



**UNIVERSIDADE DE UBERABA**

**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, PÓS-GRADUAÇÃO E EXTENSÃO**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA**

**MESTRADO PROFISSIONAL**

**BRUNO SOUSA DE CASTRO**

**MODELAGEM DINÂMICA E PREDIÇÃO MULTI-HORIZONTE DE  
TEOR ALCOÓLICO: aplicação em colunas de destilação de etanol via  
redes NARX**

UBERABA, MG

2026



BRUNO SOUSA DE CASTRO

MODELAGEM DINÂMICA E PREDIÇÃO MULTI-HORIZONTE DE TEOR  
ALCOÓLICO: aplicação em colunas de destilação de etanol via redes NARX

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Química, área de concentração: Desenvolvimento de Processos Químicos Agroindustriais da Universidade de Uberaba.

Orientador:

Prof. Dr. Edilberto Pereira Teixeira

UBERABA, MG

2026

Catálogo elaborado pelo Setor de Referência da Biblioteca Central UNIUBE

C279m Castro, Bruno Sousa de.  
Modelagem dinâmica e predição multi-horizonte de teor alcoólico: aplicação em colunas de destilação de etanol via redes NARX / Bruno Sousa de Castro. – Uberaba (MG), 2026.  
99 f. : il., color.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de Uberaba. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. Mestrado Profissional. Área: Desenvolvimento de Processos Químicos Agroindustriais.  
Orientador: Prof. Dr. Edílberto Pereira Teixeira.

1. Engenharia Química – Tecnologia. 2. Destilação. 3. Etanol. 4. Modelagem de dados. I. Teixeira, Edílberto Pereira. II. Universidade de Uberaba. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química. Mestrado Profissional. III. Título.

CDD 660.282

Tatiane da Silva Viana – Bibliotecária – CRB-6/3171



BRUNO SOUSA DE CASTRO

MODELAGEM DINÂMICA E PREDIÇÃO MULTI-HORIZONTE DE TEOR  
ALCOÓLICO: aplicação em colunas de destilação de etanol via redes NARX

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Química do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química - Mestrado Profissional da Universidade de Uberaba (PPGEQ-MP/UNIUBE).

Área de Concentração: Desenvolvimento de Processos Químicos Agroindustriais

Aprovada em: 28/02/2026.

BANCA EXAMINADORA:

Prof(a). Dr(a). Edilberto Pereira Teixeira – Orientador(a)  
Universidade de Uberaba

Prof(a). Dr(a). Florisvaldo Cardozo Bomfim Junior  
Universidade de Uberaba

Prof(a). Dr(a). David Calhau Jorge  
Universidade Federal do Triângulo Mineiro

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho à minha família, aos meus amigos e a mim mesmo, pelo apoio, força e perseverança que tornaram possível esta caminhada.

## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de agradecer ao professor Edilberto Pereira Teixeira, meu orientador e amigo, pelo estímulo constante, disponibilidade e competente orientação ao longo de toda a investigação. A sua postura ética, paciente e encorajadora foi fundamental para a realização deste trabalho.

Agradeço também ao professor Roberto Assis, cujas palavras de incentivo foram determinantes para retomar e concluir esta etapa da minha formação.

Agradeço ainda ao professor doutor José Roberto Delalibera Finzer, coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da UNIUBE, pelo acolhimento e pelas orientações fornecidas ao longo do curso.

Aos restantes professores do PPGEQ/UNIUBE, agradeço o convívio enriquecedor, a troca de conhecimentos e as contribuições oferecidas durante o período de formação acadêmica.

Agradeço também aos meus colegas de turma pelas discussões, sugestões e apoio mútuo, que tornaram esta jornada mais leve e produtiva.

Agradeço também aos meus amigos, pelo incentivo contínuo e pelo apoio emocional durante toda a investigação.

Por fim, agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química — PPGEQ/UNIUBE, à Universidade de Uberaba — UNIUBE, à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais — FAPEMIG e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior — CAPES pelo apoio institucional e pelas condições oferecidas para o desenvolvimento desta dissertação.

*"A imaginação é mais importante que o conhecimento. Pois o conhecimento é limitado, ao passo que a imaginação abrange o mundo inteiro."*

*— Albert Einstein*

## RESUMO

O Brasil tem uma grande importância na produção de etanol e as colunas de destilação são elementos centrais para garantir a qualidade do produto. Estes processos operam com uma dinâmica complexa, caracterizada por não linearidades, múltiplas variáveis interdependentes e atrasos de transporte, o que dificulta o controle e a análise do teor alcoólico em ambiente industrial. Neste contexto, o presente trabalho tem como objetivo desenvolver e avaliar modelos baseados em redes neurais do tipo Nonlinear AutoRegressive with eXogenous inputs (NARX), de modo a identificar e explorar a dinâmica temporal de uma coluna de destilação de etanol, com especial enfoque na previsão a curto prazo, de forma a apoiar a análise e a tomada de decisão operacional. Para esse efeito, foram utilizados dados industriais reais de uma unidade sucroenergética, num total de 40 mil amostras de operação contínua. Inicialmente, os dados foram sujeitos a um processo de pré-tratamento e foi realizada uma análise de correlação cruzada entre as variáveis do processo e o teor alcoólico, com vista a identificar atrasos temporais relevantes. Em seguida, a estrutura da rede NARX foi definida por meio de uma varredura sistemática das combinações de atrasos e do número de neurônios na camada oculta. A arquitetura selecionada foi avaliada em termos de robustez, recorrendo a múltiplas execuções independentes. O modelo foi testado como medidor virtual numa análise exploratória e como preditor multi-horizonte. Os resultados indicaram um desempenho limitado quando utilizado como medidor virtual. Por outro lado, como preditor multi-horizonte, apresentou um bom desempenho nas previsões de curto e médio prazo, com baixos valores de erro e elevados coeficientes de correlação, embora se verifique uma degradação gradual com o aumento do horizonte de previsão. Conclui-se que os modelos NARX treinados com dados industriais reais conseguem aprender a dinâmica temporal do processo e fornecer previsões a curto prazo relevantes. A previsão multi-horizonte destaca-se como a abordagem mais robusta e aplicável para apoio operacional em colunas de destilação industriais.

Palavras-chave: Predição de processos. Rede NARX. Destilação. Dinâmica de processos. Modelagem baseada em dados.

## ABSTRACT

Brazil plays a major role in ethanol production, and distillation columns are key elements in ensuring product quality. These processes operate with complex dynamics, characterized by nonlinearities, multiple interdependent variables, and transport delays, which make it difficult to control and analyze alcohol content in an industrial environment. In this context, the present work aims to develop and evaluate models based on Nonlinear AutoRegressive with eXogenous inputs (NARX) neural networks in order to identify and explore the temporal dynamics of an ethanol distillation column, with a special focus on short-term forecasting to support analysis and operational decision-making. For this purpose, real industrial data from a sugar and ethanol plant were used, totaling 40,000 samples from continuous operation. Initially, the data underwent a pre-treatment process, and a cross-correlation analysis was performed between the process variables and the alcohol content to identify relevant time delays. Next, the NARX network structure was defined by systematically scanning the combinations of delays and the number of neurons in the hidden layer. The selected architecture was evaluated in terms of robustness, using multiple independent runs. The model was tested as a virtual meter in an exploratory analysis and as a multi-horizon predictor. The results indicated limited performance when used as a virtual meter. On the other hand, as a multi-horizon predictor, it performed well in short- and medium-term forecasts, with low error values and high correlation coefficients, although there was a gradual degradation as the forecast horizon increased. It is concluded that NARX models trained with real industrial data can learn the temporal dynamics of the process and provide relevant short-term forecasts. Multi-horizon forecasting stands out as the most robust and applicable approach for operational support in industrial distillation columns.

Keywords: Process prediction. NARX network. Distillation. Process dynamics. Data-driven modeling.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Fluxo simplificado do processo de destilação para obtenção de etanol .....	4
Figura 2.2 – Esquema representativo de uma coluna de destilação industrial .....	5
Figura 2.3 – Representação gráfica do tempo morto em sistemas dinâmicos .....	8
Figura 2.4 – Exemplo de correlograma da função de correlação cruzada .....	10
Figura 2.5 – Esquema conceitual de um modelo orientado a dados, que atua como medidor virtual e preditor .....	11
Figura 2.6 – Hierarquia das camadas de controle e otimização em processos industriais .....	13
Figura 2.7 – Classificação das abordagens de modelagem em função do grau de conhecimento do processo .....	15
Figura 2.8 – Modelo de um neurônio artificial não linear .....	17
Figura 2.9 – Representação da Tangente Hiperbólica .....	19
Figura 2.10 – Arquitetura de uma rede neural MLP .....	20
Figura 2.11 – Fluxo conceitual para identificação dinâmica e validação de estratégias de medição e predição .....	33
Figura 3.1 – Série temporal do teor alcoólico (GL) utilizada no conjunto de modelagem .....	44
Figura 3.2 – Série temporal do teor alcoólico (GL) utilizada no conjunto de simulação .....	44
Figura 3.3 – Arquitetura da rede neural NARX utilizada neste trabalho .....	48
Figura 4.1 – Treino do Modelo para aplicação de medidor virtual .....	73
Figura 4.2 – Simulação do medidor virtual em modo direto .....	74
Figura 4.3 – Treino do Modelo para aplicação do Preditor de Passo 1 .....	77
Figura 4.4 – Treino do Modelo para aplicação do Preditor de Passo 3 .....	77
Figura 4.5 – Treino do Modelo para aplicação do Preditor de Passo 5 .....	78
Figura 4.6 – Treino do Modelo para aplicação do Preditor de Passo 7 .....	78
Figura 4.7 – Treino do Modelo para aplicação do Preditor de Passo 9 .....	79
Figura 4.8 – Simulação do Preditor de Passo 1 .....	80
Figura 4.9 – Simulação do Preditor de Passo 3 .....	81
Figura 4.10 – Simulação do Preditor de Passo 5 .....	81
Figura 4.11 – Simulação do Preditor de Passo 7 .....	82
Figura 4.12 – Simulação do Preditor de Passo 9 .....	82
Figura 4.13 – Comparação das trajetórias de predição em múltiplos passos (Amostra 90.250) .....	83

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Exemplos de aplicações industriais de soft sensors e modelos preditivos baseados em redes neurais .....	28
Tabela 3.1 – Variáveis disponibilizadas pela planta industrial .....	36
Tabela 4.1 – Resultados da correlação cruzada entre variáveis de processo e o teor alcoólico (GalcPV) .....	65
Tabela 4.2 – Desempenho das cinco melhores arquiteturas NARX selecionadas .....	67
Tabela 4.3 – Desempenho médio das cinco arquiteturas NARX após 50 execuções .....	69
Tabela 4.4 – Desempenho do modelo NARX selecionado na melhor execução .....	70
Tabela 4.5 – Estatísticas descritivas do desempenho do modelo NARX selecionado .....	71
Tabela 4.6 – Desempenho do modelo NARX selecionado como medidor virtual (Validação) .....	72
Tabela 4.7 – Desempenho do medidor virtual em modo direto por intervalo .....	74
Tabela 4.8 – Desempenho do medidor virtual em modo autorregressivo por intervalo .....	75
Tabela 4.9 – Desempenho do preditor multi-horizonte por passo de previsão (Validação) ...	76
Tabela 4.10 – Desempenho do preditor multi-horizonte por passo e intervalo de simulação	83
Tabela 4.11 – Comparação de desempenho entre medidor virtual e preditor multi-horizonte .....	84

## LISTA DE ABREVIATURAS

GalcPV	Teor alcoólico (GL)
NivelColAPV	Nível da Coluna A
NivelColBPV	Nível da Coluna B
PVaporColAPV	Pressão de vapor da Coluna A
PVaporColBPV	Pressão de vapor da Coluna B
TempVinhoEntPV	Temperatura de entrada do vinho
VvinhoPV	Vazão de entrada do vinho

## LISTA DE SIGLAS

FCC	Função De Correlação Cruzada
GL	Grau Gay-Lussac
GRU	Unidade Recorrente com Portas (Gated Recurrent Unit)
LSTM	Memória de Longo e Curto Prazo (Long Short-Term Memory)
MAE	Erro Médio Absoluto (Mean Absolute Error)
MAPE	Percentual Absoluto Médio ( <i>Mean Absolute Percentage Error</i> )
MATLAB	Software de computação numérica (Matrix Laboratory)
MLP	Perceptron de Camadas Múltiplas (Multilayer Perceptron)
MSE	Erro Quadrático Médio (Mean Squared Error)
NARX	Autorregressivo não linear com entradas exógenas (Nonlinear AutoRegressive with eXogenous inputs)
NOx	Óxidos de azoto
NRMSE	Raiz do Erro Quadrático Médio Normalizado ( <i>Normalized Root Mean Squared Error</i> )
PID	Malhas De Controle Regulatório Proporcional–Integral–Derivativo
R	Coefficiente de Correlação Cruzada Normalizado
RNA	Redes Neurais Artificiais

## LISTA DE SÍMBOLOS

$d$	Atraso discreto - expresso em número de amostras
$k$	Atraso temporal (lag)
$\beta$	Constante de momento
$\Delta w_{ji}(n-1)$	Correção de peso aplicada na iteração anterior
$\Delta w_{ji}(n)$	Correção de peso aplicada na iteração atual
$r_{xy}(k)$	Função de correlação cruzada normalizada no atraso $k$
$\delta_j(n)$	Gradiente local do erro
$n$	Iteração atual
$\Phi$	Matriz de regressão
$\bar{y}$	Média da série temporal $y(t)$
$\bar{x}$	Média da série temporal $x(t)$
$N$	Número total de observações ou amostras
$n_y$	Ordem (número de atrasos) da variável de saída
$n_u$	Ordem (número de atrasos) das variáveis de entrada
$\hat{y}(t)$	Saída estimada pelo modelo NARX no instante $t$
$x(t)$	Série temporal da variável de entrada
$y(t)$	Série temporal da variável de saída
$y_i(n)$	Sinal de entrada ou saída do neurônio anterior
$\eta$	Taxa de aprendizado
$y_{real}(t)$	Valor real (medido) da variável de saída no instante $t$
$u(t)$	Variável de entrada exógena no instante $t$
$\phi_P(t)$	Vetor de regressão da arquitetura paralela
$\phi_{SP}(t)$	Vetor de regressão da arquitetura série-paralela
$\varphi(k)$	Vetor de regressão no instante $k$

# SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1. Objetivo Geral.....	3
1.2. Objetivos Específicos .....	3
<b>2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA</b> .....	<b>4</b>
2.1. Processos de destilação e características dinâmicas relevantes .....	4
2.2. Atraso, tempo morto e dependência temporal em processos industriais .....	7
2.3. Identificação de atrasos por correlação cruzada.....	9
2.4. Modelos dinâmicos orientados a dados: Medidores Virtuais e Predição.....	11
2.5. Estratégias de Monitoramento e integração na hierarquia de automação industrial .	13
2.6. Modelagem empírica orientada a dados .....	15
2.7. Redes neurais artificiais aplicadas a sistemas dinâmicos .....	17
2.7.1. Algoritmos de treinamento e o termo de momento ( <i>Momentum</i> ).....	21
2.7.2. Arquiteturas de operação: Série-Paralelo, Paralelo e Predição Multi-horizonte ....	22
2.8. Métricas de desempenho e validação de modelos.....	25
2.9. Aplicações industriais de redes neurais NARX em destilação e processos químicos...	27
2.9.1. Aplicações gerais em processos químicos .....	27
2.9.2. Aplicações em sistemas térmicos e colunas de destilação.....	28
2.9.3. Vantagens da arquitetura NARX para processos de produção de etanol .....	29
2.10. Produção científica relacionada ao tema da pesquisa .....	30
2.11. Síntese da revisão bibliográfica e justificativa da abordagem proposta.....	32
<b>3. MATERIAIS E MÉTODOS</b> .....	<b>35</b>
3.1. Base de Dados Industrial e Descrição do Processo .....	35
3.2. Pré-processamento dos Dados.....	37
3.3. Análise de Correlação Cruzada e Identificação de Defasagens .....	39
3.4. Seleção das Variáveis e Sincronização Temporal .....	41
3.5. Divisão dos Dados .....	43
3.6. Definição da Estrutura do Modelo NARX e Espaço de Busca.....	47
3.7. Critérios de Treinamento e Parada .....	49
3.8. Construção das Matrizes de Regressão do Modelo NARX .....	51
3.9. Estratégia de Treinamento, Seleção e Refinamento da Rede Neural .....	54
3.10. Métricas de Avaliação de Desempenho do Modelo .....	57
3.10.1. Avaliação para Seleção da Melhor Configuração .....	57
3.10.2. Avaliação de Estabilidade e Generalização do Modelo Final.....	58
3.11. Aplicação Prática dos Modelos NARX e Estrutura de Simulação .....	59

3.11.1.	Aplicação do Modelo NARX como Medidor Virtual .....	59
3.11.1.1.	Simulação utilizando o Modelo Direto (Estrutura Série-Paralelo)....	59
3.11.1.2.	Simulação pelo modelo autorregressivo (Estrutura Paralela / Free-Run)	60
3.11.2.	Aplicação do Modelo NARX para Predição Multi-Horizonte .....	60
3.12.	Arquitetura Proposta para Implantação Industrial dos Modelos NARX .....	61
3.13.	Síntese do Procedimento Metodológico.....	63
<b>4.</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>	<b>65</b>
4.1.	Resultados da Análise de Correlação Cruzada .....	65
4.2.	Seleção da Arquitetura da Rede NARX.....	67
4.3.	Avaliação da Estabilidade e Robustez do Modelo Seleccionado .....	69
4.4.	Aplicação do modelo NARX como medidor virtual.....	72
4.4.1.	Configuração do modelo para operação como medidor virtual.....	72
4.4.2.	Resultados da simulação do medidor virtual pelo modelo direto .....	74
4.4.3.	Resultados da simulação do medidor virtual pelo modelo autorregressivo .....	75
4.5.	Aplicação do modelo NARX para predição multi-horizonte .....	76
4.5.1.	Resultados do treinamento do modelo para predição multi-horizonte.....	76
4.5.2.	Resultados da simulação do preditor multi-horizonte .....	80
4.6.	Análise comparativa do desempenho do modelo NARX .....	84
<b>5.</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>86</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>89</b>
	<b>APÊNDICE A – RESULTADOS COMPLETOS DA AVALIAÇÃO DAS 108 ARQUITETURAS .....</b>	<b>92</b>
	<b>APÊNDICE B – RESULTADOS DAS EXECUÇÕES REPETIDAS DAS ARQUITETURAS NARX SELECIONADAS.....</b>	<b>94</b>
	<b>APÊNDICE C – RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DO MODELO NARX EM MODO AUTORREGRESSIVO .....</b>	<b>99</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A indústria sucroenergética brasileira desempenha um papel estratégico nos cenários nacional e internacional, sobretudo no que se refere à produção de etanol, amplamente reconhecido como uma das principais fontes de energia renovável do país. Neste contexto, o processo de destilação é uma etapa fundamental para a produção de etanol hidratado, pois permite separar os componentes voláteis da mistura líquida e garantir que o produto cumpre as normas regulamentares e as exigências do mercado em termos de pureza e qualidade (Kister, 1992; McCabe, Smith e Harriot, 1993).

