, a autoavaliação estava relacionada à autorregulação ou à verificação se as suas conclusões estavam ou não corretas. Segundo Davidov (1986) esse é um

movimento por parte dos alunos que estão em atividade de estudo – avaliar como está o seu desenvolvimento, ao realizar a tarefa de estudo. E uma das ações é verificar se o que fez no decorrer da atividade está ou não correto, como podemos observar no quadro a seguir.

**Quadro 29** – Atividade de Estudo: o uso de diferentes linguagens algébricas para decifrar equações – material dos alunos – autorregulação

Atividade 1 – Aluna CM	$A - 22 = 24$ $2^2 - 22 = 24$ $36 - 22 = 24$
Atividade 3 – Aluno DN	Testando 16 $\frac{x^2}{64} = 4$ $x = \sqrt{256}$ • 12 campo $x = 16$ $16 - 12 = \boxed{4}$ $x^2 = 256$
Atividade 3 – Aluna GR	Testando 48 $\frac{x^2}{64} = 36$ $x^2 = 36 \cdot 64$ • 12 campo $x = 48$ $x^2 = \del{2304}$ $48 - 12 = \boxed{36}$ $x = \sqrt{2304}$ $\boxed{x = 48} \text{ !!!}$ 
Atividade 3 – Aluna YM	$x^2 + 10x = 39$ $\downarrow$ $3^2 + 10 \cdot 3 - 39 = 0$ $9 + 30 - 39 = 0$

Assim, temos que a ação de autorregulação ou automonitoramento proposta por Davidov (1986) está relacionada com as atitudes dos alunos em examinar suas ações em função da necessidade ou não de mudanças nos procedimentos ou na maneira de pensar, para alcançar os objetivos previstos, controle das ações em função do desenvolvimento pessoal e também das atividades coletivas.

O desafio era trabalhar com as diferentes expressões da linguagem algébrica, que, a retórica e a sincopada por serem mais complexas, acabaram evoluindo para a linguagem algébrica simbólica, considerando o movimento lógico-histórico. Como destacado na

introdução desta pesquisa, os alunos, por muitas vezes consideram difícil trabalhar com símbolos algébricos e mesmo a não atribuir sentido a eles. Nesse sentido, esta atividade atingiu seu resultado, pois os alunos pediram para trabalhar com a linguagem algébrica simbólica.

AL: Professora não que eu não gostei da atividade, mas quando a gente volta a trabalhar com o “x”, só?

MT: Isso mesmo, quando podemos voltar a ter variáveis que são letras e não palavras.

DN: Às vezes com as letras eu já tinha dificuldade agora, com as palavras, eu sinceramente prefiro o outro jeito.

GT: Então está combinado professora na próxima aula, só vai rolar, incógnita, variável, um monte de “x” e “y” para todo lado né.

PP: Mas achei que vocês tivessem gostado da atividade?

GR: A gente gostou só que, já deu né. Antes do 8º ano não tinha nada de letra. Ai quando a gente está acostumando, vem a senhora com essas ideias loucas. São legais, mas já percebeu que é muito antigamente na história. Tem um motivo para eles pararem de escrever assim.

AL: Isso ai. Foi uma evolução. Todo mundo aqui já acha que podemos evoluir. Não é galera? (Os alunos se posicionaram favoráveis)

...

PP: Porque vocês acham que ocorreu esta evolução?

GT: Porque é mais fácil, para resolver. Acho que outra coisa, é que a matemática com letras e números é a mesma aqui e lá .... na Tunísia. Então fica uma linguagem fácil de entender. Do outro jeito tinha que ficar fazendo tradução, e nunca fica igual.

GR: Isso tradução não é legal, tem letra de música, que depois que traduz não combina. E concordo com o GT, vamos usar os números e as letras que todo mundo se entende.

Por meio das análises que realizamos podemos observar o desenvolvimento desses alunos, considerando suas falas e registros, que com o passar do tempo, se aproximavam do significado de equações do segundo grau, fazendo uso de uma linguagem mais elaborada, ou seja, do conhecimento científico o qual deveria ser trabalhado na escola (DAVIDOV, 1988).

Como apresentado no início deste capítulo, a seleção das atividades a serem analisadas foi feita, considerando o objetivo da pesquisa, além de serem as atividades em que existiam mais evidências para responder à pergunta norteadora deste trabalho. Assim, a primeira atividade selecionada foi desenvolvida no início do conteúdo de equações do segundo grau. A segunda, a que analisamos anteriormente, após a exploração das técnicas de resolução de uma equação do segundo grau, o que seria, mais ou menos, no meio do período de exploração desse conteúdo.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Inicialmente, gostaríamos de destacar a importância de projetos como o OBEDUC, e os grupos de estudo, sejam eles na escola ou na universidade. Encontramos parceiros, que colaboraram nesta pesquisa de forma direta e indireta, que estavam dispostos a discutir e contribuir para minimizar os conflitos teóricos.

Nesta pesquisa, realizamos um estudo sobre o ensino e a aprendizagem da álgebra no ano final do ensino fundamental, tendo como objetivo analisar as contribuições de uma proposta de atividades de estudo, na teoria histórico-cultural, para o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica de alunos do 9º ano do ensino fundamental.

Antes de apresentarmos os resultados da pesquisa, vamos retomar a questão que orientou este trabalho, que foi “Quais são as potencialidades da atividade de estudo no desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica dos alunos dos anos finais do ensino fundamental?”, que esteve relacionada às questões: Como se desenvolve o pensamento e a linguagem de forma geral? Como o pensamento e a linguagem se relacionam? E como se desenvolvem o pensamento e a linguagem algébrica? Como se pode contribuir com a formação do pensamento teórico nos estudantes? Essas foram as questões que buscamos responder.

O ingresso nessas discussões, só foi possível após um período de fundamentação dos conceitos de pensamento e linguagem. Esta foi uma das etapas desta pesquisa que mais demandaram tempo, pela complexidade dos conceitos e sua relação com outros conceitos dentro da teoria histórico-cultural. Após a realização da pesquisa, do período de fundamentação, e da vivência das atividades de ensino, entendemos que investigar o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica dos alunos é um processo bastante complexo e inclui a compreensão: das origens filogenéticas e ontogenéticas do pensamento e da linguagem; da relação entre pensamento e linguagem, do pensamento empírico e pensamento teórico; o processo de formação do pensamento e da linguagem algébrica.

Ao abordamos o ensino e a aprendizagem de álgebra no ensino fundamental, temos a percepção de que as concepções de álgebra na literatura e nos documentos oficiais permanecem no nível teórico, não sendo devidamente exploradas em sala de aula. Consideramos que a álgebra não se restringe apenas à resolução de alguns problemas com a aplicação de regras de manipulação algébrica. Ela se configura como uma forma específica de pensamento, no qual se exploram os significados e a compreensão dos conceitos. O

desenvolvimento do pensamento algébrico e da linguagem demanda dos alunos o pensamento genericamente elaborado, a compreensão das regularidades e a construção das relações entre grandezas.

Nos documentos que regulamentam a educação como os PCN, os aspectos algébricos encontram-se no bloco de números e operações, sem a devida distinção entre os nexos conceituais do pensamento aritmético e os nexos conceituais do pensamento algébrico. Não há uma significativa abordagem quanto à linguagem algébrica. Encontramos um detalhamento maior das questões algébricas nos parâmetros destinados ao ensino médio, principalmente no que se refere ao conceito de equações e funções, porém não apresentamos neste trabalho, pois o foco era o ano final do ensino fundamental.

Observamos as limitações dos alunos do 9º ano A, turma que participou da pesquisa, principalmente quanto à dificuldade de expressar seu raciocínio, às vezes estes alunos sabiam fazer o que lhe era pedido, mas não conseguiam expressar utilizando a linguagem. Percebemos dificuldades também com relação a questões básicas de matemática envolvendo leitura; interpretação; operações matemáticas fundamentais; cálculos com frações, números decimais, termos e representações algébricas, dentre outros. Os alunos, às vezes, conseguem esboçar um raciocínio elaborado e fundamentado em princípios lógicos e teóricos, mas quando necessitam realizar uma simples operação, desistem da tarefa, alegando não saber resolvê-la. Tais dificuldades podem estar relacionadas a não assimilação dos conceitos essenciais da matemática.

Outro fato que consideramos que mereça destaque são as concepções algébricas. Mesmo possuindo uma formação diferenciada, nesta escola, os alunos no início da atividade demonstraram que, antes de participarem desta pesquisa, relacionavam a palavra álgebra às operações de adição, subtração, divisão etc., com números e letras na mesma situação. Como resultado desta pesquisa, os alunos envolvidos já apresentam uma argumentação diferente. Ao final da pesquisa, já faziam associações envolvendo os nexos conceituais da álgebra. Utilizavam com frequência a expressão “relação entre duas grandezas”, com menor presença as palavras “dependência” e “fluência”.

A partir da análise teórica, ficou evidente a importância dos conceitos científicos no desenvolvimento intelectual dos alunos e, ainda, que o movimento lógico-histórico da formação dos conceitos e a assimilação da essência destes conceitos direcionam para a condução do pensamento do aluno do geral para o particular, perpassando por nexos conceituais imprescindíveis nesse processo.

