



MODELOS EMPÍRICOS PARA DETERMINAÇÃO DO GANHO DE RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO EM FUNÇÃO DA IDADE

K. R. COSTA¹, A. D. LIMA², L. C. ASSIS³

¹ Universidade de Uberaba, Departamento de Engenharia Civil e Arquitetura

^{2,3} Universidade de Uberaba, Departamento de Engenharia Química

RESUMO – A determinação de um modelo matemático empírico que descreva a curva de ganho de resistência à compressão do concreto em função da idade, em dias, é importante para o cálculo estrutural e para o gerenciamento de obras. A partir de fatores ganho de resistência propostos por diversos pesquisadores, compilados em uma tabela apresentada no simpósio sobre Normalização de cimento, concreto e agregados, no ano de 1984, este trabalho objetivou-se determinar os valores que completam as colunas da tabela a partir do modelo empírico que melhor se ajusta aos dados e em comparação e com o disposto na NBR 6118:2014. Utilizou-se o método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) para determinar os coeficientes dos modelos. Percebeu-se a semelhança entre eles e a observação de uma curva logarítmica que se assemelha bastante ao modelo da NBR 6118:2014 para idades menores que 28 dias. Desse modo, os valores determinados podem ser utilizados como referência para consulta para determinação de ganho de resistência em projetos de engenharia

1. INTRODUÇÃO

O tempo correto para desfôrma de um elemento estrutural de concreto armado depende diretamente do atingimento da capacidade resistente deste elemento, prevista no projeto estrutural. O ganho de resistência se deve diretamente ao fator tempo de cura. É sabido que a resistência aumenta com a idade em decorrência dos fenômenos de cristalização por hidratação do cimento, e estes dependem de algumas variáveis como: temperatura, classe do cimento, traço executado, quantidade de água no amassamento e outros fatores de menor impacto.

A determinação da resistência efetiva é feita através de ensaios em estruturas acabadas, enquanto a resistência potencial é obtida pela ruptura de corpos de provas padrão moldados e ensaiados em condições normalizadas (LIMA, et.al., 2018).

A NBR 5739/94 – Concreto – Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos preconiza que os testes de laboratório são feitos para as idades de 24 horas, 3 dias, 7 dias, 28 dias, 60 dias e 90 dias, respectivamente. Porém a prática demonstra que nas com concreteiras e nos laboratórios acadêmicos raramente os corpos de prova são sabatinados em tantas datas, sendo observada em



laboratórios acadêmicos a ruptura nas idades de 7,14, 21 e 28 dias, e ainda mais comum a utilização de apenas duas datas: 7 e 28 dias, que ocorrem geralmente nos laboratórios das empresas concretieiras.

Outra maneira de verificar a resistência característica à compressão de estruturas de concreto é o ensaio de rompimento de testemunhos. Estes são corpos de prova retirados de estruturas já existentes ou preparadas para este fim. De acordo com o exposto, a NBR 7680:1983 propõe que na ausência de experimentos de rompimento de corpo de prova ou testemunhos em datas idades diferentes das supracitadas, há uma tabela de coeficientes médios de resistência, para concretos comuns a base de cimento Portland CII (Cimento Portland Tipo 2), em função do tempo de 28 dias, F_{ck} , no qual toma-se como 1 o fator de resistência para 28 dias e 0,68 para idades menores ou iguais a sete dias, 0,88 para idade de 14 dias, 1,11 para 90 dias, 1,18 para 1 ano e 1,2 para 2 anos. De maneira análoga a NBR 7680:1983, outros estudos mais recentes, apresentado por HELENE (1984), foram compilados na tabela 1.

Também é possível verificar outra relação de ganho de resistência observando o disposto na NBR 6118:2014, onde o controle da resistência à compressão do concreto pode ser estimado previamente através de um modelo próprio.

O conhecimento do valor da resistência futura do concreto, após o tempo 28 dias, idade em geral de referência para as análises, não implica em modificações no critério de cálculo estrutural preconizado na NBR 6118:2014 tampouco nos coeficientes de minoração de resistência estrutural.

Segundo HELENE (1984) o aumento da resistência do concreto após a idade de referência para as análises estruturais, 28 dias, vem para compensar, entre outros fatores, a perda devido à ação de cargas de longa duração e está, portanto, indiretamente considerado no cálculo e não deve ser desprezado sob risco de diminuição da segurança estrutural.