As colunas de destilação utilizadas nesta indústria operam em condições dinâmicas complexas, que se caracterizam por um comportamento não linear, interação entre múltiplas variáveis do processo e presença de atrasos de transporte. Variações nas vazões, nos níveis, nas temperaturas e nas pressões ao longo da coluna afetam diretamente o equilíbrio líquido-vapor entre as fases, resultando em alterações na concentração de álcool do produto. Estas características tornam o acompanhamento e a análise do processo particularmente desafiantes, conforme amplamente documentado na literatura sobre dinâmica e controle de processos industriais (Skogestad, 1997; Seborg et al., 2016).

A medição direta e contínua do teor de álcool em ambiente industrial tem limitações práticas relevantes. Os analisadores físicos dedicados, como os densímetros e os cromatógrafos em linha, têm um custo de aquisição e manutenção elevado e estão sujeitos a atrasos de resposta e a períodos de indisponibilidade operacional associados aos procedimentos de calibração e manutenção. Face a estas limitações, é pertinente investigar estratégias alternativas baseadas em dados que permitam compreender a dinâmica do processo e apoiar a tomada de decisão operacional.

Neste contexto, os modelos baseados em dados e as técnicas de identificação de sistemas têm sido amplamente estudados como ferramentas capazes de representar a relação dinâmica entre as variáveis do processo que são medidas regularmente e as variáveis de interesse que são difíceis de medir diretamente. Em particular, as abordagens baseadas em redes neurais artificiais destacam-se pela sua capacidade de aproximar relações não lineares complexas e de capturar dependências temporais a partir de dados históricos do processo (Aguirre, 2007; Haykin, 1999).

Entre estas abordagens, as redes neurais do tipo Nonlinear AutoRegressive with eXogenous inputs (NARX) apresentam características especialmente adequadas à modelação

dinâmica de processos industriais, uma vez que incorporam explicitamente informações passadas das variáveis de entrada e da variável de saída. Esta estrutura permite ao modelo representar atrasos de transporte e efeitos dinâmicos, sendo amplamente utilizado em aplicações de identificação da dinâmica de entrada/saída e de previsão em sistemas não lineares.

Embora os modelos NARX sejam frequentemente utilizados como sensores virtuais para a estimativa em tempo real de variáveis do processo, a aplicação prática deste tipo de abordagem pode enfrentar limitações associadas à propagação de erros e à sensibilidade a ruídos e perturbações quando operam de forma recursiva. Por outro lado, a exploração preditiva da dinâmica aprendida pelo modelo, através de previsões a curto prazo, surge como uma alternativa promissora para antecipar o comportamento futuro do processo e fornecer informações relevantes para apoiar a operação.

Neste contexto, o presente trabalho centra-se na identificação e exploração da dinâmica temporal de uma coluna de destilação industrial de etanol, recorrendo a modelos baseados em redes neurais do tipo NARX, utilizando exclusivamente variáveis do processo medidas rotineiramente na instalação. São investigadas duas formas de aplicação do modelo aprendido: (i) a sua utilização como medidor virtual, avaliada de forma exploratória, e (ii) a sua utilização como preditor multi-horizonte, considerada a aplicação principal do estudo.

A abordagem proposta visa compreender as potencialidades e as limitações práticas de cada estratégia, avaliando o desempenho dos modelos com base em métricas estatísticas de erro e correlação. O objetivo não é substituir sensores físicos ou análises laboratoriais, mas sim compreender a dinâmica temporal do processo e aplicá-la de forma preditiva, antecipando o comportamento futuro da coluna e apoiando a tomada de decisão operacional.

O presente trabalho encontra-se organizado da seguinte forma: o Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica que aborda os fundamentos da destilação, da dinâmica dos processos, da identificação baseada em dados e das redes neurais NARX. O capítulo 3 descreve os materiais e os métodos utilizados, incluindo a base de dados industrial, o processamento preliminar, a modelação e os critérios de validação. O capítulo 4 apresenta e discute os resultados obtidos, incluindo a análise comparativa entre as diferentes aplicações do modelo. Por fim, o capítulo 5 reúne as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## 1.1. Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver e avaliar modelos baseados em redes neurais do tipo NARX para identificar e explorar a dinâmica temporal de uma coluna de destilação de etanol, utilizando variáveis de processos industriais, com ênfase na previsão de curto prazo, enquanto ferramenta de apoio à análise e à tomada de decisão operacional.

## 1.2. Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral, este trabalho estabelece os seguintes objetivos específicos:

- a) Selecionar e pré-processar dados industriais reais de uma coluna de destilação de etanol, incluindo variáveis de processo medidas rotineiramente na fábrica;
- b) Analisar a relação dinâmica entre as variáveis de processo por meio de análises de correlação cruzada, visando identificar atrasos temporais relevantes;
- c) Definir, treinar e ajustar modelos baseados em redes neurais do tipo NARX, considerando diferentes configurações estruturais de atrasos e de número de neurônios;
- d) Avaliar o desempenho do modelo NARX ao operar como medidor virtual, analisando a estabilidade do modelo e a propagação de erros em simulações recursivas;
- e) Desenvolver e avaliar a aplicação do modelo NARX como preditor multi-horizonte, investigando o seu desempenho para diferentes horizontes de tempo.
- f) Comparar o desempenho das duas abordagens com base em métricas estatísticas de erro e coeficiente de correlação;
- g) Discutir a aplicabilidade da previsão de curto prazo como ferramenta de apoio à análise do comportamento dinâmico e à tomada de decisão operacional em colunas de destilação industriais.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1. Processos de destilação e características dinâmicas relevantes

A destilação é uma das operações unitárias mais utilizadas na indústria de processos, sendo amplamente aplicada nos setores químico, petroquímico e sucroenergético para separar misturas líquidas com base nas diferenças de volatilidade entre os seus componentes (Seader; Henley, 2006). Apesar do desenvolvimento de tecnologias alternativas de separação, a destilação continua é a principal técnica industrial, devido à sua robustez operacional, elevada capacidade de processamento e ao domínio consolidado dos seus fundamentos termodinâmicos e de projeto (McCabe; Smith; Harriot, 1993; Kister, 1992).

Em configurações industriais típicas, a destilação é realizada em colunas contínuas, onde ocorre o contato contracorrente entre o vapor ascendente e o líquido descendente, promovendo a transferência simultânea de massa e energia entre as fases. A alimentação é introduzida num ponto intermédio da coluna, originando duas zonas operacionais distintas: a zona de retificação, responsável pelo enriquecimento do componente mais volátil no topo, e a zona de esgotamento, associada à remoção desse componente na base da coluna. A Figura 2.1 apresenta um fluxo simplificado deste processo.

**Figura 2.1** – Fluxo simplificado do processo de destilação para obtenção de etanol



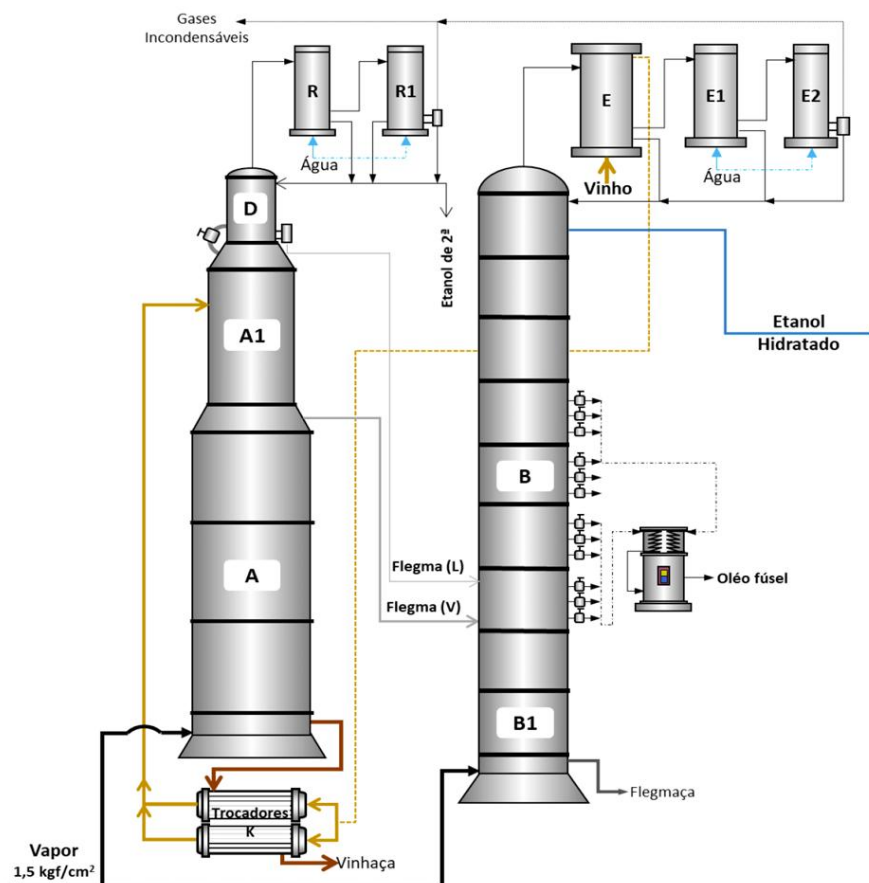
Fonte: Elaborado pelo autor com base em McCabe, Smith e Harriott (1993) e Kister (1992).

Nas plantas industriais, como no processo de produção de etanol, as colunas de destilação funcionam em conjunto com sistemas auxiliares, que incluem condensadores, refluxadores e circuitos de refluxo. Do ponto de vista dinâmico, estes sistemas apresentam um comportamento fortemente não linear, com dinâmica distribuída, constantes de tempo elevadas e um acoplamento multivariável entre vazões, temperaturas, pressões e níveis internos. A propagação de perturbações ao longo da coluna é gradual, resultando em atrasos de transporte

e efeitos de acumulação que dificultam a descrição do processo por meio de modelos estáticos ou de baixa ordem (Skogestad, 1997; Seborg et al., 2016).

A própria estrutura física da coluna, esquematizada na Figura 2.2, mostra que alterações nas variáveis manipuladas, como a taxa de alimentação, a taxa de refluxo ou a carga térmica no destilador, não produzem respostas imediatas nas variáveis de interesse, como a composição do destilado. Nas colunas com pratos ou enchimentos, as respostas estão distribuídas espacialmente ao longo da altura da coluna e temporalmente ao longo de vários estágios de equilíbrio, introduzindo atrasos dominantes e uma dependência temporal significativa na dinâmica do processo (Luyben, 2013).

**Figura 2.2** – Esquema representativo de uma coluna de destilação industrial



Fonte: Santos et al. (2021).

No caso específico da separação etanol-água, estas dificuldades são intensificadas pelo comportamento termodinâmico não ideal da mistura e pela proximidade do ponto azeotrópico, que introduz não linearidades acentuadas na relação entre a temperatura, a composição e a pressão. Como consequência, pequenas variações nas condições operacionais podem resultar

em alterações significativas no teor alcoólico do produto, tornando o controle e o acompanhamento deste tipo de processo mais complexos (Prausnitz; Lichtenthaler; Azevedo, 1999; Seader; Henley, 2006).

Estas características evidenciam que a análise instantânea das variáveis do processo não é suficiente para descrever adequadamente o estado operacional de uma coluna de destilação industrial. A presença de dinâmica distribuída, atrasos de transporte e acoplamento multivariável impõem a necessidade de abordagens de modelação capazes de incorporar explicitamente a dependência temporal do sistema.

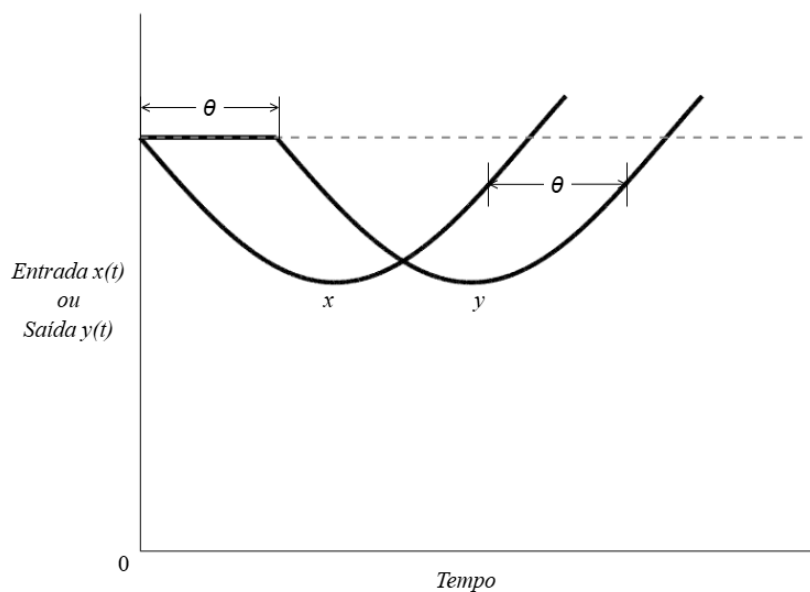
## 2.2. Atraso, tempo morto e dependência temporal em processos industriais

Os processos de destilação industriais apresentam uma dinâmica temporal complexa, na qual a relação entre as variáveis manipuladas, as perturbações e as variáveis de interesse não ocorrem de forma instantânea. Este comportamento está associado aos fenômenos de transporte de massa e de energia ao longo da coluna, bem como aos efeitos de acumulação nos estágios de equilíbrio, resultando em respostas distribuídas no tempo e dependentes da história operacional do sistema (Skogestad, 1997; Seborg et al., 2016).

No contexto da análise dinâmica, é fundamental distinguir o conceito de "tempo morto" daquele associado a constantes de tempo elevadas. O tempo morto, ou atraso puro, caracteriza-se por um intervalo de tempo durante o qual uma variação de uma variável de entrada não produz qualquer efeito observável na variável de saída. Em contraste, as constantes de tempo elevadas estão associadas a respostas lentas, nas quais o efeito da perturbação é imediatamente perceptível, mas desenvolve-se gradualmente ao longo do tempo. Nas colunas de destilação industriais, estes dois fenômenos coexistem frequentemente, dificultando a modelação e o controle do processo por abordagens convencionais (Astrom; Murray, 2021; Seborg et al., 2016).

A estrutura física da coluna de destilação contribui diretamente para a presença destes comportamentos dinâmicos. Alterações em variáveis como a taxa de alimentação, a razão de refluxo ou a carga térmica no evaporador propagam-se ao longo da coluna por meio de múltiplos estágios de contato líquido-vapor. Como consequência, o impacto dessas variações sobre variáveis de qualidade, como a composição do destilado, só é observado após um intervalo de tempo significativo, associado tanto ao transporte ao longo da coluna como à dinâmica interna dos pratos ou enchimentos (Luyben, 2013).

Este comportamento pode ser observado de forma esquemática na Figura 2.3, onde uma variação aplicada a uma variável de entrada resulta numa resposta deslocada no tempo da variável de saída. A figura ilustra a presença de um atraso dominante e de uma dependência temporal, demonstrando que a relação entre a entrada e a saída não pode ser adequadamente descrita por modelos estáticos ou puramente instantâneos.

**Figura 2.3** – Representação gráfica do tempo morto em sistemas dinâmicos

Fonte: Adaptado de Seborg et al. (2016).

Além dos atrasos e da dinâmica lenta, os processos de destilação são caracterizados por um forte acoplamento multivariável, no qual uma única variável manipulada pode influenciar simultaneamente várias variáveis de saída. Este acoplamento torna a interpretação direta das relações entre a entrada e a saída não trivial, sobretudo quando analisadas apenas sob uma perspectiva instantânea, o que reforça a necessidade de abordagens que considerem explicitamente a dependência temporal entre as variáveis do processo.