Não foi constatada nos documentos oficiais, no livro didático e no planejamento anual analisado, a preocupação com a formação de conceitos. Percebemos a ausência de textos reflexivos, de atividades que promovam o exercício do pensamento científico; e a presença de atividades focadas na repetição sem significados e sem sentidos de uma linguagem simbólica. Essa linguagem foi fruto do desenvolvimento da matemática ao longo da história e tem a sua importância não só no campo da matemática. Porém, o aluno precisa perceber a necessidade da aprendizagem dessa linguagem simbólica, pelo compartilhamento de significados construídos historicamente, para que possa construir sentidos para a álgebra.

Para obter as respostas para as perguntas desta pesquisa, buscamos subsídios na teoria histórico-cultural com Vigotski, da atividade com Leontiev e da atividade de estudo com Davidov. Este suporte forneceu o apoio para esta pesquisa tanto ao que se refere às questões teóricas, quanto às metodológicas, fornecendo fundamentação para a elaboração e análise das atividades.

Consideramos que a criação do grupo de estudo, contribuiu para a formação do professor da sala e da professora pesquisadora. A possibilidade de discussão e construção das atividades em parceria com o professor da sala se tornou algo prazeroso e os resultados foram significativos. Outro fator que consideramos proveitoso do grupo de estudo é a oportunidade de formação dos outros professores da escola, dos bolsistas e estagiários. Pretendemos como pesquisas futuras analisar os registros realizados nas reuniões do grupo de estudo, e abordar a contribuição da formação dos professores envolvidos, considerando a teoria histórico-cultural.

A pesquisa revela que a organização do processo de formação docente em consonância com a estrutura psicológica das atividades de ensino e estudo, direcionados a fins claros e conscientes por parte do professor, da pesquisadora e dos estudantes, impulsionou o desenvolvimento de motivos com a função de conferir sentido ao ensino-aprendizagem. Claro, que esse desenvolvimento ocorre desde que os envolvidos estejam em condição de atividade, que gera as necessidades comuns, que permitem estabelecer as metas, os objetivos específicos, em conformidade com as demandas didático-formativas do processo em movimento.

Para conduzir os alunos ao desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica, assim como no processo de apropriação dos conceitos algébricos, considerando uma atividade de estudo, tivemos alguns cuidados essenciais, considerando as dimensões epistemológica, cognitiva e didática, relacionadas com o comportamento dos alunos diante das atividades de pesquisa, tais como: as condições objetivas para a realização das atividades de estudo,

considerando o conteúdo, os instrumentos, os signos, as relações interpessoais, a ZDP dos alunos; o uso consciente dos atributos do conceito (significado e sentido), o desenvolvimento das capacidades psíquicas superiores dos alunos, tais como: atenção voluntária; generalização e abstração; a preocupação com a linguagem científica, o desenvolvimento da motivação e participação dos alunos nas atividades propostas, e as ações dos alunos perante o grupo.

As relações constituídas pela professora pesquisadora e os estudantes, de certo modo, possibilitaram produções de novos sentidos ao estudo, bem como, novos sentidos pessoais referentes aos conhecimentos historicamente produzidos no campo da álgebra, tão necessários, no decorrer de sua formação escolar, e para a participação consciente na esfera do humano genérico *para-si*.

Portanto podemos concluir que geramos as condições objetivas para a realização das atividades, proporcionamos a aprendizagem, e por consequência atingimos o resultado/produto da atividade. Alcançamos os objetivos propostos, o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica dos alunos do último ano do ensino fundamental, por meio de uma atividade de estudo.

Nas relações constituídas entre professora pesquisadora, professor da sala e estudantes foi possível verificar que estes se perceberam mais confiantes em si mesmos diante das ações de aprendizagem, em seu movimento de autorregulação e autoavaliação, demonstrando maior confiança nas falas. Houve a assimilação da linguagem algébrica e a apropriação dos nexos conceituais algébricos, bem como das técnicas de solução de uma equação do segundo grau, porque os participantes se apropriaram de um modo de ação com o conceito capaz de ajudá-los a construir o conteúdo do pensamento teórico.

Nesse caso, os estudantes se sentiram e se colocaram como sujeitos ativos do seu processo de aprendizagem, impulsionando seu próprio desenvolvimento, ou seja, a formação de novas funções, dentre as quais podemos destacar: o desenvolvimento do pensamento teórico, a atenção voluntária para as relações internas do conceito, o raciocínio lógico, os sentimentos de autoconfiança, a consciência das ações realizadas, a linguagem mais articulada e consistente, porque o estudante passa para uma nova qualidade de generalização do real. Ao que nos pareceu, os estudantes desta pesquisa puderam elaborar uma forma de pensar e expressar-se considerando a linguagem sobre o conhecimento teórico, o conhecimento conceitual, e também, sobre si mesmos.

A definição inicial do conteúdo que será trabalhado, a busca de sua essência, o trabalho como o conhecimento científico, ocupa um lugar importante junto às demais ações

que os estudantes realizam no processo de apropriação conceitual: identificação, comparação, análise, modos de reprodução, modos de produção, aplicação e elaboração conceitual.

Nesse processo, há indícios do domínio de procedimentos e operações lógicas do pensamento, observados na realização da atividade. Podemos perceber uma relação entre o pensamento empírico e o pensamento teórico, compondo a esfera dos motivos formadores de sentido, na apropriação dos significados e elaboração dos sentidos.

As questões postas na dinâmica da aula, em que tivemos um ambiente favorável para realização das atividades, considerando as condições objetivas da atividade de estudo, contribuíram para a finalidade didático-formativa do experimento, pois geraram novas necessidades cognoscitivas nos estudantes, uma vez que eles precisavam solucionar a dúvida, o que possibilitou o desenvolvimento da motivação e a sua participação. Os alunos passaram a se expressar utilizando uma linguagem mais formal, condizente com o espaço escolar, como expressão do pensamento teórico.

Pode-se afirmar que eles se colocaram em atividade, a partir de uma necessidade a de atribuir significados e sentidos para a álgebra, particularmente para as equações de segundo grau, condição necessária para o estudante traçar metas capazes de supri-las. Entretanto, tais necessidades não bastam a si mesmas, elas precisam da atividade intencional, ou seja, da atividade de estudo, devidamente organizada. Nesta pesquisa, organizadas pelo professor e pela professora pesquisadora, para que os estudantes pudessem se relacionar com o objeto conceitual, tendo em vista sua concretização na ação de estudo.

Percebemos que a reflexão e a participação ativa dos alunos nas discussões e experiências em grupos favorecem a aprendizagem e o desenvolvimento deles. As ações do professor como organizador das atividades de ensino mediador e a sua relação com os alunos também foram imprescindíveis nesse processo. É, de fato, nas relações sociais, no movimento das relações interpessoais para as intrapessoais que os conceitos científicos se formam.

Na busca por compreender a relação entre o sentido de ensinar e o de estudar matemática, intervirmos nos processos dos sujeitos e isto possibilitou o desenvolvimento do professor, da professora pesquisadora e dos estudantes. O conteúdo da docência operou como a forma e o conteúdo do processo formativo da professora pesquisadora e do professor da sala, lhes possibilitando a aproximação entre sentido e significado de ensinar. Por assim dizer, a atividade de ensino não foi um fim em si mesmo, mas um objetivo-meio para alcançar seu objetivo-fim (desenvolvimento integral do estudante). Essas novas relações possibilitaram apreender a questão inicial: a relação constituída entre as duas atividades, pela organização

intencional desse tipo de ensino, também, propiciou aos estudantes novos motivos formadores de sentido no estudo.

Ressaltamos que consideramos que o experimento didático não é apenas uma metodologia de pesquisa, é um método de ensino que deve ser elaborado a partir de pressupostos teóricos, mas desenvolvido a partir das condições objetivas nas quais se realiza, obedecendo aos critérios de elaboração e execução.

Os resultados da pesquisa apontam que a maneira como elaboramos e organizamos as atividades de ensino podem refletir diretamente na aprendizagem e no desenvolvimento dos alunos. Quando os objetivos das ações não são propostos em consonância com o motivo da atividade de ensino e aprendizagem, o desenvolvimento dos alunos pode ficar comprometido.

Os motivos que nos levaram a realizar esta pesquisa estão atrelados às necessidades de encontrar explicações e saídas para as questões da falta de motivação e dos baixos rendimentos dos alunos nas questões referentes aos conteúdos de álgebra. Assim, podemos afirmar que não encontramos todas as respostas, mas encontramos algumas possibilidades, já citadas, que podem tornar o ensino de matemática e, especificamente, de álgebra, mais eficiente e com mais significado para o aluno.

Como professora há mais de doze anos, atuando no ensino fundamental, no ensino médio, em cursinhos preparatórios para o vestibular e no ensino superior, sem dúvida, a tarefa mais difícil foi a de reestruturar as práticas pedagógicas, o olhar para as atividades realizadas em sala de aula foi se modificando e essas foram ganhando a cada dia mais uma estrutura de uma atividade de ensino. As atividades realizadas antes desta pesquisa trabalhavam com o pensamento empírico dos alunos, cuja trajetória segue o caminho do particular para o geral. Foi difícil conceber e elaborar atividades que conduzissem o pensamento dos alunos no caminho inverso (do geral ao particular). Assim, podemos afirmar, ainda, que a partir desta pesquisa a nossa atividade interna foi modificada, o que certamente modificará, também, as nossas atividades externas como educador e professor de matemática.