O objetivo deste trabalho é definir os modelos empíricos que descrevam a curva de ganho de resistência em função da idade, em dias, para completar as lacunas de cada trabalho ilustrado na tabela 1 e comparar com o modelo empírico disposto na NBR6118:2014.

2. MATERIAL E MÉTODOS

O desenvolvimento deste trabalho partiu da tabela 1, onde os coeficientes médios de crescimento de resistência com a idade são compilados e apresentam valores distintos para cada autor.

Para poder compará-los, após completar as lacunas, este trabalho também utilizou o modelo preconizado pela NBR 6118:2014 onde o controle da resistência à compressão do concreto, feita em duas datas, t e 28 dias, pode ser estimado previamente pelo modelo da Equação (1).

$$\beta_1 = \exp \{s[1 - (28 - t)^{1/2}]\} \quad (1)$$

Onde $s = 0,25$, para cimentos da classe CPI e CII e $t =$ tempo, em dias.



Veja tabela 1:

Tabela 1 - Coeficientes médios de crescimento de resistência com a idade –CPII E

Autor\idade	7d	14d	28d	3m	6m	1a	2a	5a	10a	25a	50a
Petrucci	0,62	-	1,0	1,11	-	1,23	-	--	-	-	-
Washa e Wend	0,60	-	1,0	-	-	1,45	--	2,13	2,28	2,33	2,50
Petersons	0,70	0,89	1,0	1,11	1,15	1,18	1,2	1,2	-	-	-
Tobio	0,70	0,85	1,0	1,10	1,15	1,18	-	-	-	-	-
Montoya	0,65	-	1,0	1,20	-	1,35	-	-	-	-	-
Neville	-	-	1,0	1,15	1,2	1,24	-	-	-	-	-

Fonte: HELENE (1984)

O método usado para determinar os valores de ganho relativo de resistência, para preencher as lacunas de idade verificadas nos coeficientes, passa pelo tratamento dos dados empíricos admitindo o erro estatístico. Para tanto, utilizar-se-á de Regressão pelo método dos Mínimos Quadrados. Este método parte do erro quadrático Δy pelo valor aproximado correspondente $f(t)$, conforme Equação (2):

$$\Delta y^2 = (y_i - f(t_i))^2 \quad (2)$$

Este trabalho recai em dois parâmetros de ajuste (β_1 e β_2) como fatores multiplicadores que independem das variáveis, y_i e $f(t_i)$, envolvidas, e duas funções analíticas, μ_1 e μ_2 , compondo a função de ajuste, $f(t)$, onde a soma dos quadrados dos erros envolvidos será como apresentado na Equação (3):

$$S_{(\beta)} = \sum_{i=1}^n [y_i - \beta_1 \mu_1(t) - \beta_2 \mu_2(t)]^2 \quad (3)$$

Partindo do princípio que cada valor coletado tem a mesma relevância dos demais obter-se-á uma curva que dê representatividade ao conjunto de valores de resistências em função da idade minimizando o erro médio quadrático cometido ao substituirmos y_i por $f(t_i)$. A condição matemática que permite minimizar o erro médio é a apresentada na Equação (4).

$$\frac{\partial}{\partial \beta_1} S = \frac{\partial}{\partial \beta_1} S = 0 \quad (4)$$

Deste modo, a função de ajuste é expressa por uma função logarítmica, conforme Equação (5):

$$y = \beta_1 * \ln(t) + \beta_2 \quad (5)$$



Como método de avaliação da qualidade do ajuste, utiliza-se o coeficiente de determinação a partir da relação entre a soma dos quadrados devido ao ajuste e a soma dos quadrados totais, R^2 , que representa a dimensão da variação total dos dados em torno da média dos valores da variável dependente. Este método pode avaliar o quão preciso é o modelo na iminência de explicar a variável y_i . Observe a Equação (6).

$$R^2 = \left(\frac{\sum X.Y - \frac{\sum X \sum Y}{n}}{\sqrt{\left[\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n} \right] \left[\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n} \right]}} \right)^2 \quad (6)$$

Adotou-se como critério de comparação com o modelo preconizado pela NBR 6118:2014, equação (1), o erro residual (RSE) padrão que é a medida de erro da estimativa do modelo de regressão representado pela Equação (7).