As ferramentas estatísticas aplicadas a séries temporais, como a análise de correlação cruzada, permitem avaliar a dependência temporal entre as variáveis do processo, auxiliando na identificação dos atrasos dominantes e na seleção das variáveis relevantes para a modelação dinâmica. No entanto, é importante salientar que a existência de correlação estatística não implica necessariamente uma relação causal direta. Desta forma, a interpretação dos resultados destas análises deve ser feita em conjunto com o conhecimento físico do processo e da sua estrutura causal, a fim de se evitarem conclusões espúrias (Ljung, 1999; Aguirre, 2007).

### 2.3. Identificação de atrasos por correlação cruzada

A identificação do tempo morto e das dinâmicas de transporte em sistemas industriais é frequentemente realizada através da análise estatística da dependência temporal entre variáveis do processo (Fortuna et al., 2007). Entre as técnicas disponíveis, a função de correlação cruzada (FCC) destaca-se por quantificar a relação linear entre duas séries temporais deslocadas no tempo, o que permite identificar defasagens dominantes entre os sinais de entrada e de saída. Segundo Ljung (1999), a análise de correlação permite avaliar o grau de semelhança entre séries desfasadas, fornecendo informações relevantes sobre a dependência temporal inerente ao processo.

Para que a análise de correlação represente adequadamente as dinâmicas do sistema, é recomendável que o cálculo seja efetuado com base em séries estacionárias ou previamente tratadas, dado que diferenças de escala e níveis médios podem distorcer a interpretação da intensidade da relação entre variáveis. Neste sentido, Aguirre (2007) realça a importância de se subtrair a média das séries antes do cálculo, de modo a que a análise se concentre nas flutuações em torno do ponto de operação.

A forma mais utilizada da correlação cruzada em aplicações industriais é a correlação cruzada normalizada, definida de modo a que os seus valores permaneçam limitados ao intervalo entre  $-1$  e  $1$ .

Box et al. (2016) definem a função de correlação cruzada normalizada no atraso  $k$  conforme expresso na Equação (2.1):

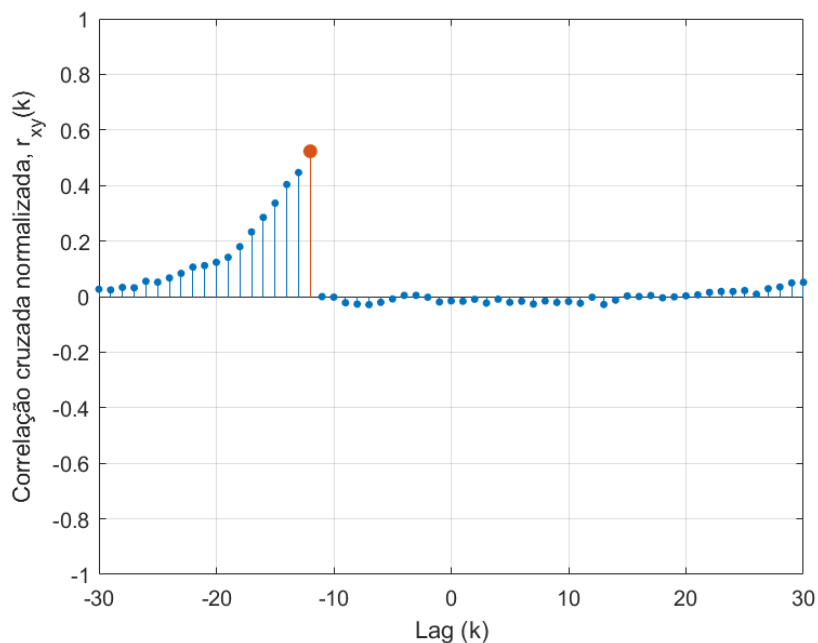
$$r_{xy}(k) = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (x(t) - \bar{x})(y(t+k) - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{t=1}^N (x(t) - \bar{x})^2 \sum_{t=1}^N (y(t) - \bar{y})^2}} \quad (2.1)$$

Em que  $x(t)$  e  $y(t)$  representam, respectivamente, as séries temporais de entrada e saída,  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$  são suas médias,  $N$  é o número de observações e  $k$  é o atraso (lag) analisado. A normalização assegura que o coeficiente de correlação seja independente das unidades de medida das variáveis, permitindo a comparação entre grandezas físicas distintas (Aguirre, 2007).

Na prática, a FCC é interpretada por meio do correlograma, que representa o valor da correlação em função do atraso temporal. Conforme ilustrado na Figura 2.4, o atraso dominante entre as variáveis é associado ao valor de  $k$  no qual o módulo da correlação atinge seu valor

máximo. Em processos industriais com dinâmica de transporte, como colunas de destilação, é esperado que esse máximo ocorra em um atraso positivo, refletindo o tempo necessário para que variações em uma variável influenciem a resposta observada em outra (Box et al., 2016; Fortuna et al., 2007).

**Figura 2.4** – Exemplo de correlograma da função de correlação cruzada



Fonte: Adaptado de Box et al. (2016).

É importante salientar que a correlação cruzada mede a dependência linear estatística e, portanto, não implica necessariamente causalidade. Assim, a interpretação dos atrasos identificados deve ser feita em conjunto com o conhecimento físico do processo, a fim de evitar conclusões espúrias e garantir coerência causal na seleção de variáveis e defasagens para etapas posteriores de modelação.

## 2.4. Modelos dinâmicos orientados a dados: Medidores Virtuais e Predição

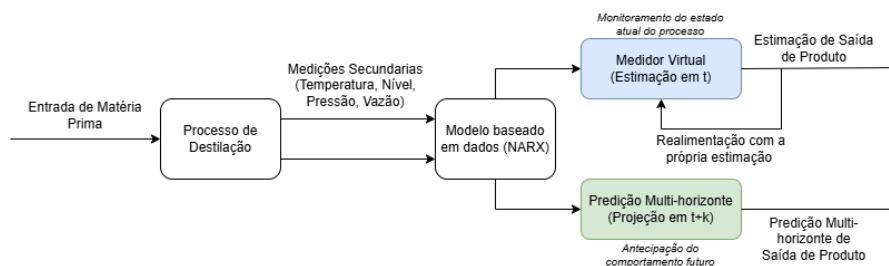
Nos processos industriais complexos, a obtenção de modelos fenomenológicos pormenorizados pode ser limitada pela elevada não linearidade, pelo acoplamento multivariável e pela presença de incertezas inerentes à operação. Nesses casos, os modelos dinâmicos orientados para os dados têm sido amplamente utilizados como uma alternativa eficaz para representar o comportamento do sistema com base em medições históricas, sem ser necessário descrever explicitamente todos os mecanismos físico-químicos internos (SEBORG et al., 2016; AGUIRRE, 2007).

No contexto da indústria de processos químicos e sucroenergéticos, estes modelos assumem duas funções distintas, mas complementares: a de medidores virtuais e a de preditores de processo.

Os medidores virtuais (frequentemente referidos na literatura internacional como "soft sensors") correspondem a sistemas informáticos concebidos para inferir variáveis difíceis de medir ou com longos tempos de análise, como o teor alcoólico, a partir de variáveis secundárias disponíveis em tempo real, como a temperatura, a pressão e a vazão (Kadlec; Gabrys; Strandt, 2009). O objetivo principal desta abordagem é estimar o estado atual do processo, funcionando como uma alternativa ou redundância à instrumentação física instalada (FORTUNA et al., 2007).

A Figura 2.5 ilustra esquematicamente o conceito de funcionamento destas ferramentas baseadas em dados. Enquanto o medidor virtual se concentra na inferência instantânea para preencher lacunas de instrumentação, o modelo pode também ser estruturado para projetar cenários.

**Figura 2.5** – Esquema conceitual de um modelo orientado a dados, que atua como medidor virtual e preditor



Fonte: Adaptado de Kadlec et al. (2009).

Ao contrário da medição virtual, a previsão de processos (Forecasting) tem como foco a antecipação do comportamento futuro da variável em questão, dado um horizonte de previsão. Segundo Aguirre (2007), a capacidade de prever a saída de um sistema dinâmico depende fundamentalmente da correta captura da sua "memória" e dos atrasos de transporte envolvidos.

Nas colunas de destilação, onde a inércia térmica e os tempos mortos são significativos, a predição proporciona uma vantagem operacional superior à simples medição virtual. Enquanto o medidor informa "como o processo está", o preditor indica "para onde o processo vai", permitindo ações proativas de controle e de tomada de decisão antes que os desvios de qualidade se consolidem (Seborg et al., 2016).

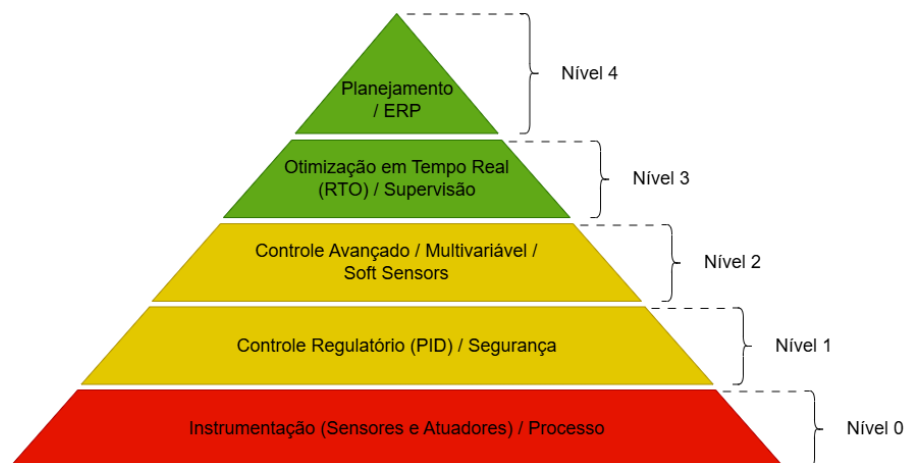
Ambas as abordagens — a medição virtual e a predição — dependem da correta identificação da dinâmica temporal do sistema. Os modelos estáticos são insuficientes para estas tarefas em processos com tempo morto. Por conseguinte, é essencial utilizar estruturas autorregressivas não lineares, como as redes neurais NARX, para processar o histórico das variáveis e fornecer estimativas atuais precisas e predições futuras robustas (Haykin, 1999).

## 2.5. Estratégias de Monitoramento e integração na hierarquia de automação industrial

A implementação de modelos baseados em dados, seja para efeitos de medição virtual ou de previsão de cenários, requer uma integração adequada com a infraestrutura de automação existente na instalação industrial. A operação dos processos químicos modernos é tipicamente organizada de forma hierárquica, estruturada em camadas funcionais que vão desde a instrumentação de campo até ao planeamento empresarial (Seborg et al., 2016).

A Figura 2.6 ilustra a pirâmide de automação clássica. Na base (níveis 0 e 1) estão os sensores físicos e as malhas de controle regulatório Proporcional–Integral–Derivativo (PID), responsáveis pela estabilização instantânea do processo. As estratégias abordadas neste trabalho — medição virtual e predição mul-tihorizonte — situam-se predominantemente no Nível 2 (controle avançado e supervisão) e na interface com o Nível 3 (otimização).

**Figura 2.6** – Hierarquia das camadas de controle e otimização em processos industriais



Fonte: Adaptado de Seborg et al. (2016).

Neste contexto, o modelo NARX não visa substituir a camada de controle regulatório, mas sim fornecer informações complementares para a supervisão e operação. Enquanto os sensores físicos do Nível 0 fornecem dados brutos, como a temperatura e a pressão, os modelos computacionais do Nível 2 processam esses dados para gerar informações de qualidade, como o teor alcoólico estimado, ou informações de tendência, como o teor alcoólico futuro.

Segundo Kadlec et al. (2009), a infraestrutura informática necessária para suportar estas aplicações deve ser capaz de gerir o histórico de dados e executar algoritmos de inferência em tempo hábil. No que se refere à função de "Medidor Virtual", a integração ocorre em tempo

real, fornecendo um feedback contínuo aos operadores ou aos controladores avançados. Quanto à função de predição, o modelo funciona como uma ferramenta de apoio à decisão, permitindo à equipa operacional visualizar antecipadamente o impacto das perturbações e agir de forma proativa e não apenas reativa (FORTUNA et al., 2007).

Portanto, a validação de modelos orientados para os dados não deve considerar apenas a sua precisão estatística, mas também a robustez e a utilidade dentro desta hierarquia. Um modelo preditivo eficaz é aquele que, integrado na camada de supervisão, reduz a incerteza operacional e melhora a estabilidade da coluna de destilação face às variabilidades inerentes ao processo agroindustrial.

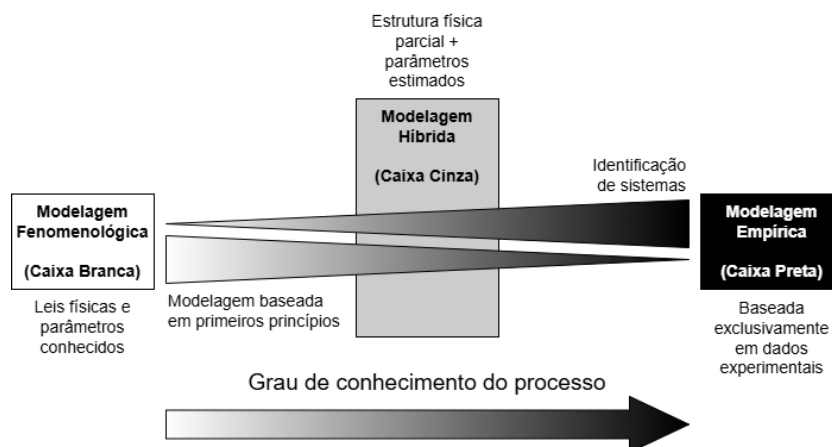
## 2.6. Modelagem empírica orientada a dados

A modelação de processos industriais pode ser realizada através de diferentes abordagens, que variam consoante o nível de conhecimento físico disponível e a forma como este é incorporado no modelo. Nos sistemas complexos, que se caracterizam pela presença de não linearidades, acoplamento multivariável e variabilidade operacional, a construção de modelos fenomenológicos completos pode tornar-se inviável, o que motiva a utilização de abordagens empíricas orientadas para os dados (Aguirre, 2007; Ljung, 1999).

De um modo geral, a literatura especializada classifica os modelos em três categorias principais: caixa-branca, caixa-cinza e caixa-preta. Os modelos "caixa-branca" baseiam-se predominantemente em leis físicas e equilíbrios fundamentais, exigindo um conhecimento detalhado do processo. Os modelos "caixa-preta" são obtidos a partir de dados experimentais, com uma incorporação mínima de conhecimento físico explícito, ao passo que os modelos "caixa-cinza" combinam informações físicas parciais com técnicas de ajuste orientadas para os dados, procurando um compromisso entre a interpretabilidade e o desempenho (Seborg et al., 2016; Aguirre, 2007).

A Figura 2.7 ilustra, de forma conceitual, esta classificação, evidenciando o continuum existente entre modelos puramente fenomenológicos e modelos puramente empíricos, bem como a posição intermédia das abordagens híbridas. A figura mostra que a escolha do tipo de modelo depende da disponibilidade de dados, do nível de conhecimento físico do processo e dos requisitos da aplicação.

**Figura 2.7** – Classificação das abordagens de modelagem em função do grau de conhecimento do processo



Fonte: Adaptado de Fortuna et al. (2007).

No contexto da modelação empírica orientada para os dados, as técnicas de aprendizagem automática, incluindo as redes neurais artificiais, têm sido amplamente referidas na literatura como ferramentas capazes de representar relações não lineares complexas entre variáveis do processo. Estas técnicas enquadram-se tipicamente na categoria de modelos "caixa-preta", dado que o respetivo processo de aprendizagem se baseia predominantemente em dados históricos, com menor interpretabilidade física direta (Haykin, 1999; Kadlec et al., 2009).

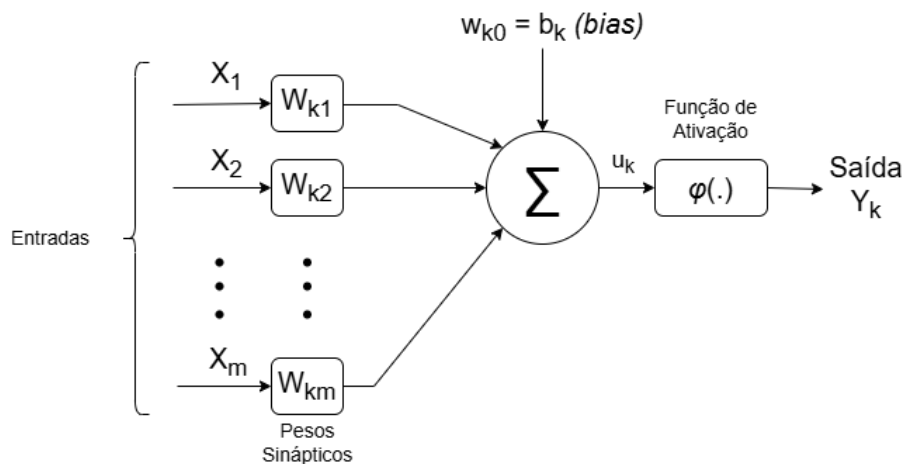
Assim, a modelação empírica orientada para os dados e a distinção entre abordagens de caixa-branca, caixa-cinza e caixa-preta fornecem o enquadramento conceitual necessário para compreender as estratégias de identificação adotadas na literatura.