Concluindo, podemos afirmar que os resultados permitem considerar que há indícios de que os alunos se apropriaram dos conteúdos trabalhados; que a organização do ensino, o trabalho com a atividade de estudo possibilitou uma maior aprendizagem dos conceitos algébricos. Podemos concluir que o objetivo desse trabalho que foi investigar as potencialidades das atividades de estudo para o desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica foi atendido, considerando que é por meio da atividade que o homem se humaniza, e por meio da atividade primária do estudante, que se possibilita o

desenvolvimento do pensamento científico do estudante. Assim é produto da atividade de estudo o desenvolvimento do pensamento. E como abordado no capítulo 1 deste trabalho, se há desenvolvimento do pensamento, há o desenvolvimento da linguagem, considerando sua unidade, a palavra, o significado.

Logo podemos concluir que possibilitamos o desenvolvimento do sentido pessoal dos alunos para a álgebra e para a equação de segundo grau, que foi construído a partir do significado, que é histórico, social e culturalmente construído, que se relaciona como uma unidade com o conhecimento científico. Assim constatamos que os alunos que, realmente, estiveram em atividades de estudo, construíram os conceitos algébricos trabalhados; que o trabalho coletivo, suas manifestações, expressões e ações de discutir, relacionar, identificar, generalizar e avaliar foram relevantes para o alcance dos objetivos, especialmente no processo de desenvolvimento mental dos alunos.

Fica o desafio de uma imersão nos dados coletados que não puderam ser incluídos neste trabalho.

## REFERÊNCIAS

ALLAIRE, P. R.; BRADLEY, R. E. Geometric approaches to quadratic equations from other times and places. *Mathematic Teacher*, v. 94, n. 4, 2001.

AQUINO, O. F. L. V. **Zankov: Aproximações à sua vida e obra**. In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. *Ensino Desenvolvidor. Vida, pensamento e obra dos principais representantes russos*. Uberlândia: EDUFU, 2013.

\_\_\_\_\_. **O Experimento Didático-Formativo: contribuições de L. S. Vigotski, L. V. Zankov e V. V. Davidov**. Artigo para Mesa Redonda. I Seminário GEPID/OBEDUC, 2013b.

ARAÚJO, E. S. Rubinstein: um grande psicólogo, uma grande personalidade. In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. (Org.) **Ensino desenvolvimental: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos**. Uberlândia: EDUFU, 2013.

BAKHTIN, M. **Marxismo e filosofia da linguagem**. São Paulo: Editora Hucitec, 1992.

BELL, A. **Algebra: na exploratory teaching experimente**. Nottingham (England): Shell Center for Mathematical Education, 1987

BERDNAZ, N.; KIERAN, C.; LEE, L. **Approaches to algebra**. Montreal: Université du Québec, Département de Mathématiques, 1996.

BIGODE, A. J. L. **Coleção Matemática hoje é feita assim. 9º ano**. São Paulo: FTC, 2012.

BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A.F.; SHULTE, A.P. **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995, p. 23-36.

BOYER, C., B. *História da Matemática*. 2.ed. Tradução Elza F. Gomide São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1996.

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf>>. Acesso em 18 set. 2014.

\_\_\_\_\_. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em 9 nov. 2014.

\_\_\_\_\_. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep)**. Guia de Elaboração e Revisão de Itens, v.1. Brasília, 2010.

\_\_\_\_\_. MEC. Portaria 959 de 27 de set. de 2013. Disponível em <[http://www.lex.com.br/legis\\_24882671\\_PORTARIA\\_N\\_959\\_DE\\_27\\_DE\\_SETEMBRO\\_DE\\_2013.aspx](http://www.lex.com.br/legis_24882671_PORTARIA_N_959_DE_27_DE_SETEMBRO_DE_2013.aspx)>. Acesso em fev. de 2015.

BROWN, M. **Educação matemática: temas de investigação**. Lisboa: IIE, 1988

CANÁRIO, R. A escola: o lugar onde os professores aprendem. **Psicologia da Educação**. São Paulo, n° 6, p. 9-27, 1° sem. 1998.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1984.

CARRY, L. R. **Psychology of equation solving: na information processing study**. (Final technical report). Austin: University of Texas at Austin, Department of Curriculum and Instruction, 1980.

CEDRO, W. O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: O Clube de Matemática. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

\_\_\_\_\_. **O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de matemática: uma perspectiva histórico-cultural**. 2008. Tese Doutorado. 242f. Programa de Pós-Graduação em Educação. Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. 2008.

DAVIDOV, V. V. **Tipos de generalización em la enseñanza**. 3 ed. (Trans M. Shuare.) Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

\_\_\_\_\_. **Problemas do ensino desenvolvimental - A Experiência da Pesquisa Teórica e Experimental na Psicologia**. Tradução de José Carlos Libâneo e Raquel A. M. da Madeira Freitas. Revista Soviet Education, August/VOL XXX, n° 8, 1986.

\_\_\_\_\_. Análisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza en el futuro próximo. In: **La Psicología Evolutiva y Pedagógica en la URSS**. Antología. Moscú: Progreso, 1987.

\_\_\_\_\_. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico** – Investigación psicológica teórica y experimental. Moscú. Editorial Progreso, 1988.

\_\_\_\_\_. **O que é a atividade de estudo**. Revista “Escola inicial” n° 7, ano 1999. Tradução do russo (para uso em sala de aula) de Ermelinda Prestes.

DAVIDOV, V. V.; MÁRKOVA, A. K. La concepción de la actividad de estudio em los escolares. In: SHUARE, M. (Comp.) **La psicología evolutiva em la URSS: Antología**. Moscú: Editorial Progreso, 1987.

DOMINGUEZ, J. H. **Iniciación al álgebra**. Colección Matemáticas, cultura y aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1990

DRAGUNOVA, T. V. Características Psicológicas do adolescente. IN: PETROVSKY, A. **Psicologia Evolutiva e Pedagógica**. Editorial Progreso, Moscú, 1980.

DUARTE, N. **A anatomia do homem é a chave da anatomia do macaco**: a dialética em Vigotski e em Marx e a questão do saber objetivo na educação escolar. *Revista Educação & Sociedade*, v. 21, n.71: Campinas jul. 2000.

\_\_\_\_\_. O debate contemporâneo das teorias pedagógicas. In: MARTINS, L. M.; DUARTE, N. (Org.). **Formação de professores**: limites contemporâneos e alternativas necessárias. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2010. p. 33-49.

FACCI, M. G. D. A periodização do desenvolvimento psicológico individual na perspectiva de Leontiev, Elkonin e Vigotski. **CADERNO CEDES**, Campinas, vol. 24, n. 62, p. 64-81, abril 2004.

\_\_\_\_\_. Professora, é verdade que ler e escrever é uma coisa fácil?- reflexões em torno do ensino-aprendizagem na perspectiva vigotskiana. In MEIRA, M. E. M. ; FACCI, M. G. D. **Psicologia Histórico-cultural**. Contribuições para o encontro entre a subjetividade e a educação. São Paulo. Casa do Psicólogo, 2007.

FIGUEIREDO, A. C. **Saberes e Concepções de Educação Algébrica em um Curso de Licenciatura em Matemática**. Doutorado em Educação Matemática – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo, 2007.

FIORENTINI, D. A formação matemática e didática-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em matemática. Mesa-redonda. EPEM, 7.: SBEM, São Paulo, 2004. Disponível em: <[http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas\\_redondas/mr11-Dario](http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr11-Dario)>. Acesso em 24 fev. de 2015.

\_\_\_\_\_. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In BARBOSA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autentica, 2004. Cap. 2, p. 47-76

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. **Contribuição para um Repensar a Educação Algébrica Elementar**. Pro-Posições, Vol.4, nº 1(10), p.78-91, mar. 1993.

FRANCO, P. L. J. O desenvolvimento dos motivos formadores de sentido no contexto das atividades de ensino e estudo na escola pública brasileira. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) — Faculdade de Educação, Universidade Federal de Uberlândia. 2015. 359p.

FREITAS, L. C. **Críticas da organização do trabalho pedagógico e da didática**. Campinas, SP: Autores Associados, 1994.

FREITAS, R. A. M. M. Pesquisa em didática: o experimento didático formativo. In: Encontro de Pesquisa em Educação da ANPED Centro-Oeste, 2010, Uberlândia. **X Encontro de Pesquisa em Educação da ANPED Centro-Oeste**: Desafios da Produção e Divulgação do Conhecimento. Uberlândia, 2010. v. I. p. 1-11.

GAMBOA, S. S. **Pesquisa em educação**: métodos e epistemologias. 2ª edição. São Paulo: Argos, 2012.

GUELLI, O. **Coleção Matemática. Uma aventura do pensamento. 8ª serie.** São Paulo: Ática, 2003.

GONZÁLEZ REY, F. **Pesquisa qualitativa e subjetividade:** os processos de construção da informação. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005.