$$RSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-1}} \quad (7)$$

No intuito de analisar todos os coeficientes médios de crescimento de resistência com a idade, expressos na tabela 1, foi utilizado o Microsoft Excel para delineamento dos gráficos e obtenção dos coeficientes dos mínimos quadrados (MMQ) que serão apresentados na tabela 2.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após o tratamento dos dados e aplicação do ajuste é possível verificar os seguintes modelos empíricos apresentados na tabela 2:

Tabela 2 – Modelos ajustados de crescimento de resistência com a idade –CPII

Autor	Modelos ajustados	Coeficiente de determinação
Petrucci	$y = 0,149 * \ln(t) + 0,402$	$R^2 = 0,908$
Washa e Wend	$y = 0,247 * \ln(t) + 0,135$	$R^2 = 0,981$
Petersons	$y = 0,084 * \ln(t) + 0,657$	$R^2 = 0,841$
Tobio	$y = 0,118 * \ln(t) + 0,532$	$R^2 = 0,926$
Montoya	$y = 0,177 * \ln(t) + 0,356$	$R^2 = 0,963$
Neville	$y = 0,094 * \ln(t) + 0,699$	$R^2 = 0,964$

Fonte: O autor.



É possível observar melhor o comportamento de cada modelo acima através dos dois gráficos nas figuras 1 e 2. O motivo de não colocar todas as curvas de ganho de resistência relativa em apenas um gráfico é devido à diferença das idades observadas em cada caso, gerando uma discrepância no eixo das abscissas, veja a figura 1.

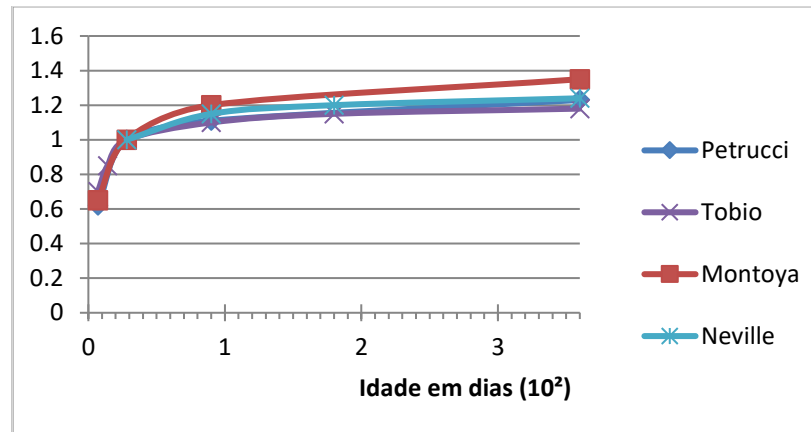


Figura 1 - Comparação dos Modelos de crescimento de resistência com a idade –CPII. – Petrucci, Tobio, Montoya e Neville.

A figura 2 refere-se a comparação entre o modelo de crescimento de resistência com a idade do concreto propostos por Washa e Wend e por Petersons. Para estes modelos é possível observar o ganho de resistência para idades maiores que dois anos de concretagem.

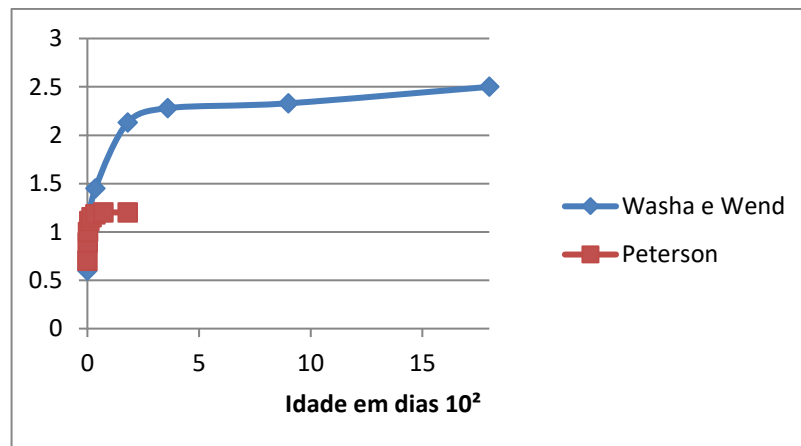


Figura 2 - Comparação dos Modelos de crescimento de resistência com a idade –CPII. – Washa e Wend e Petersons.