## 2.7. Redes neurais artificiais aplicadas a sistemas dinâmicos

As Redes Neurais Artificiais (RNA) constituem uma classe de modelos computacionais inspirados, de forma abstrata, na estrutura e no funcionamento do sistema nervoso biológico, desenvolvidos com o objetivo de reproduzir a capacidade de aprendizagem e de generalização observada nos sistemas naturais. Segundo Haykin (1999), uma rede neural pode ser definida como um processador distribuído e maciçamente paralelo, composto por unidades de processamento simples (neurônios artificiais), capaz de adquirir conhecimento a partir de dados experimentais e de o utilizar para fazer inferências e previsões.

O elemento fundamental desta estrutura é o neurônio artificial. Conforme descrito por Silva et al. (2017), o modelo matemático do neurônio artificial visa reproduzir, de forma simplificada, a recepção de sinais de entrada, o processamento por meio de uma soma ponderada e a geração de um sinal de saída após a aplicação de uma função de ativação não linear. A estrutura básica de um neurônio artificial é apresentada na Figura 2.8.

**Figura 2.8** – Modelo de um neurônio artificial não linear



Fonte: Adaptado de Haykin (1999).

Matematicamente, o funcionamento do neurônio pode ser descrito pelas expressões apresentadas nas Equações (2.2) e (2.3) (Haykin, 1999). Em que  $x_j$  representa os sinais de entrada,  $w_{kj}$  são os pesos sinápticos associados a cada entrada,  $b_k$  é o termo de viés (*bias*),  $u_k$  corresponde ao campo local induzido e  $\varphi(\cdot)$  é a função de ativação responsável por introduzir a não linearidade no modelo. O sinal  $y_k$  representa a saída do neurônio.

$$u_k = \sum_{j=1}^m w_{kj}x_j + b_k \quad (2.2)$$

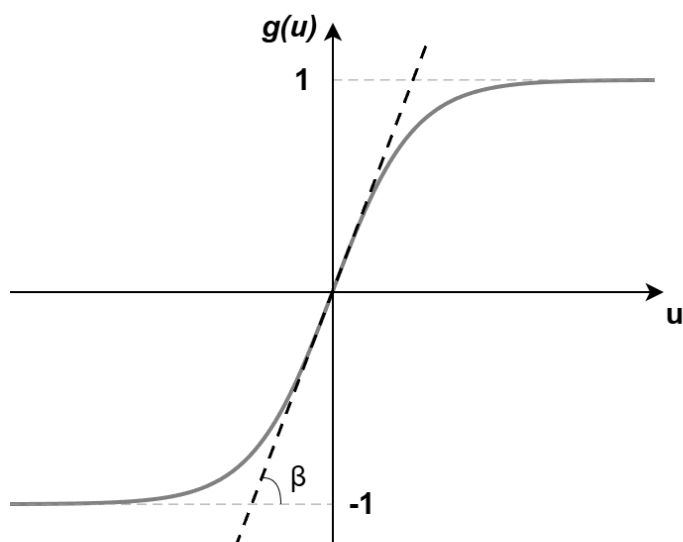
$$y_k = \varphi(u_k) \quad (2.3)$$

A função de ativação desempenha um papel central na capacidade de modelação das RNA. Nas aplicações de engenharia química e controle de processos, é comum utilizar funções sigmoidais, como a logística ou a tangente hiperbólica, sobretudo nas camadas ocultas, devido à sua diferenciabilidade, que é uma característica essencial para os algoritmos de treino baseados no gradiente (Silva et al., 2017).

Entre as funções de ativação plenamente diferenciáveis (cujas derivadas de primeira ordem existem em todo o domínio), a função tangente hiperbólica é amplamente utilizada nas camadas ocultas das redes neurais. Segundo Silva et al. (2017), ao contrário da função logística, a saída produzida por esta função assume sempre valores reais no intervalo entre -1 e 1, possuindo a seguinte expressão matemática, representada pela Equação (2.4):

$$g(u) = \frac{1 - e^{-\beta u}}{1 + e^{-\beta u}} \quad (2.4)$$

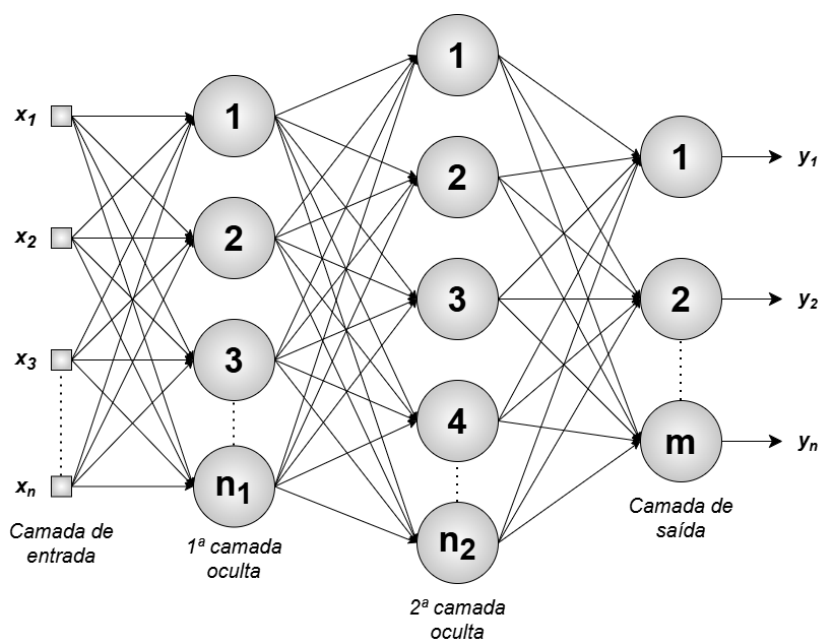
A inclinação da função no seu ponto de inflexão é uma constante real. Quanto maior for o valor do parâmetro, mais acentuada será a inclinação da curva, fazendo com que a função se aproxime do comportamento de uma função de degrau bipolar. Além de a diferenciabilidade ser essencial para os algoritmos de treino baseados no gradiente, a natureza antissimétrica da função tangente hiperbólica favorece significativamente a convergência e a estabilidade do processo de aprendizagem da rede neural. O comportamento típico desta função de ativação pode ser observado na Figura 2.9.

**Figura 2.9** – Representação da Tangente Hiperbólica

Fonte: Adaptado de Silva et al. (2017).

Embora um único neurônio tenha uma capacidade computacional limitada, a interconexão de múltiplos neurônios organizados em camadas confere às redes neurais um elevado poder de aproximação funcional. Uma das arquiteturas mais utilizadas em problemas de modelação e desenvolvimento de sensores de software é o Perceptron de Camadas Múltiplas (MLP – Multilayer Perceptron). Conforme ilustrado na Figura 2.10, esta arquitetura é composta por uma camada de entrada, uma ou mais camadas ocultas (em que ocorre o processamento não linear) e uma camada de saída que fornece a estimativa da variável de interesse. As conexões entre os neurônios são unidirecionais, o que caracteriza um fluxo de sinal do tipo feedforward (Haykin, 1999; Silva et al., 2017).

**Figura 2.10** – Arquitetura de uma rede neural MLP



Fonte: Adaptado de Silva et al. (2017).

A utilização de redes MLP em aplicações de modelação de processos industriais baseia-se no Teorema da Aproximação Universal. Segundo Haykin (1999), uma rede MLP com pelo menos uma camada oculta e um número suficiente de neurônios e funções de ativação não lineares é capaz de aproximar qualquer função contínua multivariável com uma precisão arbitrária.

Embora o Teorema da Aproximação Universal garanta que uma única camada oculta é suficiente, determinar empiricamente a topologia adequada, principalmente o número ideal de neurônios nesta camada, é um desafio na modelagem. Uma topologia com um número insuficiente de neurônios pode resultar na incapacidade da rede para extrair as características do processo (subajuste ou *underfitting*), ao passo que um número excessivo pode conduzir à memorização dos dados e à perda da capacidade de generalização (sobreajuste ou *overfitting*).

Para lidar com esta questão estrutural da rede, para além de métodos estatísticos como a validação cruzada, a literatura sugere regras analíticas que ajudam a especificar a topologia inicial da rede. Segundo Silva et al. (2017), duas das heurísticas mais utilizadas para redes com uma única camada oculta são o método de Kolmogorov e o método de Fletcher-Gloss.

O método de Kolmogorov estabelece que o limite superior para o número de neurônios na camada oculta ( $n_1$ ) pode ser determinado em função do número de variáveis de entrada ( $n$ ) da rede, conforme a Equação (2.5):

$$n_1 = 2 * n + 1 \quad (2.5)$$

De forma complementar, o método de Fletcher-Gloss define um intervalo de busca estruturado para esse número de neurônios, tendo em conta não só as entradas, mas também o número de neurônios da camada de saída ( $n_2$ ). Esta regra é definida pela desigualdade da Equação (2.6):

$$2\sqrt{n} + n_2 \leq n_1 \leq 2 * n + 1 \quad (2.6)$$

A adoção destas métricas fornece um ponto de partida consistente e justifica a delimitação de um espaço de busca paramétrico estruturado. Em vez de uma busca puramente empírica, a aplicação destes limites reduz a dimensionalidade do espaço de busca durante a fase de validação dos hiperparâmetros do modelo.

No entanto, como Aguirre (2007) salienta, apesar da sua elevada capacidade de aproximação estática, as redes MLP convencionais não incorporam de forma explícita a dinâmica temporal dos sistemas. Os processos industriais, como as colunas de destilação, apresentam um comportamento dinâmico com memória, em que a saída atual depende não só das entradas instantâneas, mas também dos valores passados das variáveis do processo. Desta forma, a aplicação de redes neurais a sistemas dinâmicos requer mecanismos capazes de representar esta dependência temporal, seja através de estruturas recorrentes, seja pela inclusão de regressores atrasados na camada de entrada, originando arquiteturas dinâmicas referidas na literatura, como o modelo NARX (Aguirre, 2007; Silva et al., 2017).

### **2.7.1. Algoritmos de treinamento e o termo de momento (*Momentum*)**

O processo de aprendizagem de uma RNA consiste no ajuste iterativo dos seus pesos sinápticos, de modo a minimizar uma função de custo geralmente associada ao erro entre a saída estimada pela rede e a resposta desejada do processo. Entre os métodos de aprendizagem supervisionada, o algoritmo de retropropagação do erro (*backpropagation*) destaca-se como um dos mais amplamente utilizados no treino de redes do tipo MLP (Haykin, 1999).

O algoritmo de retropropagação baseia-se na descida do gradiente da função de erro relativamente aos pesos da rede, utilizando a regra delta generalizada para atualizar esses

parâmetros de forma iterativa. Apesar da sua ampla aplicabilidade, este método pode apresentar limitações práticas, como a convergência lenta e o comportamento oscilatório durante o treino, especialmente em superfícies de erro altamente não lineares ou ruidosas, características comuns nos dados provenientes de processos industriais (Silva et al., 2017).

Com o objetivo de mitigar estes efeitos, a literatura sugere a introdução do termo de momento no processo de atualização dos pesos. A regra de atualização do peso  $w_{ij}$  conectando o neurônio  $i$  ao neurônio  $j$ , com a inclusão do termo de momento  $\beta$ , é expressa pela Equação (2.7) (Haykin, 1999).

$$\Delta w_{ji}(n) = \beta \Delta w_{ji}(n-1) + \eta \delta_j(n) y_i(n) \quad (2.7)$$

Onde:

- $\Delta w_{ji}(n)$  é a correção de peso aplicada na iteração atual;
- $\Delta w_{ji}(n-1)$  é a correção de peso aplicada na iteração anterior;
- $\beta$  é a constante de momento, com  $0 \leq \beta < 1$ ;
- $\eta$  é a taxa de aprendizado;
- $\delta_j(n)$  é o gradiente local do erro;
- $y_i(n)$  é o sinal de entrada ou saída do neurônio anterior.

O *momentum* atua como um fator de inércia no espaço de pesquisa, incorporando uma fração da variação dos pesos da iteração anterior à atualização corrente. Segundo Haykin (1999), esta estratégia permite suavizar as oscilações indesejadas, acelerar a convergência em regiões de gradiente consistente e reduzir a probabilidade de o algoritmo ficar preso em mínimos locais rasos da função de erro.

Do ponto de vista físico e computacional, o termo de momento confere maior estabilidade ao processo de aprendizagem, tornando-o menos sensível a flutuações abruptas do gradiente causadas por ruído nos dados de treino. Esta característica é particularmente relevante na modelação de sistemas industriais, em que as medições no terreno estão frequentemente sujeitas a incertezas, perturbações e variabilidade operacional (Aguirre, 2007).

### 2.7.2. Arquiteturas de operação: Série-Paralelo, Paralelo e Predição Multi-horizonte

Os Modelos neurais do tipo NARX são caracterizados pela utilização de valores passados das variáveis de entrada e da variável de saída para estimar o estado atual do sistema. Narendra e Parthasarathy (1990), apresentam a equação geral que descreve este comportamento dinâmico não linear, respectivamente apresentada na Equação (2.8):

$$\hat{y}(t) = f(u(t-1), \dots, u(t-n_u), y(t-1), \dots, y(t-n_y)) \quad (2.8)$$

Neste caso,  $\hat{y}(t)$  representa a saída do sistema,  $u(t)$  representa as entradas exógenas,  $n_u$  e  $n_y$  representam as ordens dos atrasos de entrada e saída, respectivamente, e  $f[\cdot]$  representa a função de mapeamento não linear realizada pela rede neural.

Embora a Equação (2.8) defina a estrutura matemática da rede, a forma como os regressores de saída  $y(t-k)$  são obtidos, difere substancialmente entre a fase de treino e a fase de aplicação prática, originando duas arquiteturas distintas: a arquitetura série-paralela e a arquitetura paralela (Hagan, Demuth e Beale, 2014).

Na configuração série-paralelo (também designada por open-loop), utilizada sobretudo durante a fase de treino e na validação de um passo à frente, os valores atrasados da saída que compõem o vetor de regressão provêm de medições reais do processo. O vetor de entrada da rede ( $\phi_{SP}$ ) é definido como pela Equação (2.9):

$$\phi_{SP}(t) = [u(t-1), \dots, u(t-n_u), y_{real}(t-1), \dots, y_{real}(t-n_y)] \quad (2.9)$$

Esta abordagem garante a estabilidade do algoritmo de aprendizagem, uma vez que a rede é alimentada com dados corretos (ground truth), impedindo que os erros de estimação cometidos em momentos anteriores afetem a atualização dos pesos no instante atual.

Por outro lado, na configuração paralela (também designada por closed-loop ou free-run), típica da aplicação de medidores virtuais em tempo real, em que a medição física não existe, o modelo deve utilizar as suas próprias estimativas passadas para compor o regressor. O vetor de entrada ( $\phi_P$ ) torna-se recursivo, sendo apresentado pela Equação (2.10):

$$\phi_P(t) = [u(t-1), \dots, u(t-n_u), \hat{y}(t-1), \dots, \hat{y}(t-n_y)] \quad (2.10)$$

Em que  $\hat{y}$  representa a saída estimada pela própria rede em instantes anteriores. A literatura indica que a operação baseada na Equação (2.10) é crítica devido ao fenômeno da propagação de erro. Como a estimativa atual  $\hat{y}(t)$  depende das estimativas passadas, qualquer imprecisão introduzida pelo modelo é reinserida na entrada nos passos subsequentes.

Haykin (2009) alerta que, em sistemas não lineares, este feedback de erros pode conduzir à divergência da saída ou a oscilações espúrias, o que degrada severamente o desempenho do medidor virtual ao longo do tempo, mesmo que o erro de treino (baseado na Equação (2.9)) tenha sido baixo.

Diante desta limitação da operação puramente paralela para longos períodos, a predição multi-horizonte (*k*-steps ahead prediction) surge como a aplicação mais robusta. Ao contrário do medidor virtual contínuo, que exige estabilidade infinita da Equação (2.10), a predição concentra-se em projetar o comportamento do processo para um horizonte temporal finito ( $t + k$ ). Nesta abordagem, a recursividade está presente para calcular os passos futuros, mas o horizonte limitado restringe a acumulação de erros, permitindo que o modelo forneça informações valiosas sobre a tendência do processo, sem a divergência observada em simulações de longo prazo (AGUIRRE, 2007).

## 2.8. Métricas de desempenho e validação de modelos

A avaliação do desempenho e a validação de modelos orientados para os dados são etapas essenciais para identificar sistemas e desenvolver modelos preditivos aplicados a processos industriais. Geralmente, esta avaliação é efetuada recorrendo a métricas estatísticas que quantificam a discrepância entre os valores estimados pelo modelo e os valores medidos experimentalmente, possibilitando a comparação de modelos e a verificação da qualidade do ajuste (Ljung, 1999; Aguirre, 2007).

O Erro Quadrático Médio (Mean Squared Error, MSE) é uma métrica baseada no erro quadrático, definida pela Equação (2.11). O MSE penaliza mais fortemente os erros de maior magnitude e é amplamente utilizado como indicador global de erro entre a série medida e a série estimada.

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y(t) - \hat{y}(t))^2 \quad (2.11)$$

O Erro Médio Absoluto (Mean Absolute Error, MAE), apresentado na Equação (2.12), calcula a média dos valores absolutos das diferenças entre os valores medidos e os valores estimados. Ao não elevar o erro ao quadrado, o MAE é menos sensível a valores extremos do que o MSE, fornecendo uma medida direta do desvio média do modelo.