\_\_\_\_\_. **O pensamento de Vigotsky:** contradições, desdobramentos e desenvolvimento. São Paulo: Hucitec, 2013.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. **Coleção Matemática para todos. 9º ano.** São Paulo: Scipione, 2010.

INEP, Edição 2011. **Resultados SAEB/Prova Brasil 2011.** Disponível em <<http://sistemasprovabrasil2.inep.gov.br/resultados/>>. Acesso em 15 set. 2014.

LANNER DE MOURA, A. R. O conceito de variação como um dos fundamentos da álgebra elementar. Coletânea de trabalhos do PRAPEM - VII ENEM. CEMPEM/PRAPEM, Faculdade de Educação, UNICAMP/SP, p. 98-106, 2001.

\_\_\_\_\_. Movimento conceitual em sala de aula. In: CIAEM - CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 11., 2003, Blumenau, SC. *Anais...*2003.

LEE, L. Early – but which álgebra? The future of the teaching and learning of algebra. In: ICMI STUDY CONFERENCE, 12., 2001, Melbourne (Australia). *Proceedings*. Melbourne: ICMI, 2001, v. 2, p. 392-300.

LEONTIEV, A. N.. **Activity, Consciousness and Personality.** 1978a. Disponível:<<http://.marxists.org/achive/leontiev/works/1978/index.html>

\_\_\_\_\_. O desenvolvimento do psiquismo. Lisboa: Horizonte Universitário. 1987.

\_\_\_\_\_. **Actividad Conciencia y Personalidad.** La Habana: Pueblo y Educación, 1983.

\_\_\_\_\_. El desarrollo psíquico del niño en la edad preescolar. In: DAVIDOV, V; SHUARE, M. (Org.). **La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS (antologia).** Moscou: Progreso, 2004.

\_\_\_\_\_. Desarrollo de la psique. L consciência humana. In: SMIRNOV, A. A.; LEONTIEV, A. N.; RUBINSHTEIN, S. L.; TIEPLOV, B. M. **Psicología.** Acedemia de Ciencias Pedagógicas de la R. S. S. F. R. Instituto de investigación científica. Traducción directa del ruso por Florencia Villa Landa, Cuba, 1961.

LIBÂNEO, J. C. Didática e Epistemologia: para além do embate entre a didática e as didáticas especiais. In: VEIGA, I. P. A.; D'AVILA, C. (Orgs.). **Profissão docente: novos sentidos, novas perspectivas.** Campinas: Papirus Editora, 2008.

\_\_\_\_\_. **A elaboração de planos de ensino (ou de unidades didáticas) conforme a Teoria do Ensino Desenvolvimental.** Texto para uso didático na disciplina Didática e Ensino Desenvolvimental, no Programa de Pós-Graduação em Educação – Linha Teorias da

Educação e Processos Pedagógicos, da Pontifícia Universidade Católica de Goiás. Digitado em 2009.

LIBÂNEO, J. C.; FREITAS, R. A. M. da M. Vasily Vasilyevich Davidov: a escola e a formação do pensamento teórico-científico. In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. **Ensino Desenvolvidor**. Vida, pensamento e obra dos principais representantes russos. Uberlândia: EDUFU, 2013.

LIMA, M. F.; JIMENEZ, S. V.; CARMO, M. Funções psicológicas Superiores e a Educação Escolar: uma leitura crítica a partir de Vigotski. **Verinotio**. Revista On-line de Educação e Ciências Humanas. Nº 8, ano IV. São Paulo, 2009.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectiva em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas: Papyrus, 1997.

LONGAREZI, A. M.; FRANCO, P. L. J. Alexei N. Leontiev: a vida e a obra do psicólogo da atividade. In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. (Org.) **Ensino desenvolvimental**: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos. Uberlândia: EDUFU, 2013.

LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. **Ensino Desenvolvidor**. Vida, pensamento e obra dos principais representantes russos. Uberlândia: EDUFU, 2013.

MARCO, F. F. *Atividades computacionais de ensino na formação inicial do professor de matemática*. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. 2009. 223p.

MARTINS, J. B. **Vygotsky e a educação**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

MARX, K. **O capital**: crítica da economia política. Tradução de Regis Barbosa e Flávio R. Kothe. Tomo I. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

MELO, G. F. A. **A formação inicial e a iniciação científica**: investigar e produzir saberes docentes no ensino de álgebra elementar. 2003. Tese (Doutorado em Educação, Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

MELLO, M. A.; CAMPOS, D. A. Bases conceituais da obra de A. V. Petrovsky. In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. **Ensino Desenvolvidor**. Vida, pensamento e obra dos principais representantes russos. Uberlândia: EDUFU, 2013.

MORAES, S. P. G. **Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em matemática**: Contribuições da teoria histórico-cultural. Tese de Doutorado em Educação - Universidade de São Paulo: São Paulo, 2008.

MORETTI, V. D. **Professores de Matemática em atividade de ensino**: uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente. 2007. 206 f. Tese (Doutorado em Educação: Ensino em Ciências Matemática) Universidade de São Paulo, SP, 2007.

MOURA, M. O. Atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema**, Ano II, n. 12. p. 29-43, 1996.

\_\_\_\_\_. **O educador matemático na coletividade de formação:** uma experiência com a escola pública. 2000. Tese (Livre Docência em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

\_\_\_\_\_. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. (Orgs.). **Ensinar a ensinar**. São Paulo: Pioneira, 2001.

\_\_\_\_\_. A Atividade Orientadora de Ensino como Unidade entre Ensino e Aprendizagem. In: MOURA, M. O. **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Liber livro, 2010.

MOURA, M. O.; ARAÚJO, E. S.; RIBEIRO, F. D.; PANOSSIAN, M. L.; MORETTI, V. D. Atividade Orientadora de Ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: MOURA, M. O. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Líber Livro, 2010.

MOURA, M. O.; LOPES, A. R. L. V.; ARAÚJO, E. S.; CEDRO, W. L. Educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: princípios e práticas da organização do ensino. XVI ENDIPE – Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino. UNICAMP: Campinas, 2012.

NANE, M. A. **Matemática. Ensino Moderno. 8ª série**. São Paulo: Editora Brasil, 2006.

NÚÑES, I. B. **Vigotski, Leontiev, Galperin:** formação de conceitos e princípios didáticos. Brasília: Liber Livro, 2009.

NÚÑES, I. B.; OLIVEIRA, M. V. F. P. Ya. Galperin: A vida e a obra do criador da teoria da formação por etapas das ações mentais e dos conceitos. In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. **Ensino Desenvolvimental**. Vida, pensamento e obra dos principais representantes russos. Uberlândia: EDUFU, 2013.

OECD (2010). **PISA 2009 Results:** Executive Summary. Disponível em <<http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/46619703.pdf>>. Acesso em 03 ago. 2013.

OLIVEIRA, B. A. Fundamentos filosóficos marxistas da obra vigotskiana: A questão da categorias de atividade e algumas implicações para o trabalho educativo. In: MENDONÇA, S. G. L.; MILLER, S. (orgs.). **Vigotski e a escola atual:** fundamentos teóricos e pedagógicos. Araraquara – SP: Junqueira & Marin, 1998.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky:** aprendizado e desenvolvimento um processo sócio-histórico. Coleção Penamento e Ação no Magistério, vol. 21. São Paulo: Editora Scipione, 1993.

OLIVEIRA, M. K. ; TEIXEIRA, E. A questão da periodização do desenvolvimento psicológico. In. OLIVEIRA, M. K.; REGO, T. C.; SOUZA, D. T. **Psicologia, Educação e as Temáticas da Vida Contemporânea**. São Paulo: Moderna, 2002.

PANOSSIAN, M. L. **Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes: indicadores para a organização do ensino**. Dissertação de Mestrado em Educação da Universidade de São Paulo: São Paulo, 2008.

\_\_\_\_\_. Entre o movimento lógico-histórico dos conceitos e a organização do ensino de álgebra: o exemplo das equações. **XVI ENDIPE**. Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino. Unicamp. Campinas, São Paulo. 2012. Disponível em: <[www2.unimep.br/endipec/1730c.pdf](http://www2.unimep.br/endipec/1730c.pdf)> Acesso em: 23 mar. 2013.

PANOSSIAN, M. L.; MOURA, M. O. O movimento histórico e lógico dos conceitos e a constituição do objeto de ensino da álgebra. CIAEM. XIV Conferência Ineramericana de Educación Matemática. Tuxtla Guatiérrez. Chiapas: México, 2015.

PITOMBEIRA, J. B. Revisitando uma velha conhecida. Departamento de Matemática, PUC-Rio, 2004.

PRADO JÚNIOR, C. **Dialética do conhecimento**. 4. ed. São Paulo: Brasiliense, 1960.

PRESTES, Z. **Quando o não é quase a mesma coisa**. Análise de traduções de Lev Semionovitch Vigotski no Brasil. Repercussões no campo educacional. Tese. 295 f. (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade de Brasília, Brasília. DF, 2010.

PRESTES, Z.; TUNES, E.; NASCIMENTO, R. Lev Semionovich Vigotski: um estudo da vida e obra do criador da psicologia histórico-cultural. In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. **Ensino Desenvolvimental**. Vida, pensamento e obra dos principais representantes russos. Uberlândia: EDUFU, 2013.