É possível observar que os modelos propostos na figura 2, para idades iguais a 5 anos possuem comportamento distinto quanto à resistência esperada.

Em face do exposto, a partir do conhecimento do modelo ajustado por Regressão, podemos completar a tabela apresentada por Helene no simpósio sobre Normalização de cimento, concreto e agregados, no ano de 1984, com os ganhos relativos de resistência com a idade, F_{cj}/F_{ck} . Veja a tabela 3.

Tabela 4 - Coeficientes médios de crescimento de resistência com a idade ajustados – CPII E

Autor\idade	7d	14d	28d	3m	6m	1a	2a	5a	10a	25a	50a
Petrucci	0,62	0,80	1,00	1,11	1,18	1,23	1,38	1,52	1,62	1,76	1,86
Washa e Wend	0,60	0,79	1,00	1,25	1,42	1,45	1,76	2,13	2,28	2,33	2,50
Petersons	0,70	0,89	1,00	1,11	1,15	1,18	1,20	1,20	1,34	1,42	1,48
Tobio	0,70	0,85	1,00	1,10	1,15	1,18	1,31	1,42	1,50	1,61	1,69
Montoya	0,65	0,82	1,00	1,20	1,28	1,35	1,52	1,68	1,81	1,97	2,09
Neville	0,88	0,95	1,00	1,15	1,20	1,24	1,32	1,40	1,47	1,55	1,62

Fonte: HELENE, (1984)-adaptado.

Verifica-se que a curva de ganho de resistência em função da idade, para o concreto armado, segue, independentemente do pesquisador ou do modelo deste, uma curvatura aproximada entre si, que também se aproxima muito do disposto na NBR 6118:2014. É imperativo ponderar que, quando analisamos os valores da tabela, pequenas variações decimais implicam em considerações razoáveis de ganho de resistência, uma vez que estamos tratando de fatores. Se analisássemos como percentual, as diferenças ficariam bem mais expostas e acentuadas. Os gráficos apresentados nas figuras 3 e 4 ilustram melhor a situação da comparação dos modelos.

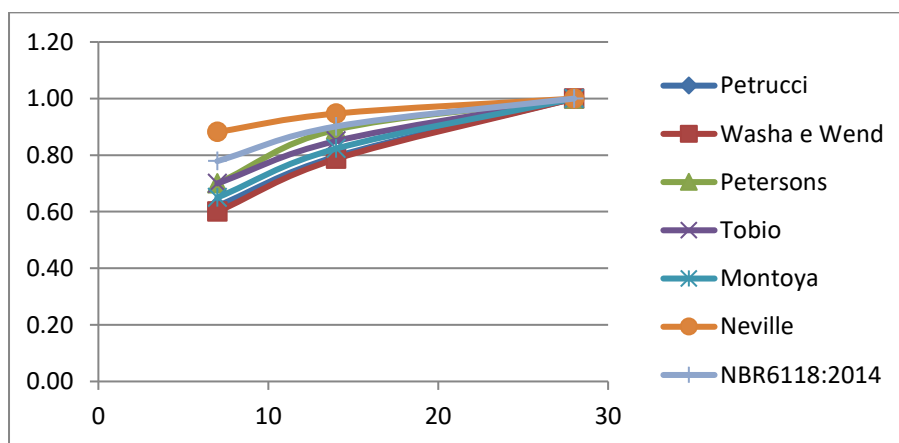


Figura 3 - Comparação dos Modelos ajustados de crescimento de resistência com a idade de até 28 dias –CPII.