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |y(t) - \hat{y}(t)| \quad (2.12)$$

O Erro Percentual Absoluto Médio (*Mean Absolute Percentage Error*, MAPE) é definido pela Equação (2.13), expressa o erro médio em termos percentuais relativamente aos valores medidos. Essa métrica é útil, pois fornece um indicador adimensional e de fácil compreensão. No entanto, deve ser utilizada com cautela quando os valores medidos se aproximam de zero, pois isso pode distorcer a análise ao inflar a métrica.

$$\text{MAPE} = \frac{100}{N} \sum_{t=1}^N \left| \frac{y(t) - \hat{y}(t)}{y(t)} \right| \quad (2.13)$$

A Raiz do Erro Quadrático Médio Normalizado (*Normalized Root Mean Squared Error*, NRMSE), apresentada na Equação (2.14), consiste numa forma normalizada do RMSE, produzindo um indicador adimensional. A normalização reduz a influência da escala e das unidades físicas da variável em análise, facilitando a comparação entre diferentes condições operacionais ou variáveis.

$$\text{NRMSE} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y(t) - \hat{y}(t))^2}}{y_{\max} - y_{\min}} \quad (2.14)$$

Para além das métricas de erro, é utilizado o indicador  $R$ , associado ao grau de aderência estatística entre as séries medida e estimada. Neste trabalho,  $R$  é obtido a partir da FCC, conforme definido na Seção 2.3, aplicada entre as séries  $y(k)$  e  $\hat{y}(k)$ . Desse modo,  $R$  é calculado de acordo com a Equação (2.15), representando um coeficiente adimensional que varia entre  $-1$  e  $1$ . Valores próximos de  $1$  indicam uma forte aderência entre as séries (Box et al., 2016; Aguirre, 2007).

$$R = \frac{\sum_{t=1}^N (y(t) - \bar{y})(\hat{y}(t) - \bar{\hat{y}})}{\sqrt{\sum_{t=1}^N (y(t) - \bar{y})^2 \sum_{t=1}^N (\hat{y}(t) - \bar{\hat{y}})^2}} \quad (2.15)$$

Em que:

- $y(k)$  representa o valor medido da variável de interesse no instante  $k$ ;
- $\hat{y}(k)$  representa o valor estimado pelo modelo;
- $N$  é o número total de amostras utilizadas na avaliação;

Desta forma, a utilização conjunta do MSE, do MAE, do MAPE, do NRMSE e do indicador  $R$  (através da FCC) permite uma avaliação abrangente do desempenho do modelo, contemplando medidas quadráticas, absolutas, percentuais, normalizadas e de aderência estatística entre séries, oferecendo uma base consistente para a validação e comparação de modelos orientados para os dados em aplicações industriais (Ljung, 1999; Aguirre, 2007).

## **2.9. Aplicações industriais de redes neurais NARX em destilação e processos químicos**

A aplicação de modelos baseados em redes neurais artificiais, em especial os da arquitetura NARX, tem se expandido de forma significativa na engenharia de processos. Esta tendência resulta da elevada capacidade desses modelos de representar dinâmicas não lineares complexas e em incorporar explicitamente a dependência temporal das variáveis, uma característica essencial para a identificação de sistemas industriais reais (Haykin, 1999; Aguirre, 2007).

Embora historicamente estes modelos se tenham consolidado como ferramentas para o desenvolvimento de sensores virtuais (soft sensors), com vista à substituição de analisadores físicos, a literatura recente destaca o seu crescente potencial como ferramentas de previsão e apoio à decisão. Neste contexto, o modelo deixa de ser apenas um instrumento de medição indireta para passar a atuar como um preditor de tendências, antecipando o comportamento futuro do processo perante perturbações (FORTUNA et al., 2007).

### **2.9.1. Aplicações gerais em processos químicos**

Na indústria de processos químicos, os modelos orientados para os dados são amplamente utilizados em tarefas de monitoramento, controle e previsão de variáveis de qualidade. Kadlec et al. (2009) salientam, numa revisão abrangente, que as redes neurais artificiais estão entre as técnicas mais utilizadas para estimar variáveis não medidas diretamente, sobretudo em situações em que os analisadores físicos apresentam tempos de amostragem longos ou baixa confiabilidade.

Um exemplo clássico, referido por Fortuna et al. (2007), é a estimativa contínua das emissões de óxidos de azoto (NO<sub>x</sub>) em centrais termoelétricas. A dinâmica da combustão, que é fortemente não linear, exige modelos que não só estimem a emissão atual com base na queima, como também permitam prever o impacto de alterações nas variáveis manipuladas (ar/combustível). A utilização de modelos neurais possibilitou o cumprimento de regulamentações ambientais rigorosas com um desempenho superior ao dos modelos lineares convencionais, servindo de base para sistemas de controle preditivo (LI et al., 2005).

A Tabela 2.1 apresenta uma síntese das aplicações industriais encontradas na literatura, abrangendo tanto a função de medição virtual como a de suporte ao controle.

**Tabela 2.1** – Exemplos de aplicações industriais de soft sensors e modelos preditivos baseados em redes neurais

<b>Processo industrial</b>	<b>Variável estimada</b>	<b>Objetivo do modelo</b>	<b>Referência</b>
<b>Coluna de destilação</b>	Composição de butano no fundo (C4)	Compensação de atraso de analisador (30–45 min)	Fortuna et al. (2007)
<b>Refinaria de petróleo</b>	Propriedades de fluxo (viscosidade, ponto de fulgor)	Substituição de análises laboratoriais infrequentes	Kadlec et al. (2009)
<b>Produção de etanol</b>	Temperatura e concentração	Controle adaptativo e sintonia de malhas	Meleiro; Maciel Filho (2000)
<b>Usinas termoelétricas</b>	Emissões de NOx	Monitoramento ambiental contínuo (CEMS)	Fortuna et al. (2007)
<b>Reatores de polimerização</b>	Grau de cura / peso molecular	Inferência de qualidade final do polímero	Kadlec et al. (2009)

Fonte: Elaborado pelo autor com base em Fortuna et al. (2007) e Kadlec et al. (2009).

### 2.9.2. Aplicações em sistemas térmicos e colunas de destilação

Nas colunas de destilação, a dinâmica do processo é caracterizada por constantes de tempo elevadas, acoplamento entre variáveis e atrasos significativos entre as ações de controle e a resposta da composição do produto (Seborg et al., 2016). Estas características tornam o controle puramente reativo (baseado apenas na medição atual) ineficaz perante perturbações de carga.

Estudos de caso, como o de uma coluna debutanizadora industrial apresentado por Fortuna et al. (2007), demonstram a eficácia dos modelos NARX na previsão da concentração de impurezas. Neste exemplo, o analisador físico apresentava um atraso total da ordem dos 45 minutos. O modelo neural, alimentado por medições de temperatura e de pressão, não só

forneceu estimativas instantâneas como também permitiu antecipar desvios de qualidade, resultando numa operação mais estável.

Além disso, Silva et al. (2017) demonstraram que a capacidade de aprendizagem da dinâmica temporal permite que as redes neurais atuem como elementos ativos em estratégias de controle avançado. Ao prever a trajetória futura da variável controlada, o sistema pode agir preventivamente, reduzindo o tempo de acomodação e o sobressinal da resposta dinâmica nas colunas de destilação.

### **2.9.3. Vantagens da arquitetura NARX para processos de produção de etanol**

No contexto específico da produção de etanol, o processo envolve a separação de uma mistura azeotrópica de etanol e água, cujo comportamento termodinâmico é fortemente não linear. Meleiro e Maciel Filho (2000) aplicaram técnicas de controle adaptativo baseadas em redes neurais a uma fábrica de etanol, demonstrando que a capacidade preditiva desses modelos contribui significativamente para reduzir a variabilidade do produto.

A arquitetura NARX apresenta vantagens particularmente relevantes para este tipo de processo quando o objetivo é a predição multi-horizonte, salientando-se três aspectos principais:

- Modelagem explícita de atrasos: A inclusão de valores passados das variáveis de entrada e de saída permite capturar naturalmente os tempos de transporte da coluna, o que é fundamental para projetar estados futuros (Seborg et al., 2016).
- Robustez a ruídos: O treino com grandes volumes de dados históricos permite que a rede aprenda a dinâmica dominante do processo, filtrando as oscilações de alta frequência que poderiam prejudicar a previsão (Fortuna et al., 2007).
- Capacidade de generalização temporal: Ao aprender a relação dinâmica recursiva, o modelo NARX torna-se apto a realizar previsões de múltiplos passos à frente, oferecendo aos operadores uma "janela de oportunidade" para atuarem no processo antes que a qualidade do etanol seja afetada (Kadlec et al., 2009).

## **2.10. Produção científica relacionada ao tema da pesquisa**

No decurso desta investigação, foram realizados estudos complementares relacionados com o processo de produção de etanol e com o controle de variáveis industriais. Estes trabalhos contribuíram para a compreensão do comportamento do processo e para a consolidação de conhecimentos aplicados à área da engenharia de processos e da automação industrial. Os estudos envolveram análises microbiológicas da fermentação, avaliação da eficiência dos equipamentos industriais, análise das estratégias de controle do processo e identificação de relações dinâmicas entre as variáveis operacionais. A seguir, são apresentados de forma resumida os principais trabalhos desenvolvidos durante o mestrado.

Um dos estudos realizados teve como objetivo avaliar a qualidade microbiológica do processo de fermentação na produção de etanol. Neste estudo, foram analisados parâmetros como a viabilidade celular, a porcentagem de brotação e a concentração de bastonetes vivos, que influenciam diretamente a eficiência da fermentação alcoólica. Os resultados indicaram que valores adequados destes parâmetros estão associados a melhores condições operacionais e a uma maior eficiência na produção de etanol. O estudo demonstrou que o controle microbiológico é fundamental para garantir a estabilidade e o desempenho do processo de fermentação (CASTRO et al., 2020a).

Outro estudo investigou a eficiência do processo de centrifugação do fermento utilizado para separar o fermento do vinho no processo de produção de etanol. A análise baseou-se em indicadores operacionais, principalmente a porcentagem de fermento no creme e a perda de fermento no vinho. Os resultados obtidos indicaram uma eficiência média de cerca de 96% no processo de centrifugação, demonstrando que o funcionamento adequado do equipamento contribui diretamente para a eficiência global do processo de fermentação e para a diminuição das perdas de fermento (CASTRO et al., 2020b).

Foi também desenvolvido um estudo destinado à análise da sintonia do controlador no processo de centrifugação do fermento. Neste estudo, foram avaliadas variáveis associadas à malha de controle do sistema, incluindo a variável manipulada, a variável do processo e o valor de referência (set point). Os resultados indicaram um erro médio de controle próximo de 1%, demonstrando que uma sintonia adequada do controlador contribui para a estabilidade operacional do processo e para a melhoria das condições de produção de etanol (CASTRO et al., 2020c).

Posteriormente, no âmbito da continuação das investigações relacionadas com a dinâmica dos processos industriais, foi realizado um estudo destinado à análise da correlação

entre variáveis do processo e à identificação de atrasos em uma coluna de destilação de etanol. Neste trabalho, foi aplicada a técnica de correlação cruzada entre variáveis operacionais, especificamente temperatura, vazão, pressão e nível, em relação ao teor alcoólico do produto. Os resultados obtidos revelaram valores de correlação superiores a 0,75 e atrasos entre as variáveis analisadas que variaram entre aproximadamente 6 e 10 minutos, evidenciando a existência de relações dinâmicas relevantes no processo de destilação (CASTRO et al., 2025). Estes resultados são particularmente importantes para o desenvolvimento de modelos dinâmicos e sensores virtuais aplicados ao controle e monitoramento do teor alcoólico em processos industriais de produção de etanol.

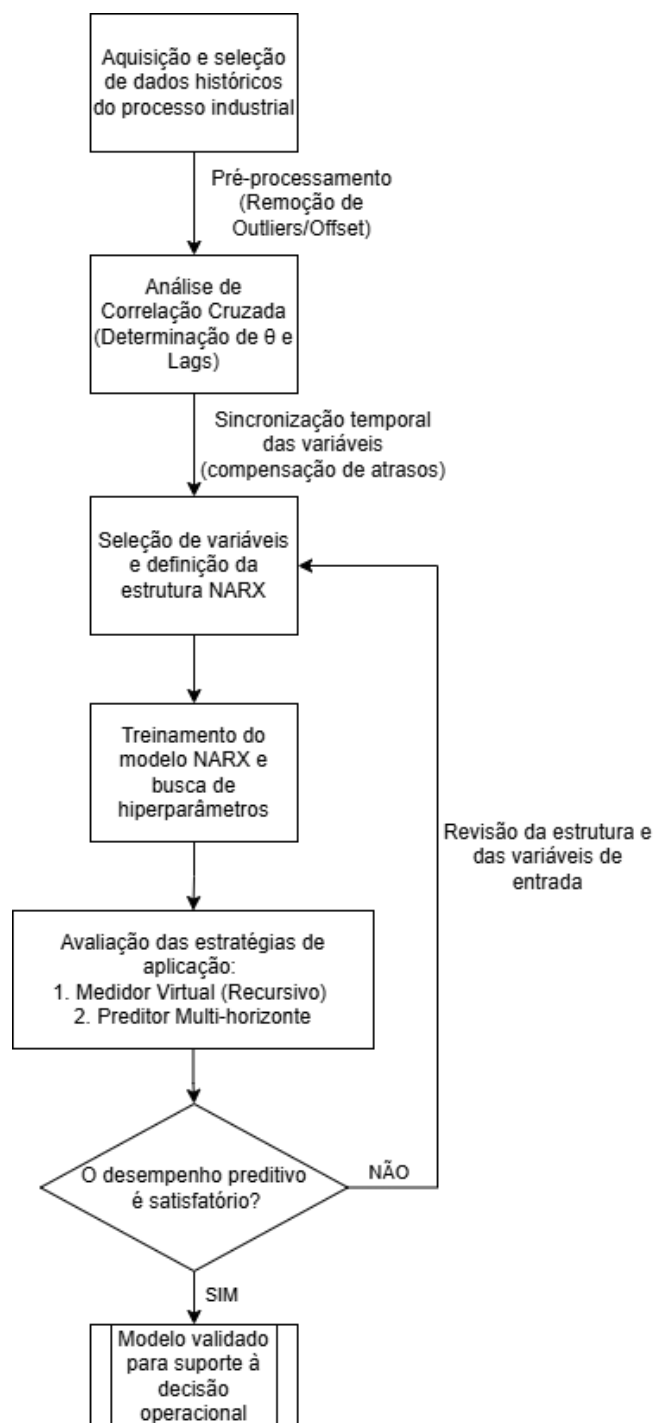
## 2.11. Síntese da revisão bibliográfica e justificativa da abordagem proposta

A revisão bibliográfica apresentada neste capítulo mostra que o controle e a análise de colunas de destilação industriais são um desafio complexo, devido à natureza multivariável, não linear e dependente do tempo destes processos. A presença de atrasos de transporte significativos, associada à dinâmica de mistura ao longo dos estágios da coluna, torna as medições instantâneas ou os modelos estáticos insuficientes para descrever adequadamente o estado termodinâmico futuro do sistema (Seborg et al., 2016).

Neste contexto, a literatura especializada sugere os modelos dinâmicos orientados para os dados como uma alternativa tecnicamente viável para superar as limitações da instrumentação convencional. Entre as técnicas de modelação empírica, a arquitetura NARX destacou-se como a mais adequada para este efeito. A fundamentação teórica sugere que a inclusão de regressores atrasados na camada de entrada confere ao modelo a "memória" necessária para compensar o tempo morto (Aguirre, 2007), ao passo que a utilização de algoritmos de treino com momentum garante a estabilidade da aprendizagem em ambientes industriais sujeitos a ruído (Haykin, 1999).

A integração destes conceitos permite estruturar a metodologia de investigação em etapas sequenciais lógicas, focadas na captura da dinâmica temporal do processo. A Figura 2.10 apresenta o fluxo conceitual que estabelece a ligação entre a teoria revista e a prática de modelação proposta.

**Figura 2.10** – Fluxo conceitual para identificação dinâmica e validação de estratégias de medição e predição



Fonte: Elaborado pelo autor com base em Ljung (1999) e Fortuna et al. (2007).

O fluxo mostra que a identificação dos atrasos (discutida na Seção 2.3) é um requisito prévio obrigatório para definir a estrutura NARX. O processo de validação proposto estabelece um critério de decisão rigoroso: se o desempenho do modelo não for satisfatório, ou seja, se os

erros forem elevados, a correlação for baixa ou a previsão for instável, o procedimento prevê um ciclo de retroalimentação para aperfeiçoar o sistema.

Nesta situação de falha de validação, regressa-se às etapas anteriores para ajustar os hiperparâmetros (ordem dos atrasos e número de neurônios). Se o ajuste paramétrico for insuficiente, o fluxo de trabalho prevê, em última instância, a revisão das variáveis de entrada selecionadas, considerando a possibilidade de dinâmicas relevantes do processo não terem sido capturadas pelas variáveis inicialmente escolhidas (Aguirre, 2007; Ljung, 1999).

Deste modo, a abordagem proposta neste trabalho não se limita à tentativa de substituição de sensores (Medidor Virtual), mas também explora a capacidade preditiva do modelo. A hipótese central é a de que um modelo NARX, treinado com dados industriais reais e devidamente sincronizados, consegue aprender a dinâmica do processo de forma suficientemente robusta para realizar previsões de curto prazo (multi-horizonte).