PROJETO ARARIBÁ. **Coleção Matemática. Ensino Fundamental. 8ª série**. São Paulo: Moderna, 2003.

PUENTES, R. V.; Vida, pensamento e obra de A. V. Zaporozhets: um estudo introdutório. In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. **Ensino Desenvolvimental**. Vida, pensamento e obra dos principais representantes russos. Uberlândia: EDUFU, 2013.

PUENTES, R. V.; LONGAREZI, A. M.. Escola e Didática Desenvolvimental: seu campo conceitual na tradição da teoria Histórico-cultural. Educação em Revista, Belo Horizonte: UFMG, 2013.

RIGON, A. J.; ASBAHR, F. S. F.; MORETTI, V. D.: Sobre o processo de humanização. In: MOURA, M. O. **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Liber livro, 2010.

RIGON, A. J.; BERNARDES, M. E. M; MORETTI, V. D.; CEDRO, W. L. O Desenvolvimento Psíquico e o Processo Educativo. In: MOURA, M. O. **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Liber livro, 2010.

ROSA, J. E.; MORAES, S. P. G.; CEDRO, W. L. As particularidades do pensamento empírico e do pensamento teórico na organização do ensino. In: MOURA (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Editora Líber Livro. Brasília. DF. 2010.

\_\_\_\_\_. A Formação do Pensamento Teórico em uma Atividade de Ensino de Matemática. In: MOURA, M. O. **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. Brasília: Liber livro, 2010.

RUBSTOV, V. A atividade de aprendizagem e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. In GARNIER, C.; BERNARZ, N.; ULANOVSKAYA (Orgs). **Após Vygotsky e Piaget: perspectivas sociais e construtivistas**. Escola russa e ocidental. Porto Alegre: Artmed, 1996.

SCARLASSARI, N. T. **Um Estudo de dificuldades ao aprender álgebra em situações diferenciadas de ensino de alunos da 6ª série do ensino fundamental**. Dissertação de mestrado. 149 f. Faculdades de Educação. Universidade estadual de Campinas, SP.[s.n.], 2007.

SFORNI, M. S. F. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino: Contribuição da teoria da atividade**. Araraquara – SP: JM Editora, 2006.

SILVA, M. H. Estudo das cisões sobre álgebra presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais de matemática do ensino fundamental em relação a números e operações, 2006, 128 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifca Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

SILVIA, M. G.; IBAHIM, S. A.; RESENDE, M. R. Concepções e álgebra das questões do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB. VII Encontro de Pesquisa em Educação. II Congresso Internacional Trabalho Docente e Processos Educativos. II Simpósio de Ética em Pesquisa. Anais: Uberaba, 2013.

SOUSA, M. C. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do Ensino Fundamental**. Tese de Doutorado – Universidade de Campinas: Campinas, 2004.

TALIZINA, N. F. **Manual de psicología pedagógica**. San Luis de Potosí, S.L.P., México: Facultad de Psicología. Universidad Autónoma de Potosí, 2000.

USISKIN, Z. Concepções sobre álgebra da escola média e utilização das variáveis. In: COXFORD, A.F.; SHULTE, A.P. **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995, p. 9-22.

VIGOTSKI, L. S. **Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores**. Editorial Científico Técnica. La Habana. 1987, p. 133.

\_\_\_\_\_. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In: LURIA, A. E. et. Al. **Psicologia e pedagogia: Bases psicológicas da aprendizagem e do desenvolvimento**. v.1 2. ed. Lisboa: Estampa, 1991.

VIGOTSKI, L. S. O Significado Histórico da Crise da Psicologia. Uma Investigação Metodológica. In: VIGOTSKI, L. S. Teoria e Método em Psicologia. São Paulo: Martins Fontes, 1996. P. 204-417

\_\_\_\_\_. **Obras Escogidas III - Problemas del desarrollo de la psique**. 2ª Edição. Madrid: Visor Dis., S.A., 2001.

\_\_\_\_\_. **Psicologia pedagógica**. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

\_\_\_\_\_. **Teoria e método em psicologia.** São Paulo: Martins Fontes, 2004.

\_\_\_\_\_. **A construção do pensamento e da linguagem;** tradução Paulo Bezerra. 2ª Edição. São Paulo: Editora W.M.F. Martins Fontes, 2009.

\_\_\_\_\_. **Pensamento e linguagem.** Versão para e-book eBooksBrasil.com 2002. Disponível em: <<http://www.jahr.org/>>. Acesso em 25 jun. 2011.

\_\_\_\_\_. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In: VIGOTSKI, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** 10. ed. São Paulo: Ícone, 2007. p. 103-117.

\_\_\_\_\_. **A formação social da mente:** o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. Organizadores Michaela Cole et al. Tradução José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 7.ed. São Paulo: Martins Fontes 2010.

ZAPOROZHETS, A. V. Desarrollo psíquico de los escolares. In: Smirnov, A. S.; Leontiev, A. N.; Rubinshtein, S. L.; Tiplov, B. M. *Psicología.* La Habana: Imprenta Nacional de Cuba, 1961, p. 523-560.

## ANEXOS

### ANEXO 1

#### Projeto Político Pedagógico: Contribuições do Grupo de Estudo

##### **Características da Formação e Desenvolvimento, como Fundamento para a Formulação e Implementação do Currículo da ESEBA/UFU**

A ESEBA/UFU deliberou que seria necessário definir o conjunto de “**traços qualitativos e quantitativos que caracterizam a identidade de um sujeito**” para viabilizar a construção de Currículo. Com a finalidade de explicitar o sentido/significado atribuído a esta noção, os “traços” qualitativos e quantitativos relacionados com a formação do aluno da ESEBA/UFU, foi definido como o conjunto das **capacidades e funções** cognitivas motoras, afetivas, de relação interpessoal, de inserção social, ética e estética, que serão desenvolvidas e aprimoradas durante o processo **formação** do aluno.

A análise destes traços implicou numa definição, primeiro, de um quadro sintético capaz de explicitar e diferenciar as principais características que deverão ser alcançadas/adquiridas pelos alunos durante e ao final de sua trajetória escolar, de acordo com o estabelecido na Carta de Princípios Ético-políticos da ESEBA/UFU. Desta forma, apresentaremos, o sentido/significado atribuído pela ESEBA/UFU, a quatro “campos” que constituem, no seu entendimento, a TOTALIDADE das características da **formação** resultante, dentre outros aspectos, da educação formal recebida pelo aluno ao longo de sua trajetória escolar na educação básica.

##### **Fundamentos teóricos**

Em termos gerais, pode-se afirmar que todos os aspectos do contexto escolar – conceitos, teorizações, convivência, brincadeiras, relação professor-aluno, currículo, conflitos, etc. se tornam conteúdos a serem pensados e trabalhos pelas instituições escolares com a finalidade de propiciar o desenvolvimento de **capacidades** de ordem linguística, cognitiva, motora, afetiva, de relação interpessoal e inserção social, ética e estética, dentro

do processo de escolaridade.

Uma vez desenvolvidas tais capacidades, a forma de expressá-las poderá variar de criança para criança, ou seja, os alunos poderão manifestar comportamentos variados para expressarem a mesma capacidade desenvolvida, o professor, tendo conhecimento de que esse fato representa uma enorme gama de oportunidades, poderá enriquecer a sua prática pedagógica e, principalmente, como enfatiza a legislação brasileira em educação “ter diante de si maiores possibilidades de atender à diversidade de seus alunos” (BRASIL, 1997, p.47).

Nesse sentido, a **capacidade linguística** diz respeito às práticas de leitura, oralidade e escrita, que se configuram como práticas de letramento escolar, possibilitando “a reflexão consciente sobre fenômenos gramaticais e textuais / discursivos que perpassam os usos linguísticos, seja no momento de ler/escutar, de produzir textos ou de refletir sobre esses mesmos usos da língua” (MENDONÇA, 2006 p. 204). Em outras palavras, essa capacidade refere-se aos usos sociais que os alunos fazem da língua.

A **capacidade cognitiva** pode ser compreendida como o mecanismo que o ser humano utiliza para entender, assimilar, relacionar e conectar-se com todo o universo ao seu redor e, tem grande influência em como o aluno se coloca frente aos seus objetivos e metas, estabelecendo um elo na forma de se comunicar e na maneira de perceber representações.

A **capacidade afetiva** diz respeito a aspectos que contribuem para que o aluno entenda e compreenda aos outros e a si próprio. Está ligada à autoestima, motivação, comportamento na convivência com o outro e/ou em grupo. Possui laços estreitos com a capacidade de relação interpessoal, em que o indivíduo procura “compreender, conviver e produzir com os outros, percebendo distinções entre as pessoas, contrastes de temperamento, de intenções e de estados de ânimo” (BRASIL, 1997, p. 47). O aluno tem a possibilidade de se colocar na posição do outro, avaliando melhor as situações e tendo chance de analisar seus próprios pensamentos e atitudes. Os trabalhos em grupos, as atividades que exigem cooperação, participação e tomada de decisões em conjunto permitem o desenvolvimento dessa capacidade.