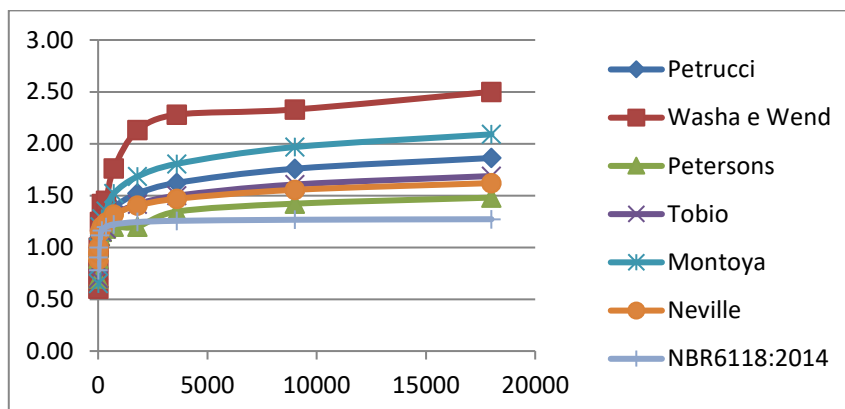


Figura 4 - Comparação dos Modelos ajustados de crescimento de resistência com a idade de até 5 anos –CPII.

Apesar das curvas demonstrarem a mesma tendência, como já foi discutido, os valores dos pontos que representam os fatores de ganho de resistência têm variação significativa entre alguns modelos. Este fato se justifica através da análise de regressão e dos valores dos coeficientes, β_1 e β_2 , das funções que descrevem o crescimento da resistência e das premissas e objetivos de cada método cujas especificidades fogem ao escopo deste trabalho.

Na tabela 4, utilizada como parâmetro de comparação, percebe-se a qual a proximidade entre os modelos ajustados de cada pesquisador e o modelo empírico disposto na NBR 6118:2014. Esta tabela foi baseada na Equação (4).

Tabela 4 – Erro Residual Padrão entre modelos ajustados de crescimento de resistência com a idade –CPII

Autor	Erro Residual Padrão
Petrucci	$RSE = 0,2939$
Washa e Wend	$RSE = 0,7038$
Petersons	$RSE = 0,0922$
Tobio	$RSE = 0,1987$
Montoya	$RSE = 0,4255$
Neville	$RSE = 0,1736$

Fonte: O autor.



É importante salientar que apesar da NBR 6118:2014 não permitir que a resistência característica à compressão do concreto armado seja tomada para idades maiores que 28 dias, o conhecimento do ganho de resistência e o quanto o concreto venha a melhorar sua capacidade portante ao longo dos anos, o conhecimento da futura resistência poderá nortear estudos sobre estruturas comprometidas bem como avaliar sobrecargas adicionais não contabilizadas no ato do cálculo estrutural.

Por fim, o conhecimento da resistência em idades inferiores a 28 dias servem para nortear o engenheiro quanto ao tempo adequado para desfôrma e também quanto a liberação de acessos e cargas em ambientes estruturados pelo concreto.

4. CONCLUSÃO

Verificou-se que os fatores de resistência possuem comportamentos semelhantes e, portanto, seguem modelos logarítmicos, os quais representam o crescimento em função da idade. É possível notar também que dos modelos empíricos ajustados de ganho de resistência à compressão do concreto em função da idade, F_{cj}/F_{ck} , apresentados nas figuras 3 e 4, o modelo de Petersons é o que mais se aproxima do preconizado pela NBR 6118:2014.

5. REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Ensaio de compressão de corpos de provas cilíndricos. Procedimento.** NBR 5739 Rio de Janeiro, 2015, 9 páginas

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento.** NBR 6118. Rio de Janeiro, 2014, 238 páginas.

HELENE, Paulo R. do Lago. **Avaliação da resistência à compressão de estruturas através de testemunhos cilíndricos de concreto.** In: III SIMPÓSIO SOBRE NORMALIZAÇÃO DE CIMENTO CONCRETO E AGREGADOS, 1984, São Paulo. Anais... São Paulo: ABNT/CB - 18,1984.

PETERSONS, Nils. **Recommendations for estimation of quality concrete in finished structures.** Stockholm v.4 n.24, 1971 p.379-97.

TOBIO, J. M. **Resistencia dei hormigónenestructuras terminadas. Informes de Ia Construcción dei Instituto Eduardo Torroja.** Madrid, ITECCET, n. 203, p. 57-74, 1968.

VIEIRA FILHO, José Orlando e HELENE, Paulo Roberto. **Avaliação da resistência à compressão do concreto em diferentes níveis por meio de corpos-de-prova moldados e de testemunhos extraídos.** In: SIABE 05 - Simpósio Ibero-Americano “O Betão nas Estruturas”, 2005. Coimbra. Anais...Coimbra: SIABE, 2005.