Desta forma, a validação do trabalho não se dará apenas pela precisão da estimativa recursiva instantânea, mas sobretudo pela utilidade do modelo como ferramenta de antecipação de cenários, oferecendo suporte à decisão operacional numa coluna de destilação de etanol.

### **3. MATERIAIS E MÉTODOS**

Este trabalho caracteriza-se como uma pesquisa de natureza aplicada, com abordagem quantitativa, baseado em dados reais de operação industrial. A estratégia metodológica adotada baseia-se na identificação orientada para os dados de sistemas dinâmicos não lineares, recorrendo à utilização de redes neurais do tipo NARX. Todas as etapas de tratamento de dados, modelação, treino, validação e simulação do sensor de software foram implementadas no ambiente computacional MATLAB®, amplamente utilizado em aplicações de modelação e controle de processos industriais. O estudo foi desenvolvido com base em dados históricos provenientes de uma unidade industrial do setor sucroenergético, localizada no estado de São Paulo, Brasil, garantindo a aderência a um cenário real de operação.

#### **3.1. Base de Dados Industrial e Descrição do Processo**

A base de dados bruta utilizada neste estudo abrange um histórico operacional de cerca de quatro meses, com um total de 354.241 amostras sequenciais das variáveis do processo.

Todas as variáveis foram registadas com uma frequência de amostragem constante, com um intervalo de 30 segundos entre medições. Esta taxa de aquisição mostrou ser adequada para representar a dinâmica do processo, permitindo capturar variações relevantes associadas às malhas de controle de nível, pressão e vazão, bem como os efeitos dinâmicos relacionados com a qualidade do produto.

O conjunto de dados disponibilizado pela fábrica inclui variáveis de processo diretamente relacionadas com o comportamento dinâmico da coluna de destilação. As variáveis foram classificadas em variáveis de entrada, correspondentes a variáveis manipuladas ou perturbações medidas, e uma variável de saída associada à qualidade do produto. A Tabela 3.1 apresenta a relação das variáveis utilizadas neste estudo, as respectivas descrições e as abreviaturas adotadas ao longo do trabalho.

**Tabela 3.1** – Variáveis disponibilizadas pela planta industrial.

<b>Tipo</b>	<b>Variável</b>	<b>Abreviação</b>
Entrada	Temperatura de entrada do vinho	TempVinhoEntPV
Entrada	Vazão de entrada do vinho	VvinhoPV
Entrada	Pressão de vapor da Coluna A	PVaporColAPV
Entrada	Pressão de vapor da Coluna B	PVaporColBPV
Entrada	Nível da Coluna A	NivelColAPV
Entrada	Nível da Coluna B	NivelColBPV
Saída	Teor alcoólico (GL)	GalcPV

Fonte: Elaborado pelo Autor com base em Castro et al. (2025).

Para as etapas de identificação, formação e validação do modelo NARX, não foi utilizada a série histórica completa. Os dados foram recortados, tendo sido selecionado o intervalo entre as amostras 54.000 e 93.999, num total de 40.000 amostras. Este subconjunto foi escolhido por representar um regime operacional relativamente estável do processo, sem a ocorrência de eventos transitórios graves, como arranques ou paradas, que poderiam comprometer a representatividade da dinâmica típica da instalação.

### 3.2. Pré-processamento dos Dados

As etapas de pré-processamento de dados e de análise de correlação cruzada adotadas neste trabalho seguem o procedimento metodológico detalhado por Castro et al. (2025), no qual é apresentada, de forma sistemática, a identificação de desfasamentos temporais entre variáveis do processo com base em dados industriais. Neste trabalho, os principais conceitos e etapas desse procedimento são retomados, de modo a garantir a compreensão e a reprodutibilidade da metodologia utilizada.

As séries temporais brutas obtidas a partir do sistema de supervisão apresentam escalas de grandeza distintas e valores médios associados aos diferentes níveis operacionais do processo. Para efeitos de identificação de modelos dinâmicos e de análise de correlação, o interesse centra-se principalmente nas variações das variáveis em torno do ponto de operação e não nos seus valores absolutos.

Por conseguinte, o processamento preliminar dos dados consistiu na aplicação da técnica de eliminação do nível médio (offset removal), também designada por remoção de tendência constante (detrending). Este procedimento foi aplicado a todas as variáveis de entrada e à variável de saída, de modo a centralizar as séries temporais em torno de zero, mantendo a magnitude das variações dinâmicas do processo.

Matematicamente, o ajuste aplicado a cada variável  $x(k)$  no instante  $k$  é definido pela equação (3.1):

$$x_{\text{ajustado}}(k) = x(k) - \bar{x} \quad (3.1)$$

onde:

- $x_{\text{ajustado}}(k)$  representa o valor da variável processada no instante  $k$ ;
- $x(k)$  corresponde ao valor bruto da variável original;
- $\bar{x}$  é a média aritmética da série temporal, calculada sobre o conjunto de dados previamente definido para a etapa de processamento em questão, seja esta a análise de correlação cruzada, a construção das matrizes de regressão ou as etapas de treino, validação, teste ou simulação do modelo.

No contexto da análise de correlação cruzada e da identificação de desfasamentos temporais, é fundamental remover o nível médio, uma vez que a presença de valores médios elevados pode distorcer o cálculo da correlação, ocultando a relação linear entre as flutuações

das variáveis de entrada e da variável de saída. Ao centralizar os dados, assegura-se que a correlação reflete efetivamente a dependência dinâmica entre os sinais, conforme discutido por Castro et al. (2025).

Adicionalmente, este procedimento de pré-processamento está também associado à preparação dos dados para o treino da rede neural. Conforme será detalhado na Seção 3.7, a arquitetura NARX utilizada neste trabalho emprega a função de ativação tangente hiperbólica (tanh), que apresenta um melhor desempenho quando os dados de entrada têm média nula, favorecendo a convergência do algoritmo de treino e reduzindo vieses sistemáticos na atualização dos pesos sinápticos.

É importante salientar que a aplicação da remoção do nível médio depende do objetivo da etapa de processamento. Para a análise de correlação cruzada, o cálculo da média é realizado com base no conjunto de dados analisado. Já nas etapas de modelação e validação do modelo NARX, a média é calculada exclusivamente com base no conjunto de dados de treino, sendo posteriormente aplicada aos conjuntos de validação e teste, conforme será descrito na Seção 3.5.

### 3.3. Análise de Correlação Cruzada e Identificação de Defasagens

A identificação do tempo morto e das dinâmicas de transporte constitui uma etapa fundamental na modelação de colunas de destilação, uma vez que estes atrasos influenciam diretamente a precisão da estimativa e a representação adequada do comportamento dinâmico do processo. Neste trabalho, foi utilizada a análise de correlação cruzada para quantificar a dependência temporal entre as variáveis de entrada do processo e a variável de saída associada à qualidade do produto (GalcPV), conforme a metodologia detalhada por Castro et al. (2025).

A correlação cruzada mede a similaridade entre duas séries temporais em função de um deslocamento temporal (lag) aplicado a uma delas. Portanto, foi utilizada a correlação cruzada normalizada, conforme a formulação apresentada no Capítulo 2, aplicada às séries temporais previamente processadas pela remoção do nível médio. A normalização permite avaliar a intensidade da relação linear entre os sinais, independentemente das escalas físicas das variáveis envolvidas.

O procedimento de identificação das defasagens consistiu no cálculo da função de correlação cruzada para uma janela de valores de lag, tendo sido identificado o deslocamento temporal que maximiza o módulo da correlação. Este ponto corresponde à maior dependência linear entre a variável de entrada e a variável de saída e é interpretado como o atraso dominante associado à dinâmica do processo.

A interpretação dos resultados da correlação cruzada seguiu três critérios técnicos principais:

#### Identificação do atraso físico ( $\theta$ )

O atraso correspondente ao valor máximo do módulo de correlação indica o intervalo necessário para que uma variação da variável de entrada se manifeste predominantemente na variável de saída. Inicialmente expresso em  $\text{lag}_{\max}$  número de amostras, este atraso foi convertido em tempo físico, multiplicando-se pelo período de amostragem  $T_s = 30$  s, conforme a Equação (3.2):

$$\theta = \text{lag}_{\max} \times T_s \quad (3.2)$$

### **Interpretação causal dos atrasos identificados**

Para efeitos de modelagem dinâmica causal, foram priorizados atrasos positivos ( $k > 0$ ), por serem compatíveis com a condição física em que as variações das variáveis de entrada antecedem temporalmente a resposta observada na variável de saída. Em termos práticos, este critério foi adotado para selecionar os atrasos dominantes utilizados na etapa de modelagem.

No entanto, é importante salientar que a ocorrência de um atraso nulo ( $k = 0$ ) não implica necessariamente ausência de causalidade física, podendo estar associada a dinâmicas muito rápidas em relação ao período de amostragem dos dados. Nesses casos, causa e efeito podem ser observados no mesmo instante discreto, devido à resolução temporal da aquisição de dados.

Por outro lado, lags negativos foram interpretados com cautela e não foram considerados representativos da causalidade física direta entre a entrada e a saída, uma vez que podem refletir efeitos de realimentação, ação de controle em malha fechada, sincronização temporal inadequada ou dependências estatísticas não causais.

### **Natureza da relação (sinal da correlação)**

O sinal da correlação no ponto máximo foi utilizado para inferir a natureza da influência física entre as variáveis. As correlações positivas indicam uma relação direta, ao passo que as correlações negativas indicam uma relação reversa, o que auxilia na interpretação do efeito das variáveis do processo sobre a qualidade do produto.

Os atrasos físicos identificados nesta fase são parâmetros fundamentais para alinhar as séries de entrada e saída, um procedimento necessário para construir as matrizes de regressão do modelo NARX.

### 3.4. Seleção das Variáveis e Sincronização Temporal

A estrutura de entrada do modelo NARX foi definida com base nos resultados da análise de correlação cruzada descrita na Seção anterior e no conhecimento fenomenológico do processo de destilação. O objetivo desta fase foi reduzir a dimensão do problema, selecionando apenas as variáveis que apresentaram uma dependência estatística significativa e uma coerência física com a variável de qualidade em questão.

#### Seleção das Variáveis

Para a composição do vetor de regressores da rede neural, foi adotado um critério estatístico baseado na magnitude do coeficiente de correlação cruzada entre as variáveis do processo e a variável de saída. Foram consideradas as variáveis que apresentaram coeficientes de correlação com módulo superior a 0,75. A literatura clássica sobre a análise de dados e identificação de sistemas indica que valores de correlação elevados, frequentemente próximos do intervalo de 0,8 a 0,9, estão associados a relações lineares fortes entre variáveis (GRAVETTER; WALLNAU, 2017), sendo a correlação cruzada amplamente utilizada para identificar dependências entre sinais e atrasos dominantes em sistemas dinâmicos (BOX et al., 2016; LJUNG, 1999; AGUIRRE, 2007). No presente estudo, o limiar de  $|r| \geq 0,75$  foi definido com base em análises exploratórias e simulações realizadas durante o desenvolvimento do trabalho, sendo adotado como um critério empírico para identificar correlações relevantes entre as variáveis do processo, mantendo a coerência com os valores tipicamente associados a relações fortes na literatura e com o comportamento observado nos dados analisados.

O segundo critério consistiu numa análise física da relação identificada, na qual a coerência do sinal da correlação (direta ou reversa) foi avaliada à luz da dinâmica esperada do processo de destilação. As relações estatisticamente elevadas, mas fisicamente inconsistentes ou não causais, foram eliminadas.

Com base nesses critérios, o conjunto de dados foi reduzido a três variáveis de entrada e uma variável de saída, conforme descrito a seguir:

- **Variáveis de entrada (u):**
  - VvinhoPV;
  - NivelColAPV;
  - NivelColBPV.

- **Variável de saída (y):**
  - GalcPV.

As variáveis selecionadas apresentaram atrasos físicos compatíveis com a inércia do processo e com os tempos de transporte característicos da coluna de destilação.

### **Sincronização Temporal (Compensação do Tempo Morto)**

No pré-processamento de dados para o desenvolvimento dos modelos de RNA baseados em dados, é necessário compensar os atrasos de transporte identificados. Para que o modelo NARX possa representar adequadamente a relação causal entre as variáveis do processo e a qualidade do produto, as séries temporais de entrada foram alinhadas em relação à série de saída.

O procedimento de sincronização consistiu no deslocamento temporal individual de cada série de entrada  $x(k)$ , de acordo com o atraso físico dominante identificado para a respectiva variável na análise de correlação cruzada (Seção 3.3). Este alinhamento pode ser descrito pela Equação (3.3):

$$x_{\text{sinc}}(k) = x_{\text{original}}(k - d) \quad (3.3)$$

em que  $x_{\text{sinc}}(k)$  representa a variável de entrada sincronizada no instante  $k$ , e  $d$  corresponde ao atraso discreto, expresso em número de amostras, associado ao tempo morto da respectiva variável.

Este procedimento garante a coerência temporal entre as variáveis de entrada e a variável de saída, permitindo que a rede neural se concentre na modelagem da dinâmica não linear do processo, sem ser necessário recorrer a atrasos excessivos apenas para compensar o tempo morto.

As séries temporais resultantes, após a seleção e a sincronização, compõem o conjunto de dados final utilizado nas etapas subsequentes de divisão dos dados e de treino do modelo.

### 3.5. Divisão dos Dados

Para garantir que o modelo neural desenvolvido tenha capacidade de generalização, a base de dados pré-processada e sincronizada foi dividida em subconjuntos distintos para treino, validação, teste e simulação.

Tendo em conta que o sistema em estudo é um processo dinâmico com dependência temporal, a divisão dos dados não foi realizada de forma aleatória, pois tal comprometeria a correlação serial inerente à dinâmica da coluna de destilação. Assim, foi adotada a estratégia de divisão em blocos contínuos (divideblock), mantendo-se a ordem cronológica das amostras.

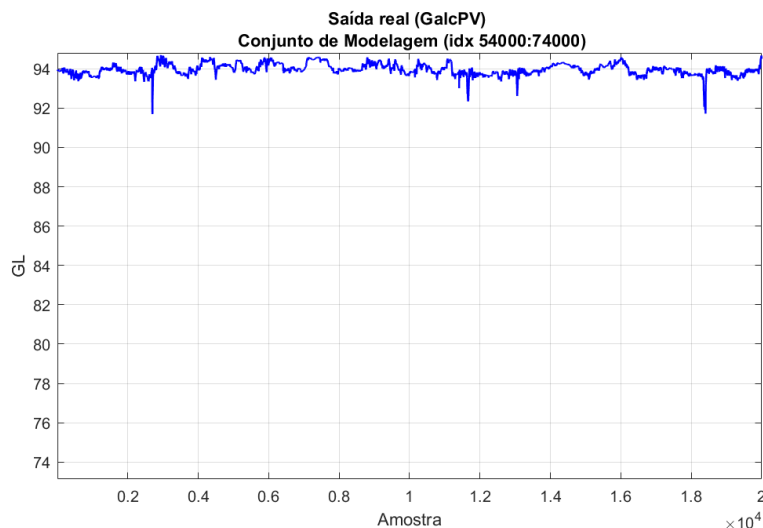
O conjunto total de 40.000 amostras, selecionado conforme descrito na Seção 3.1, foi particionado em dois macros blocos principais:

1. Conjunto de Modelagem (as primeiras 20.000 amostras, correspondentes ao intervalo entre as amostras 54.000 e 74.000): destinado às etapas de treino, validação, ajuste de hiperparâmetros e avaliação estatística do modelo.
2. Conjunto de Simulação (últimas 20.000 amostras, correspondentes ao intervalo entre as amostras 74.000 e 93.999): reservado exclusivamente para a aplicação final do modelo, não sendo utilizado em nenhuma fase de treino ou ajuste.
  - A partir da análise da série temporal apresentada na Figura 3.2, observa-se a presença de oscilações abruptas no início do intervalo de simulação, associadas a distúrbios operacionais e a condições não estacionárias do processo. Dessa forma, as simulações foram inicialmente realizadas considerando o conjunto completo de 20.000 amostras destinadas à etapa de simulação, preservando as características reais de operação do processo. Adicionalmente, com o objetivo de permitir uma comparação mais consistente entre os diferentes modos de aplicação do modelo, foi selecionado um intervalo específico de 2.000 amostras (89.500 a 91.499), caracterizado por menor incidência de perturbações e maior estabilidade operacional. Esse intervalo foi utilizado para fins de análise comparativa, com base nas métricas de desempenho do modelo, sendo a análise gráfica empregada apenas como suporte qualitativo à interpretação dos resultados, especialmente considerando a maior sensibilidade do modo autorregressivo à propagação de erros ao longo do tempo.