Por sua vez, a **capacidade estética** mobiliza a produção e apreciação de arte. O aluno tem a oportunidade de conhecer e refletir sobre o sentido/significado das mais diversas produções artísticas, oriundas de diferentes culturas e períodos históricos, bem como colocar-se como produtor de arte, capaz de se expressar na cultura e como cultura.

A **capacidade ética** diz respeito ao comando das ações e responsabilidades que o aluno tem no momento de assumir suas decisões sobre o julgamento de um conjunto de

princípios e valores de natureza moral e ética. O aluno, para se considerar um sujeito em meio a outros, precisa aprender a estabelecer e legitimar princípios internos e pessoais válidos para si e demais pessoas, buscando mediar os seus interesses pessoais com os coletivos, motivo pelo qual o desenvolvimento desta capacidade poderá contribuir com “a superação da rigidez moral, no julgamento e na atuação pessoal, na relação interpessoal e na compreensão das relações sociais” (BRASIL, 1997, p.47) para, com isso, adquirir plena consciência dos seus princípios éticos por meio da reflexão sobre seus valores, decisões, atitudes, finalizando com a conclusão de que o estabelecimento de tais princípios são originários das próprias relações humanas.

Por fim, a **capacidade de inserção social**, que tange à parte de participação do indivíduo no meio social em que vive, levando em consideração o comprometimento deste com as regras e aspectos importante para a convivência coletiva. O desenvolvimento desta capacidade é relevante, pois contribui para a prática da cidadania.

O desenvolvimento desses campos de formação humana acontece de forma dialética e indissociavelmente relacionado entre si, para caracterizar o resultado geral do processo de escolarização dos alunos a partir do desenvolvimento das capacidades acima citadas. Desta forma, podemos estabelecer didaticamente os seguintes campos para poder definir e apresentar as principais características de **formação** almejadas para os seus alunos, como resultado do seu processo educativo: Campo Ético/Estético; Campo Afetivo/emocional; Campo Epistemológico; e Campo Político/dialógico.

### **Dimensões de Desenvolvimento a partir dos campos de formação almejados pela ESEBA/UFU**

Tomando como base as características de formação mais gerais almejados pela ESEBA para os alunos que concluem a sua trajetória escolar na instituição, o passo seguinte na construção do currículo, é conhecer, compreender e definir coletivamente qual será a principal abordagem de desenvolvimento humano que orientará em termos gerais, o processo de desenvolvimento das capacidades cognitivas, motoras, afetivas, de relação interpessoal e inserção social, ética e estética, tal como citadas anteriormente, ao longo do processo de escolarização.

Nesse sentido, em consonância com os princípios ético-políticos e os campos de

formação acima explicitados, estruturamos um conjunto de **Dimensões de Desenvolvimento Humano (DDH)**, cuja finalidade central é caracterizar o sentido/significado atribuído ao desenvolvimento humano no contexto da educação básica. Para tanto foi definido em primeira instância, que a caracterização de uma DDH **não tem como finalidade nem pretende descrever com exatidão o que esperar de cada sujeito em determinados momentos do seu desenvolvimento**, e sim, buscar compreender quais são as principais características e funções cognitivas, de interação social, comunicativas e emocionais presentes no decorrer da existência humana. Isto, com a finalidade central de auxiliar na construção de uma prática pedagógica que venha a ser coerente com a proposta formação definida pela ESEBA/UFU.

Desta forma, pretendemos apresentar didaticamente um conjunto de Dimensões de Desenvolvimento Humano, a partir do estudo dos processos de desenvolvimento humano apresentado por Vigotski (Pensamento e Linguagem), seus seguidores e os estudiosos de suas teorias.

#### **Finalidades da descrição das dimensões de formação do aluno na ESEBA/UFU**

Proporcionar fundamentos teóricos para identificar **indicadores avaliativos** que podem ser utilizados para reconhecer o momento do “**salto qualitativo**” que, em tese, poderá anunciar a possibilidade da passagem de cada aluno, de uma zona de desenvolvimento para outra, considerando a interdependência dialética existente entre a aprendizagem e o desenvolvimento histórico, cultural e biológico de cada ser.

Proporcionar referências psicopedagógicas e de convivência para viabilizar a organização, estruturação e definição de metodologias e estratégias de ensino coerentes com os conteúdos de cada área de conhecimento escolar.

Contribuir, como parte de um processo crítico-reflexivo de transição para a construção de uma escola democrática, por meio da concepção de uma estrutura curricular constituída por um tipo de planejamento e organização do trabalho pedagógico, capaz de superar a lógica do ensino seriado e situar o aluno na dimensão adequada à sua formação.

Considerar as finalidades dos conteúdos escolares nos diferentes níveis, etapas e modalidades de ensino. Compreender que os conteúdos escolares e os saberes construídos na escola são fundamentais para compreender o mundo, nos diferentes espaços que o discente

esteja inserido.

### **Fundamentos teóricos das DDH**

De acordo com os princípios ético-políticos e as características de formação almeçadas para os alunos da ESEBA/UFU, torna-se fundamental, a seguir, pensar na forma como estas podem ser desenvolvidas psicopedagogicamente ao longo da trajetória escolar do aluno, motivo pelo qual foi adotada uma **perspectiva histórico-cultural** de desenvolvimento humano como base orientadora para articular os princípios estabelecidos para o desenvolvimento da matriz curricular da instituição.

Vale ressaltar que a adoção desta perspectiva de desenvolvimento não significa que a escola deva desconsiderar outras teorizações e perspectivas existentes no momento de organizar a prática pedagógica, uma vez que a história do ser humano é marcada por um complexo processo de busca de compreensão do mundo e de si mesmo conforme pode ser constatado pela diversidade de doutrinas, teorias e perspectivas oriundas de diferentes correntes do conhecimento que surgem ao longo da história.

Nesse contexto, reconhecemos, entretanto, que o estudo do desenvolvimento humano fornece fundamentos e parâmetros significativos para compreender como podem ser desenvolvidas, por exemplo, as **capacidades** acima citadas no contexto escolar, de natureza linguística, cognitiva, motora, afetiva, de relação interpessoal, emocional e comportamental ao longo da trajetória escolar dos nossos alunos.

Desta forma, conhecer bem as principais funções psicológicas, interesses, habilidades e estrutura cognitiva e motora características dos nossos alunos permitirá, contribuir de forma significativa para poder organizar os procedimentos pedagógicos e metodológicos de ensino, tendo em vista a promoção da aprendizagem.

Por outro lado, também deve ser mencionado que alguns estudos sobre desenvolvimento humano se baseiam no princípio segundo o qual a aprendizagem está subordinada ao desenvolvimento, aspecto do qual discordamos. Primeiramente porque, como bem sabemos o desenvolvimento humano não é universal, como supunha a psicologia tradicional e outras perspectivas científicas de cunho biologicista. Embora existam os fatores maturacionais da biologia, similares na maioria dos indivíduos, é necessário contextualizar o desenvolvimento, articulando-o aos fatores sociais, histórico-culturais e, por fim, à dimensão

da experiência individual no desenvolvimento de cada pessoa (OLIVEIRA E TEIXEIRA, 2002).

Destarte, consideramos a concepção vigotskiana, que tem como princípio que é a aprendizagem que promove o desenvolvimento, o que torna necessário que o educador conheça o desenvolvimento já atingido pelo aluno e, sobretudo, sua zona de desenvolvimento próximo, para que ele desenvolva as suas atividades a partir desta zona de desenvolvimento, de forma que o ensino favoreça que o aluno alcance o desenvolvimento real.

Facci (2004), em um artigo sobre a periodização do desenvolvimento, aponta o destaque que Vigotski faz sobre a importância da zona de desenvolvimento próximo, “[...] o ensino deve incidir sobre essa zona de desenvolvimento e as atividades pedagógicas precisam ser organizadas, com a finalidade de conduzir o aluno à apropriação dos conceitos científicos elaborados pela humanidade” (FACCI, 2004, p. 78). Para isso, é importante compreender as noções de desenvolvimento real e de zona de desenvolvimento próximo. É importante esclarecer que a partir da perspectiva histórico-cultural, a zona de desenvolvimento próximo diz respeito ao desempenho que o aluno apresenta com mediação ou auxílio de adultos, professores ou mesmo de pares. O desenvolvimento real, em oposição, é indicado pelas ações que o aluno consegue executar com autonomia. Assim, para identificar o desenvolvimento real e a zona de desenvolvimento próximo, o professor deve tomar cada aluno em sua singularidade. E isso é importante, pois, como vimos, a aprendizagem promove o desenvolvimento, e não o contrário, sendo importante que a educação seja

[...] guiada pelo princípio do desenvolvimento, isto é, que haja uma sistematização da educação de forma que esta possa dirigir regularmente os ritmos e o conteúdo do desenvolvimento por meio de ações que exercem influência sobre este. Dessa forma, o ensino deve realmente promover o desenvolvimento e criar nas crianças as condições e premissas do desenvolvimento psíquico. Neste processo, o professor tem papel destacado como mediador entre o aluno e o conhecimento, cabendo a ele intervir na zona de desenvolvimento próximo dos alunos, conduzindo a prática pedagógica (DAVIDOV, 1988, apud FACCI, 2004, p. 78).