As Figuras 3.1 e 3.2 apresentam a evolução temporal da concentração de álcool (GL) nos intervalos de dados destinados, respetivamente, ao conjunto de modelagem e ao conjunto

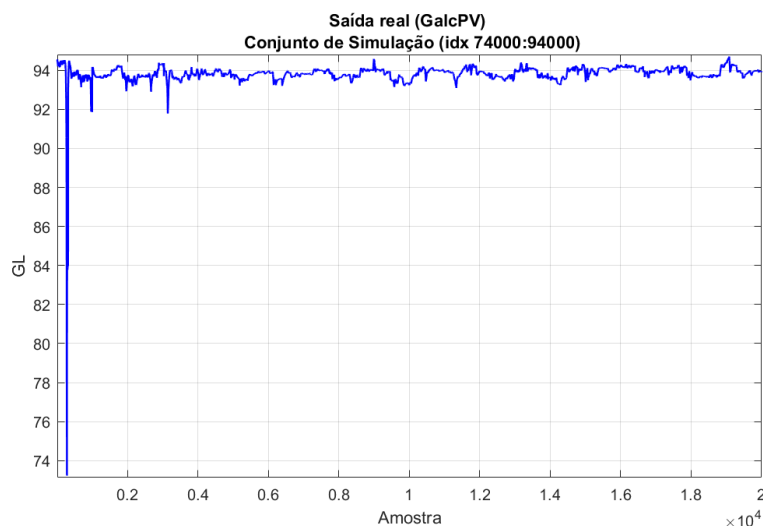
de simulação. A visualização destas séries temporais permite contextualizar o comportamento dinâmico da variável em questão nos dois macros blocos considerados, bem como evidenciar diferenças de regime operacional e eventuais perturbações presentes nos dados industriais.

**Figura 3.1** – Série temporal do teor alcoólico (GL) utilizada no conjunto de modelagem



Fonte: Elaborado pelo autor.

**Figura 3.2** – Série temporal do teor alcoólico (GL) utilizada no conjunto de simulação



Fonte: Elaborado pelo autor.

### Subdivisão do Conjunto de Modelagem

O conjunto de modelagem foi subdividido internamente em três subconjuntos sequenciais, respeitando proporções amplamente utilizadas no treino de redes neurais e visando

a mitigação do sobreajuste (overfitting). As proporções e funções de cada subconjunto foram definidas da seguinte forma:

- **Conjunto de treino** (70% – 14.000 amostras): utilizado diretamente pelo algoritmo de otimização para ajustar iterativamente os pesos sinápticos e os vieses da rede neural, de modo a minimizar a função de custo;
- **Conjunto de validação** (15% – 3.000 amostras): utilizado para monitorar o desempenho da rede durante o treino e para determinar a interrupção antecipada do treino. O aumento do erro neste conjunto indica uma perda de capacidade de generalização;
- **Conjunto de teste** (15% – 3.000 amostras): utilizado após a finalização do treino para avaliar de forma independente o desempenho do modelo selecionado, fornecendo uma medida imparcial da qualidade da previsão.

Esta estratégia de particionamento sequencial assegura que o modelo é treinado com dados passados e avaliado com dados futuros, imitando a causalidade real do processo industrial.

É importante salientar que as etapas de pré-processamento descritas na Seção 3.2, em especial a eliminação do nível médio, foram conduzidas de modo a evitar a fuga de informação. A média utilizada no pré-processamento foi calculada exclusivamente com base no conjunto de treino e aplicada de forma consistente aos conjuntos de validação, teste e simulação.

É importante salientar que a divisão e a organização dos conjuntos de dados descritos nesta Seção foram mantidas inalterados para todas as abordagens analisadas neste trabalho. A distinção entre o modelo de medidor virtual e o modelo preditivo de previsão de  $h$  passos não se deve à utilização de bases de dados diferentes, mas sim à forma de construção das matrizes de regressão e à estratégia de aplicação do modelo, conforme detalhado nas Seções seguintes.

### **Aplicação do Conjunto de Simulação**

O conjunto de simulação foi utilizado para avaliar os modelos desenvolvidos neste trabalho, considerando duas estratégias distintas de aplicação, associadas a objetivos diferentes.

Inicialmente, este conjunto foi utilizado para avaliar o modelo na configuração de medidor virtual, tendo sido investigados dois modos de operação. Na simulação do modelo direto, foram utilizados os valores reais das variáveis de entrada e de saída para construir o regressor, o que permitiu verificar a capacidade do modelo em reproduzir a dinâmica observada a partir dos dados medidos. Na simulação pelo modelo autorregressivo, o modelo passou a

utilizar as suas próprias estimativas da variável de saída como realimentação ao longo do tempo, emulando uma operação contínua em tempo real na qual apenas é fornecido um histórico inicial.

Posteriormente, o mesmo conjunto de simulação foi utilizado para avaliar o modelo preditivo de  $h$  passos à frente. Neste caso, a aplicação foi realizada exclusivamente em modo offline e não recursivo, no qual o modelo utiliza apenas os valores medidos das variáveis de entrada e o histórico da variável de saída para estimar diretamente o valor futuro da variável de interesse num horizonte de  $h$  passos à frente. Esta abordagem elimina a retroalimentação de saídas estimadas, reduzindo o acúmulo de erro ao longo do tempo e permitindo uma avaliação direta da capacidade preditiva do modelo.

A utilização do conjunto de simulação nessas duas estratégias permite uma comparação clara entre o comportamento do modelo quando utilizado como medidor virtual e como preditor de curto prazo, evidenciando as suas limitações, potencialidades e aplicabilidade como ferramenta de apoio operacional.

### 3.6. Definição da Estrutura do Modelo NARX e Espaço de Busca

A modelagem proposta recorre a uma rede neural do tipo NARX, que tem por base a estimativa da saída atual de um sistema dinâmico com recurso a valores passados da própria saída e a valores passados das variáveis de entrada exógenas. Esta abordagem é particularmente adequada para representar processos industriais com comportamento dinâmico não linear e dependência temporal, como as colunas de destilação.

Para implementar o modelo NARX neste trabalho, foi utilizada uma rede neural do tipo MLP, devido à sua capacidade de aproximar funções não lineares e representar dinâmicas complexas em problemas de regressão. A arquitetura utilizada é composta por uma camada de entrada, uma camada oculta e uma camada de saída.

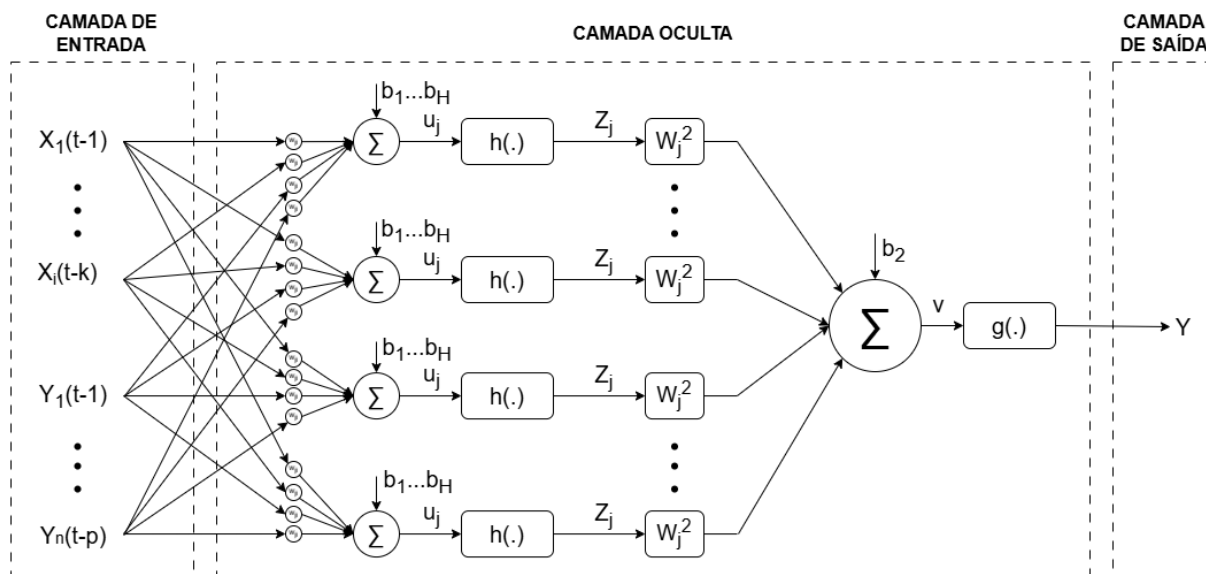
A camada de entrada é formada pela matriz de regressão, constituído pela concatenação dos valores atrasados das variáveis de entrada selecionadas e da própria variável de saída. A camada oculta é composta por neurônios com função de ativação tangente hiperbólica ( $\tanh$ ), uma função não linear antissimétrica amplamente utilizada em aplicações de identificação de sistemas, sobretudo quando os dados estão previamente centralizados em torno do valor zero. A camada de saída é constituída por um único neurônio com função de ativação linear, uma configuração adequada para problemas de regressão contínua que permite a estimativa direta do teor alcoólico (GalcPV) sem impor limites artificiais à amplitude da saída.

Durante a fase de treino, foi utilizada principalmente a configuração série-paralelo (Modelo Direto), na qual os valores reais da variável de saída, medidos na planta, são utilizados como parte do vetor de regressão. Esta configuração é amplamente utilizada em problemas de identificação de sistemas dinâmicos, uma vez que reduz a propagação de erros recursivos durante o processo de aprendizagem e proporciona maior estabilidade numérica ao algoritmo de treino.

É importante salientar que esta estratégia de treino foi utilizada tanto na fase de desenvolvimento do modelo de medidor virtual como na identificação do modelo preditivo de "h" passos à frente. A distinção entre estas duas abordagens não estão associadas à arquitetura da rede neural ou ao método de treino em si, mas sim à forma como o modelo identificado é aplicado posteriormente, conforme detalhado nas Seções seguintes.

A Figura 3.3 apresenta um diagrama esquemático da arquitetura da rede neural NARX utilizada neste trabalho, evidenciando a composição do vetor de regressão na camada de entrada, a camada oculta com função de ativação não linear e a camada de saída linear, bem como o fluxo de informações entre as camadas durante o treino em estrutura série-paralela.

**Figura 3.3** – Arquitetura da rede neural NARX utilizada neste trabalho



#### LEGENDA

- $X_i(t - k)$ :  $i$ -ésima variável de entrada exógena com atraso temporal  $k$
- $Y(t - p)$ : saída real do processo com atraso temporal  $p$ , utilizada como regressor
- $w_{ji}$ : peso sináptico entre a  $i$ -ésima entrada e o  $j$ -ésimo neurônio da camada oculta
- $b_j$ : termo de bias associado ao  $j$ -ésimo neurônio da camada oculta
- $u_j$ : soma ponderada das entradas do  $j$ -ésimo neurônio oculto
- $h(\cdot)$ : função de ativação não linear da camada oculta (tangente hiperbólica)
- $z_j$ : saída do  $j$ -ésimo neurônio da camada oculta, com  $j = 1, 2, \dots, H$
- $H$ : número de neurônios da camada oculta
- $w_j^{(2)}$ : peso sináptico entre o  $j$ -ésimo neurônio oculto e o neurônio da camada de saída
- $b_2$ : termo de bias da camada de saída
- $g(\cdot)$ : função de ativação da camada de saída (linear)
- $Y$ : saída estimada pela rede neural

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Para além da definição estrutural da rede neural, foi estabelecido um espaço de busca de hiperparâmetros, explorado de forma sistemática, com o objetivo de identificar a configuração mais adequada ao problema em estudo. Este espaço de busca incluiu a variação da ordem dos atrasos das entradas ( $n_u$ ), da ordem dos atrasos da saída ( $n_y$ ), do número de neurônios na camada oculta ( $H$ ) e do coeficiente de momento ( $\beta$ ) do algoritmo de treino.

A estratégia adotada reconhece que a configuração ótima do modelo NARX não é conhecida a priori e que o desempenho da rede neural é sensível tanto à sua estrutura como às condições iniciais dos pesos sinápticos. Desta forma, a definição da arquitetura final do modelo foi conduzida por meio de uma varredura sistemática destes hiperparâmetros, conforme detalhado nas Seções seguintes. Os critérios de treino e de paragem são apresentados na Seção 3.7, enquanto a construção formal das matrizes de regressão é descrita na Seção 3.8.

### 3.7. Critérios de Treinamento e Parada

O treino de redes neurais multicamadas para identificação de sistemas dinâmicos consiste num processo iterativo de otimização não linear, que tem como objetivo minimizar uma função de custo definida sobre o conjunto de dados de treino. No entanto, a minimização contínua do erro de formação não garante, por si só, a obtenção de um modelo com boa capacidade de generalização. Em particular, formações excessivamente prolongadas podem conduzir ao fenómeno de "overfitting", no qual a rede começa a ajustar-se a ruídos e particularidades do conjunto de formação, em detrimento da aprendizagem da dinâmica subjacente do processo.

Neste contexto, os critérios de treino e de parada adotados neste trabalho foram definidos de forma unificada e aplicados de maneira consistente, tanto no desenvolvimento do medidor virtual como na identificação do modelo preditivo h-passos à frente, uma vez que ambos partilham a mesma arquitetura NARX e o mesmo procedimento de otimização.

Com o objetivo de assegurar uma convergência estável e selecionar modelos com melhor desempenho preditivo em dados não vistos, foram estabelecidos critérios objetivos de treino e de parada, combinando limites numéricos e monitoramento do desempenho no conjunto de validação.

#### **Critério de Parada por Validação (Early Stopping)**

O principal mecanismo adotado para interromper o treino foi a parada antecipada (early stopping), baseada no desempenho do modelo no conjunto de validação, conforme a divisão dos dados apresentada na Seção 3.5. Durante o treino, o erro quadrático médio (MSE) é monitorado em simultâneo nos conjuntos de treino e validação ao longo das épocas.

Geralmente, o erro no conjunto de treino tende a diminuir de forma contínua à medida que o algoritmo ajusta os pesos sinápticos, ao passo que o erro no conjunto de validação diminui apenas até um determinado ponto, a partir do qual começa a aumentar, o que indica uma perda de capacidade de generalização. O treino é interrompido quando o erro de validação deixa de melhorar por um número consecutivo de épocas, definido pelo parâmetro denominado "número máximo de falhas de validação" (validation checks). Neste trabalho, este parâmetro foi fixado em seis épocas consecutivas sem melhorias, um valor amplamente adotado em aplicações práticas de redes neurais.

### **Critérios Complementares de Parada**

Para além da interrupção antecipada, foram definidos critérios complementares para garantir a terminação do algoritmo em situações de convergência lenta ou estagnação numérica:

- **Número máximo de épocas:** foi estabelecido um limite superior de 10.000 épocas como teto para o treino. Este valor não representa uma meta de convergência, mas sim uma salvaguarda computacional que assegura que o processo não seja interrompido prematuramente devido a uma limitação artificial do número de iterações. Na prática, a interrupção efetiva do treino ocorre majoritariamente em função do critério de validação ou do critério de gradiente mínimo.
- **Gradiente mínimo:** o treino é encerrado quando a norma do gradiente da função de custo atinge um valor inferior a  $10^{-7}$ , o que indica que atualizações adicionais nos pesos se tornam irrelevantes e que o algoritmo se encontra próximo de um ponto estacionário da superfície de erro.

Adicionalmente, foi definido um valor de referência nulo para a função de custo (goal), utilizado apenas como parâmetro informativo. Na prática, o término do treino é governado exclusivamente pelos critérios de validação, pelo gradiente mínimo ou pelo número máximo de épocas.

### **Função de Custo e Estabilidade do Treinamento**

Ao longo do processo de treino, a função de custo adotada foi o Erro Quadrático Médio (MSE) entre a saída estimada pela rede neural e a saída real do processo. Essa métrica foi utilizada tanto como função objetivo do algoritmo de otimização como critério de comparação entre diferentes execuções e configurações da rede.

A combinação dos critérios de parada descritos assegura que o processo de treino resulte em modelos estáveis, evitando tanto situações de subajuste (underfitting), associadas à interrupção prematura do treino, como de sobreajuste (overfitting), associadas a treinos excessivamente prolongados. Estes critérios são aplicados de forma consistente em todas as execuções realizadas durante a fase de procura de hiperparâmetros e seleção da melhor rede, descrita na Seção seguinte.

### 3.8. Construção das Matrizes de Regressão do Modelo NARX

Conforme estabelecido na Seção 3.6, a modelagem NARX baseia-se na utilização de valores passados das variáveis de entrada e da própria variável de saída para estimar o comportamento dinâmico do sistema. Para possibilitar a formação em lote da rede neural, as séries temporais sincronizadas não são apresentadas diretamente à rede na sua forma sequencial original, sendo necessário organizá-las sob a forma de vetores de regressão.

Esta etapa consiste em transformar as séries temporais numa estrutura matricial adequada ao treino supervisionado, de modo a permitir que cada padrão de entrada contenha uma janela temporal representativa da dinâmica recente do processo.

#### Definição do Vetor de Regressão

O vetor de regressão, denotado por  $\varphi(k)$ , constitui a camada de entrada da rede neural NARX, sendo formado pela concatenação dos valores atrasados das variáveis de entrada exógenas e da própria variável de saída, o que caracteriza a natureza autorregressiva do modelo. Uma vez que os atrasos de transporte físico já foram compensados previamente por meio da sincronização temporal das séries (Seção 3.4), os atrasos definidos nesta fase representam exclusivamente a ordem dinâmica do modelo. O vetor de regressão no instante  $k$  é definido pela Equação (3.4):

$$\varphi(k) = [u(k-1), \dots, u(k-n_u), y(k-1), \dots, y(k-n_y)] \quad (3.4)$$

em que:

- $\varphi(k)$  Representa o vetor de regressão no instante  $k$ ;
- $n_u$  corresponde à ordem dos atrasos das entradas;
- $n_y$  corresponde à ordem dos atrasos da saída;
- $u(k)$  representa o vetor das variáveis de entrada selecionadas no instante  $k$ ;
- $y(k)$  representa o vetor das variáveis de saída selecionadas no instante  $k$ ;

Esta definição é válida tanto para a identificação do medidor virtual (horizonte unitário) como para a construção do modelo preditivo  $h$  passos à frente, sendo que, neste último caso, a diferença reside exclusivamente na definição do alvo de treino.