A partir dessa concepção de aprendizagem e desenvolvimento fica claro, então, que consideramos que o desenvolvimento do aluno não é algo que modula a aprendizagem possível, mas ao contrário, as aprendizagens modulam o desenvolvimento, na busca da construção de uma unidade entre as dimensões cognitiva e afetiva do ser humano enquanto

aspectos indissociáveis da vida psíquica, sendo que este ocorre e deve ser compreendido no contexto de uma relação dialética entre os aspectos internos (dado o potencial criativo e produtivo da psique) e os aspectos externos (dada a subjetividade dos espaços sociais de circulação dos sujeitos) (GONZÁLEZ REY, 2013).

Desta forma, conhecer o desenvolvimento do aluno passa a ser importante para planejar ações pedagógicas que vão incidir na sua zona de desenvolvimento próximo, propiciando o seu desenvolvimento progressivo, daí a necessidade de explicar de forma sistematizada a forma como a escola compreende teoricamente o processo de desenvolvimento.

**ANEXO 2**

**Unidade Didática**

**Escola de Educação Básica da Universidade Federal de Uberlândia**

**Plano de Unidade Didática – Matemática**

**Turma: 9º Ano do Ensino Fundamental**

**Objetivo Geral da Pesquisa:** Analisar as contribuições de uma proposta de atividade de estudo, na perspectiva histórico-cultural, no desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica dos alunos do ano final do ensino fundamental, considerando o conteúdo de Equações do 2º Grau.

**1ª Atividade – Exploratória**

Conteúdo: conjuntos numéricos: naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais.

<b>Objetivos Específicos</b>	<b>Desenvolvimento Metodológico</b>	<b>Operação</b>	<b>Instrumentos</b>
Avaliar a compreensão que os alunos têm a respeito dos conjuntos numéricos.	<p><i>1ª Tarefa:</i> Socialização das principais ideias: conversa informal com os adolescentes sobre os conjuntos numéricos, seus elementos, sua representação e subconjuntos.</p> <p><i>2ª Tarefa:</i> Organizar um diagrama, com os cinco conjuntos numéricos, considerando as concepções dos alunos.</p>	Avaliar o desenvolvimento do conceito de conjuntos numéricos, considerando sua relação com o conceito de funções.	<p>Quadro branco. Pincel de quadro branco. Computador. Datashow. Papel, caneta, lápis. Material Impresso.</p> <p>Gravação em áudio. Gravação em vídeo. Fotografia do material produzido. Digitalização do material produzido.</p> <p>A atividade será realizada no Laboratório de Ensino e Aprendizagem da escola.</p>

**2ª Atividade – Introdução ao conceito de Funções**

Conteúdo: Funções

Objetivos Específicos	Desenvolvimento Metodológico	Operação	Instrumentos
<p>Explorar a essência do conceito de funções.</p> <p>Trabalhar a diferenciação entre variável independente e variável dependente.</p> <p>Apresentar o conceito científico de funções.</p> <hr/> <p>Reconhecer uma função do 2º grau.</p> <p>Trabalhar situações cotidianas que podem ser expressas por funções do 2º grau.</p>	<p><i>3ª Tarefa:</i> 1ª Ação: Apresentar situações que podem ser expressas por uma função independente do grau e do número de variáveis, de modo a explorar a essência do conceito de função “a relação entre duas grandezas”.</p> <p>2ª Ação: Trabalhar com a relação introduzindo assim o conceito de variável. Explorar a diferença entre a variável independente e a dependente em uma relação entre duas grandezas.</p> <p><i>4ª Tarefa:</i> Apresentar o conceito científico de função. Abordar situações as quais podem ou não serem funções, identificando as que são funções segundo o conceito científico trabalhado.</p> <hr/> <p><i>5ª Tarefa:</i> A partir do conceito de função, apresentar o conceito de uma função do segundo grau. Trabalhar com os alunos o maior grau de uma função do 2º grau (2) e a necessidade do termo que acompanha esse grau ser diferente de zero: (<math>ax^2 + bx + c = y</math>, sendo <math>a \neq 0</math>, em um caso geral temos <math>a, b, c \in \mathbb{R}</math>).</p> <p><i>6ª Tarefa:</i> Apresentar situações reais que foram modeladas em funções do segundo grau, trazer a situação problema e a representação gráfica.</p> <p><i>7ª Tarefa:</i> Apresentar a reportagem da Folha de São Paulo, Caderno de Ciências de 20/10/2001, p. A 11. Fazer a leitura e análise das informações junto com os alunos e propor uma interpretação de texto.</p> <hr/> <p><i>8ª Tarefa:</i> Utilizando o software GeoGebra para explorar a representação gráfica de uma função do 2º grau.</p>	<p>Questionar com os alunos se eles conseguem perceber outras situações nas quais haja a “relação de dependência entre duas grandezas”.</p> <p>Diagnosticar se os alunos compreendem o que é uma variável e se fazem associação desse termo com uma função. Avaliar se os alunos diferenciam uma variável independente de uma variável dependente.</p> <p>Diagnosticar apreensão do conceito de função considerando a identificação de algumas situações, destacando as que são ou não funções.</p> <hr/> <p>Verificar se os alunos conseguem diferenciar uma função do 2º grau das demais funções.</p> <p>Diagnosticar se os alunos conseguem perceber a relação de uma função do 2º grau e as situações exploradas.</p> <p>Avaliar como os alunos interpretaram as informações</p>	<p>Quadro branco. Pincel de quadro branco. Computador. Datashow. Papel, caneta, lápis. Material Impresso. Reportagem da Folha de São Paulo, Caderno de Ciências de 20/10/2001, p. A 11.</p> <p>Gravação em áudio. Gravação em vídeo. Fotografia do material produzido. Digitalização do material produzido.</p> <p>Considerando o que será desenvolvido da 3ª à 7ª tarefa e a disponibilidade de um Datashow em cada sala, além da portabilidade dos notebooks, o espaço o qual ocuparemos será a sala de aula regular.</p> <p>Na 8ª tarefa, iremos trabalhar em um dos Laboratórios de Informática da escola (sistema Windows ou</p>

<p>Explorar a representação gráfica de uma função do 2º grau.</p> <p>Analisar visualmente o comportamento dos coeficientes, das raízes e do ponto de máximo ou de mínimo da função.</p>	<p>1ª Ação: Observar as funções, <math>f(x) = x^2</math>, <math>f(x) = 2x^2</math>, <math>f(x) = 5x^2</math>, <math>f(x) = 9x^2</math> desenhadas em um mesmo gráfico, serão questionados alguns fatos sobre o comportamento dos coeficientes, das raízes e do ponto de máximo ou de mínimo da função.</p> <p>2ª Ação: Observar as funções, <math>f(x) = -x^2</math>, <math>f(x) = -2x^2</math>, <math>f(x) = -7x^2</math>, <math>f(x) = -10x^2</math> desenhadas em um mesmo gráfico, serão questionados alguns fatos sobre o comportamento dos coeficientes, das raízes e do ponto de máximo ou de mínimo da função.</p> <p>3ª Ação: Observar as funções, <math>f(x) = x^2</math>, <math>f(x) = x^2 + 1</math>, <math>f(x) = x^2 + 3</math>, <math>f(x) = x^2 - 2</math> e, <math>f(x) = x^2 - 5</math> desenhadas em um mesmo gráfico, serão questionados alguns fatos sobre o comportamento dos coeficientes, das raízes e do ponto de máximo ou de mínimo da função.</p> <p>4ª Ação: Observar as funções, <math>f(x) = x^2</math>, <math>f(x) = (x + 1)^2</math>, <math>f(x) = (x + 2)^2</math>, <math>f(x) = (x + 4)^2</math> e, <math>f(x) = (x + 10)^2</math>, desenhadas em um mesmo gráfico, serão questionados alguns fatos sobre o comportamento dos coeficientes, das raízes e do ponto de máximo ou de mínimo da função.</p> <p>5ª Ação: Observar as funções, <math>f(x) = x^2</math>, <math>f(x) = (x - 1)^2</math>, <math>f(x) = (x - 5)^2</math>, <math>f(x) = (x - 7)^2</math> e, <math>f(x) = (x - 9)^2</math> desenhadas em um mesmo gráfico, serão questionados alguns fatos sobre o comportamento dos coeficientes, das raízes e do ponto de máximo ou de mínimo da função.</p>	<p>contidas na reportagem da Folha de São Paulo, Caderno de Ciências de 20/10/2001, p. A 11. Texto que apresenta a situação utilizando a linguagem materna e a linguagem matemática para expor o fato.</p> <p>Analisar o comportamento dos alunos diante as diferentes situações em que se tenha a variação dos componentes de uma função e sua representação gráfica.</p> <p>Avaliar a apreensão dos alunos ao responder as questões elaboradas no roteiro da atividade.</p>	<p>sistema Linux).</p>
<p><b>3ª Atividade – Situações- Problemas e sequências: transposição de diferentes linguagens escolares</b></p> <p>Conteúdo: Funções</p>			
<p>Trabalhar com as diferentes linguagens exploradas no espaço escolar.</p> <p>Explorar situações problemas e sequências que podem ser equacionadas</p>	<p><i>9ª Tarefa:</i></p> <p>1ª Ação: Trabalhar com textos, problemas que podem ser expressos algebricamente por funções do 2º grau.</p> <p>2ª Ação: Trabalhar com situações que estejam expressas na forma algébrica, fazendo sua transposição para a linguagem materna.</p> <p><i>10ª Tarefa:</i></p> <p>1ª Ação: Observar sequências numéricas organizadas em tabelas, generalizando os padrões em expressões algébricas.</p>	<p>Observar as construções dos alunos no processo de desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica.</p> <p>Avaliar a compreensão dos alunos, dada a estrutura e proposta da atividade.</p>	<p>Quadro branco. Pincel de quadro branco. Computador. Datashow. Papel. Caneta. Lápis. Material Impresso. Livro “Contando a História da Matemática”, Editora Ática,</p>

	<p>2ª Ação: Observar sequências numéricas organizadas por vírgulas, generalizando os padrões em expressões algébricas.</p> <p>3ª Ação: Observar sequências numéricas organizadas por meio de desenhos, generalizando os padrões em expressões algébricas.</p> <p>4ª Ação: Trabalhar com desafios “quebra cabeças” algébricos, disponíveis no livro “Contando a História da Matemática”.</p>	<p>Analisar a capacidade de trabalhar com “quebra-cabeças” algébricos.</p>	<p>São Paulo, 1998.</p> <p>Gravação em áudio. Gravação em vídeo. Fotografia do material produzido. Digitalização do material produzido.</p> <p>Considerando o que será desenvolvido com o uso do material impresso o espaço utilizado será a sala de aula regular.</p>
<p><b>4ª Atividade – Relação Dialética entre Funções e Equações</b> <b>(Função =&gt; Equação)</b></p> <p>Conteúdo: Equações</p>			
<p>Compreender a equação como uma situação particular de uma função. Trabalhar a relação necessária de <math>y = 0</math> (valor da variável dependente igual a zero) para obtenção das raízes de uma função.</p> <p>Diferenciar variável de incógnita.</p>	<p><i>11ª Tarefa:</i> Desenvolver situações em que se queira o valor da variável dependente, sabendo o valor da variável independente, reconhecendo assim situações que recaem em uma equação do 1º grau.</p> <p><i>12ª Tarefa:</i> Desenvolver situações em que se queira o valor da variável independente, sabendo o valor da variável dependente, reconhecendo assim situações recaem em uma equação do 2º grau.</p> <p><i>13ª Tarefa:</i> Desenvolver situações particulares em que se tenha o valor da variável dependente igual a 0, e que se queira encontra o valor da variável independente, reconhecendo assim situações nas quais encontraremos as raízes de uma função do 2º grau.</p>	<p>Diagnosticar as associações que os alunos fazem entre funções e equações.</p> <p>Avaliar a compreensão dos alunos em identificar uma equação do 1º grau e do 2º grau.</p> <p>Analisar a destreza na manipulação algébrica e aritmética dos alunos.</p>	<p>Quadro branco. Pincel de quadro branco. Computador. Datashow. Papel. Caneta. Lápis. Material Impresso.</p> <p>Gravação em áudio. Gravação em vídeo. Fotografia do material produzido. Digitalização do material produzido.</p>
<p>Reconhecer uma equação do 2º grau, completa e incompleta, assim como os seus coeficientes.</p>	<p><i>14ª Tarefa:</i> Trabalhar situações em que se tenham equações completas e incompletas, expressas por <math>ax^2 = 0</math>, <math>ax^2 + c = 0</math>, <math>ax^2 + bx = 0</math> e por <math>ax^2 + bx + c = 0</math>.</p>	<p>Avaliar a compreensão dos alunos sobre as diferentes formas de se expressar uma equação do 2º</p>	<p>Considerando o que será desenvolvido com o uso do</p>

<p>Reconhecer uma equação do 2º grau, expressa da forma <math>ax^2 + bx + c = 0</math> (sendo <math>a, b, c \in \mathbb{R}</math>, <math>a \neq 0</math>) e <math>(x - x')(x - x'')</math> (sendo <math>x'</math> e <math>x''</math> as “raízes” de uma equação do 2º grau).</p>	<p><i>15ª Tarefa:</i> Trabalhar situações em que se pode expressar uma equação por meio de suas “raízes”, mesmo que ainda não tenhamos resolvido essa equação, desenvolvendo assim a necessidade de abordar estratégias de resolução de uma equação do 2º grau.</p>	<p>grau, por meio de atividades para diagnosticar se os alunos identificam os diferentes coeficientes de uma equação do 2º grau.</p>	<p>material impresso o espaço utilizado será a sala de aula regular.</p>
<p><b>5ª Atividade – Estratégias de Resolução de uma Equação do 2º Grau</b> Conteúdo: Equação</p>			
<p>Trabalhar diferentes estratégias de resolução de uma equação do 2º grau, utilizando as linguagens: retórica, sincopada e simbólica</p>	<p><i>16ª Tarefa:</i> Trabalhar diferentes estratégias de resolução de uma equação do 2º grau.</p> <p>1ª Ação: Método de resolução de uma equação do 2º grau, pelo princípio de indução (teste de diferentes valores).</p> <p>2ª Ação: Método de resolução de uma equação do 2º grau, pelo processo de radiciação (extração da “raiz” de uma equação incompleta).</p> <p>3ª Ação: Método de resolução de uma equação do 2º grau, pelo processo de fatoração (fatoração, colocar um termo comum em evidência para extração das “raízes” de uma equação incompleta).</p> <p>4ª Ação: Método de resolução de uma equação do 2º grau, pelo processo de produtos notáveis, completar quadrados.</p> <p>5ª Ação: Método de resolução de uma equação do 2º grau, pelo processo de produtos notáveis, produto da soma pela diferença (extração da “raiz” de uma equação incompleta).</p> <p>6ª Ação: Método de resolução de uma equação do 2º grau, pelo processo de operações inversas (princípio da igualdade de uma equação, extração da “raiz” de uma equação incompleta).</p> <p>7ª Ação: Método de resolução de uma equação do 2º grau, pelo processo de fatoração geométrica.</p>	<p>Avaliar se os alunos sabem resolver uma equação do 2º grau, considerando as diferentes estratégias trabalhadas.</p>	<p>Quadro branco. Pincel de quadro branco. Computador. Datashow. Papel. Caneta. Lápis. Material Impresso.</p> <p>Gravação em áudio. Gravação em vídeo. Fotografia do material produzido. Digitalização do material produzido.</p> <p>Considerando o que será desenvolvido com o uso do material impresso o espaço utilizado será a sala de aula regular.</p>

	<p>8ª Ação: Método de resolução de uma equação do 2º grau, pelo processo de construção geométrica com régua e compasso.</p> <p>9ª Ação: Método de resolução de uma equação do 2º grau, pela fórmula desenvolvida pelos Babilônicos.</p> <p>10ª Ação: Método de resolução de uma equação do 2º grau, pela fórmula de Baskara.</p>		
<p><b>6ª Atividade – Relação Dialética entre Equações e Funções</b> (Equação =&gt; Função)</p>			
<p>Conteúdo: Função</p>			
<p>Trabalhar as raízes de uma função para determinação do ponto de máximo ou de mínimo.</p>	<p><i>17ª Tarefa:</i> Trabalhar a dedução da fórmula do ponto de máximo ou de mínimo considerando, que o mesmo é obtido pela média entre as raízes.</p>	<p>Analisar a compreensão dos alunos ao trabalhar a relação entre as raízes e os pontos de máximo ou de mínimo de uma equação do 2º grau.</p>	<p>Quadro branco. Pincel de quadro branco. Computador. Datashow. Papel, caneta, lápis. Material Impresso.</p> <p>Gravação em áudio. Gravação em vídeo. Fotografia do material produzido. Digitalização do material produzido.</p> <p>Considerando o que será desenvolvido na 17ª tarefa, ocuparemos o espaço da sala.</p>
<p>Explorar uma situação problema em que se tenha uma função do 2º grau em que estejam envolvidos os conceitos trabalhados e as ferramentas de resolução de uma equação do 2º</p>	<p><i>18ª Tarefa:</i> Por meio do acesso ao site de softwares da UNICAMP (<a href="http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1220">http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1220</a>), realizar a leitura do levantamento histórico dos arcos romanos e as 5 tarefas que compõem a 1ª Atividade.</p>	<p>Avaliar a compreensão dos alunos quanto à relação entre equações e funções.</p> <p>Analisar o desenvolvimento dos alunos, considerando as tarefas propostas</p>	<p>Na 18ª tarefa iremos trabalhar em um dos Laboratórios de Informática da escola (sistema Windows ou sistema Linux). O software possui campos</p>

grau.		pele software Arcos Romanos da UNICAMP.	de respostas as quais ficam armazenadas durante o acesso, deste modo o mesmo oferece outro recurso de avaliação.
<b>Atividade - Depoimento dos alunos</b>			
Ouvir a percepções e impressões dos alunos a respeito do desenvolvimento da pesquisa.	Socialização das aprendizagens: conversa com os alunos na sala de aula e em espaços não formais sobre as atividades desenvolvidas	Manifestação em participar desse diálogo	Gravação em áudio