### Construção da Matriz de Regressão

No treino em lote da rede neural, os vetores de regressão  $\varphi(k)$  foram empilhados ao longo do tempo, formando a matriz de regressão global  $\Phi$ , que reúne todos os padrões de entrada apresentados à rede neural durante as etapas de treino, validação e teste.

A matriz  $\Phi$  apresenta dimensão  $N_{\text{amostras}} \times (n_y + 3n_u)$ , em que o fator três corresponde ao número de variáveis de entrada exógenas consideradas no modelo. Cada linha da matriz  $\Phi$  está associada a um instante de tempo específico e contém as informações históricas necessárias para a estimação da saída correspondente. A Equação (3.5) demonstra o seguinte:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \varphi(k_1) \\ \varphi(k_2) \\ \vdots \\ \varphi(k_N) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

em que:

- $\Phi$  Representa a matriz de regressão;

### Ajuste de Dimensão das Séries Temporais

A introdução de atrasos temporais implica a inexistência de dados históricos suficientes nos instantes iniciais da série para o preenchimento completo do vetor de regressão. Para garantir a consistência dos dados apresentados à rede neural, foi efetuado o truncamento do início das séries temporais, tendo sido descartadas as primeiras amostras para as quais não foi possível compor integralmente o vetor  $\varphi(k)$ .

O número de amostras descartadas é determinado pelo maior atraso dinâmico adotado no modelo, conforme a Equação (3.6):

$$n_{\text{descarte}} = \max(n_y, n_u) \quad (3.6)$$

Desta forma, o treino, a validação e o teste do modelo foram realizados considerando apenas as amostras a partir de  $k = n_{\text{descarte}} + 1$ , garantindo que todas as entradas da rede neural são compostas exclusivamente por dados reais medidos, sem a necessidade de preenchimento artificial ou de extrapolação.

As matrizes de regressão resultantes desta fase constituem a base para a execução do treino, da busca por hiperparâmetros e da seleção da melhor configuração de rede neural, conforme descrito na Seção 3.9.

### 3.9. Estratégia de Treinamento, Seleção e Refinamento da Rede Neural

A seleção da configuração final do modelo NARX foi conduzida por meio de uma estratégia sistemática de busca por hiperparâmetros, dado que as redes neurais multicamadas são sensíveis tanto às condições iniciais dos pesos sinápticos como à escolha de parâmetros estruturais e de aprendizagem. Desta forma, para reduzir a influência de mínimos locais e obter um modelo com maior capacidade de generalização, foi utilizado um procedimento de varredura em grade (grid search) combinado com várias inicializações aleatórias de combinações de hiperparâmetros.

No processo de treino da rede neural foi adotada uma taxa de aprendizagem (learning rate) fixa igual a  $\eta = 0,01$ . Este valor foi definido de forma empírica, com base em testes preliminares realizados durante a fase exploratória do estudo. Constatou-se que valores mais elevados da taxa de aprendizagem conduziam a oscilações no processo de treino e a uma convergência menos estável, particularmente devido à presença de ruído e variabilidade inerentes aos dados industriais utilizados. Desta forma, optou-se por utilizar um valor reduzido para a taxa de aprendizagem, em combinação com o termo de momento ( $\beta$ ), estratégia que contribui para suavizar as oscilações do gradiente e proporcionar maior estabilidade ao processo de atualização dos pesos sinápticos.

#### Varredura de Hiperparâmetros (Grid Search)

A varredura experimental considerou a variação conjunta dos seguintes hiperparâmetros:

- ordem dos atrasos das entradas ( $n_u$ ), avaliada no conjunto  $\{1, 2, 3\}$ ;
- ordem dos atrasos da saída ( $n_y$ ), avaliada no conjunto  $\{1, 2, 3\}$ ;
- número de neurônios na camada oculta ( $H$ ), avaliada no conjunto  $\{5, 7, 9\}$ ;
- coeficiente de momento ( $\beta$ ), associado à atualização dos pesos por descida do gradiente com termo de momento, avaliada no conjunto  $\{0.6, 0.7, 0.8, 0.9\}$ .

Essa variação corresponde a 108 arquiteturas distintas da rede neural NARX, obtidas a partir da combinação dos hiperparâmetros definidos acima. Para cada arquitetura avaliada, o treino será realizado 30 vezes de forma independente, considerando diferentes inicializações aleatórias dos pesos sinápticos.

Para cada combinação  $(n_u, n_y, H, \beta)$ , as matrizes de regressão foram construídas de acordo com a Seção 3.8, e os dados foram particionados em blocos contínuos (*divideblock*), conforme descrito na Seção 3.5, preservando-se a ordem temporal das amostras e evitando-se a mistura de dados num processo com dependência temporal.

### **Múltiplas Inicializações por Combinação**

Devido à dependência do treino em relação à inicialização dos pesos sinápticos, cada combinação de hiperparâmetros foi treinada 30 vezes de forma independente, com reinicialização aleatória dos pesos em cada execução. Em cada repetição, foram aplicados os critérios de treino e de parada descritos na Seção 3.7, tendo o desempenho no conjunto de validação sido monitorado através da técnica de parada antecipada (*early stopping*), para além dos critérios complementares de gradiente mínimo e de limite máximo de épocas.

### **Critério de Seleção da Melhor Rede**

A seleção da melhor rede para cada combinação de hiperparâmetros baseou-se exclusivamente no desempenho obtido no conjunto de validação, tendo-se adotado como critério principal o valor mínimo do erro quadrático médio (MSE) de validação. Este procedimento tem como objetivo selecionar o modelo que apresenta o melhor equilíbrio entre a capacidade de aprendizagem e a generalização, reduzindo a probabilidade de seleção de redes que apresentem um erro reduzido apenas no conjunto de treino (*overfitting*).

Após a conclusão da varredura, a configuração globalmente mais adequada foi definida como aquela que apresentou o melhor desempenho de validação entre todas as combinações avaliadas. Em situações em que diferentes configurações apresentaram desempenhos semelhantes, foi aplicado o princípio da parcimônia, dando prioridade a arquiteturas estruturalmente mais simples, com um número inferior de parâmetros ajustáveis.

### **Refinamento e Repetibilidade da Configuração Seleccionada**

Após a identificação da melhor configuração  $(n_u, n_y, H, \beta)$ , foi realizada uma etapa adicional de afinação, com o objetivo de avaliar a repetibilidade da formação e a estabilidade do desempenho obtido. Nesta fase, a cinco configurações seleccionadas foram novamente treinadas em várias execuções independentes, mantendo-se a divisão de dados e os mesmos critérios de parada.

Este procedimento permite estimar estatísticas de desempenho, como valores médios e a dispersão das métricas avaliadas, proporcionando uma análise mais robusta da consistência do modelo e reduzindo a influência de inicializações favoráveis isoladas. Os resultados do processo de varredura, a seleção final do modelo e as análises de repetibilidade são apresentados e discutidos no Capítulo 4.

### **3.10. Métricas de Avaliação de Desempenho do Modelo**

A avaliação do desempenho do modelo NARX desenvolvido decorreu em duas etapas complementares com objetivos distintos. A primeira teve como objetivo comparar diferentes configurações da rede neural durante o processo de procura de hiperparâmetros, com vista à seleção da arquitetura mais adequada. A segunda teve como objetivo avaliar a estabilidade, a robustez e a capacidade de generalização do modelo final selecionado, através de múltiplos re-treinamentos independentes.

As métricas estatísticas utilizadas neste trabalho são formalmente definidas no Capítulo 2. Nesta Seção, é descrito o papel metodológico de cada métrica no processo de seleção, validação e avaliação final do modelo, sendo destacadas as utilizadas como critério decisório e as que foram empregadas de forma complementar para análise descritiva do desempenho.

#### **3.10.1. Avaliação para Seleção da Melhor Configuração**

Durante a fase de pesquisa de hiperparâmetros descrita na Seção 3.9, as métricas de desempenho foram utilizadas para comparar diferentes configurações estruturais e de aprendizagem da rede neural NARX. Nesta fase, o erro quadrático médio (MSE) obtido no conjunto de validação foi adotado como métrica principal de seleção, dado a representar diretamente a função de custo minimizada durante o treino e fornecer uma medida sensível da capacidade de generalização do modelo.

Para cada combinação de hiperparâmetros avaliada, o desempenho no conjunto de validação foi utilizado como critério de decisão, tendo sido selecionada a configuração que apresentou o valor mais baixo de MSE de validação. Em situações em que diferentes configurações apresentaram desempenhos estatisticamente semelhantes, foi aplicado o princípio da parcimônia, dando prioridade a arquiteturas com menor complexidade estrutural, nomeadamente aquelas com um número reduzido de neurónios na camada oculta.

Além do MSE, foram analisadas métricas complementares, como o coeficiente de correlação linear ( $R$ ), de forma auxiliar, com o objetivo de verificar a coerência dos resultados e a capacidade do modelo em acompanhar a dinâmica temporal da variável de saída. Ressalta-se que estas métricas não foram utilizadas como critério principal de decisão, mas sim como apoio à interpretação do desempenho observado.

### 3.10.2. Avaliação de Estabilidade e Generalização do Modelo Final

Após a seleção das cinco melhores configurações estruturais do modelo NARX, foi realizada uma fase adicional de avaliação com o objetivo de verificar a estabilidade do treino e a consistência do desempenho obtido. Esta fase tem em conta o fato de as redes neurais multicamadas apresentarem sensibilidade à inicialização aleatória dos pesos sinápticos, o que pode resultar em variações de desempenho entre diferentes execuções, mesmo quando a arquitetura e os dados são mantidos constantes.

Nesta fase, a configuração final selecionada foi novamente treinada em várias execuções independentes, mantendo-se a divisão de dados e os mesmos critérios de parada descritos na Seção 3.7. A partir destas execuções, foram calculadas estatísticas descritivas das métricas de desempenho, incluindo a média, o desvio padrão, os valores mínimo e máximo dos erros obtidos, o que permitiu avaliar a robustez e a repetibilidade do modelo.

As métricas consideradas nesta fase incluem o erro quadrático médio (MSE) e o coeficiente de correlação linear (R), utilizados como principais indicadores de desempenho, bem como métricas complementares, como o erro absoluto médio (MAE), o erro percentual absoluto médio (MAPE) e o erro quadrático médio normalizado (NRMSE). A análise conjunta destas métricas possibilita uma avaliação abrangente do desempenho do modelo, contemplando tanto a precisão numérica como a aderência dinâmica entre os valores estimados e os valores reais do processo.

Para ilustrar o comportamento dinâmico do modelo, as trajetórias das séries temporais estimadas e reais foram representadas graficamente. Embora a validação formal do desempenho se tenha baseado estritamente em métricas quantitativas, a visualização das séries permitiu demonstrar qualitativamente a aderência geral do modelo, evidenciando a ausência de oscilações espúrias isoladas ou de derivações acentuadas que pudessem escapar à detecção pelos indicadores estatísticos.

Os resultados obtidos a partir destas análises são apresentados e discutidos no Capítulo 4.

### **3.11. Aplicação Prática dos Modelos NARX e Estrutura de Simulação**

Após a definição da arquitetura final do modelo NARX e a validação da sua estabilidade e capacidade de generalização, conforme descrito nas Seções anteriores, os modelos desenvolvidos foram aplicados num ambiente de simulação. Esta fase teve como objetivo avaliar o desempenho dos modelos em condições que reproduzem, de forma mais próxima, a sua utilização num contexto industrial real, recorrendo a dados que não foram utilizados em nenhuma fase da modelação ou do treino.

Para este efeito, foi utilizado o conjunto de dados reservado exclusivamente para a simulação, conforme definido na Seção 3.5, composto por 20 000 amostras consecutivas. A aplicação prática foi conduzida considerando duas abordagens distintas, porém complementares: (i) a utilização do modelo NARX como medidor virtual, através de simulações do modelo direto e do modelo autorregressivo; e (ii) a utilização do modelo NARX como preditor, com vista à estimativa do comportamento futuro da variável de interesse.

#### **3.11.1. Aplicação do Modelo NARX como Medidor Virtual**

Nesta fase, foi utilizado o modelo NARX para estimar o teor alcoólico do processo com base nas variáveis do processo disponíveis, reproduzindo o comportamento de um medidor virtual. A avaliação foi realizada através de duas modalidades de simulação, descritas a seguir.

##### **3.11.1.1. Simulação utilizando o Modelo Direto (Estrutura Série-Paralelo)**

Na simulação pelo modelo direto, o modelo NARX opera numa configuração série-paralelo, utilizando como entradas os valores reais medidos das variáveis do processo e os valores reais anteriores da variável de saída. Esta modalidade permite avaliar a capacidade do modelo em reproduzir a dinâmica do processo quando alimentado com informações completas, sem necessidade de realimentar valores estimados.

Esta simulação pode ser interpretada como uma validação dinâmica adicional do modelo, realizada com dados inéditos relativamente às etapas de formação, validação e teste. O seu objetivo principal é verificar se o desempenho observado durante a fase de modelagem se mantém quando o modelo é aplicado a um novo intervalo operacional do processo.

### **3.11.1.2. Simulação pelo modelo autorregressivo (Estrutura Paralela / Free-Run)**

Na simulação pelo modelo autorregressivo, o modelo NARX opera numa estrutura paralela, na qual as estimativas geradas pela própria rede neural são utilizadas como feedback para a construção dos vetores de regressão ao longo do tempo. Nesta situação, apenas é fornecido um histórico inicial da variável de saída e as previsões subsequentes são geradas de forma recursiva pelo modelo.

Esta modalidade de simulação permite avaliar o comportamento do medidor virtual em condições que se aproximam da operação em tempo real, quando não é possível efetuar medições diretas da variável de interesse de forma contínua. Neste cenário, eventuais erros de previsão podem propagar-se ao longo do tempo, tornando a simulação pelo modelo autorregressivo um teste rigoroso da estabilidade e da coerência dinâmica do modelo.

É importante salientar que, ao contrário de abordagens baseadas no amortecimento ou na suavização da saída, nesta fase a realimentação é realizada exclusivamente com os valores estimados pelo próprio modelo, refletindo fielmente a lógica de funcionamento de um medidor virtual num ambiente industrial.

### **3.11.2. Aplicação do Modelo NARX para Predição Multi-Horizonte**

Além da aplicação como medidor virtual, o modelo NARX foi também utilizado como preditor, com o objetivo de estimar o comportamento futuro do teor alcoólico ao longo de diferentes horizontes de previsão. Nesta abordagem, o modelo é treinado de forma supervisionada para prever diretamente o valor de saída num instante futuro, definido por um horizonte de previsão  $h$ .

A aplicação preditiva foi avaliada considerando vários horizontes de previsão, definidos pelos valores  $h = 1$ ,  $h = 3$ ,  $h = 5$ ,  $h = 7$  e  $h = 9$ , o que permitiu analisar o impacto do aumento do horizonte temporal sobre a precisão das estimativas. Esta análise fornece elementos que permitem utilizar o modelo como ferramenta de apoio à tomada de decisão operacional, possibilitando antecipar tendências de queda, estabilidade ou aumento do teor alcoólico.

### 3.12. Arquitetura Proposta para Implantação Industrial dos Modelos NARX

A validação dos modelos NARX desenvolvidos neste trabalho, tanto na forma de medidor virtual como de preditor multi-horizonte, permite alargar a análise a um cenário de aplicação prática num ambiente industrial. Embora a implementação física não faça parte do âmbito deste estudo, a metodologia adotada e os resultados obtidos fornecem elementos que permitem propor uma arquitetura conceitual de implantação compatível com sistemas industriais reais.

De um modo geral, os modelos propostos situam-se no nível de supervisão da automação industrial, funcionando como ferramentas de apoio à monitoramento e à tomada de decisão operacional. As variáveis de entrada correspondem a sinais já medidos e disponibilizados pelos sistemas de instrumentação e controle do processo, ao passo que as saídas estimadas podem ser utilizadas para acompanhar a qualidade do produto, antecipar tendências do processo ou apoiar estratégias operacionais e de controle avançado.

#### Arquitetura Conceitual para o Medidor Virtual

No caso do medidor virtual, o modelo NARX está concebido para operar de forma contínua ou quase contínua, estimando, em tempo real, uma variável de qualidade que não está disponível para medição direta *online*. A arquitetura de implantação é conceitualmente composta pelos seguintes blocos funcionais:

- **Aquisição de dados:** coleta contínua das variáveis de processo medidas, provenientes de sensores convencionais e disponibilizadas por sistemas supervisórios, historiadores de dados ou plataformas de aquisição industrial.
- **Pré-processamento e sincronização:** aplicação das mesmas etapas empregadas durante o desenvolvimento do modelo, incluindo compensação de atrasos, centralização dos dados e organização das variáveis no formato de vetores de regressão.
- **Módulo de inferência do medidor virtual:** execução do modelo NARX previamente treinado, responsável por estimar a variável de qualidade a partir das variáveis de entrada e do histórico recente do processo.
- **Disponibilização da estimativa:** apresentação da variável inferida em sistemas supervisórios, painéis operacionais, bancos de dados ou módulos de análise, possibilitando sua utilização por operadores, engenheiros de processo ou sistemas de apoio à decisão.

A simulação pelo modelo autorregressivo realizada neste trabalho representa, conceitualmente, a operação do medidor virtual em ambiente real, no qual a variável de qualidade não está disponível para realimentação direta e o modelo passa a utilizar suas próprias estimativas como parte do histórico regressivo.

### **Arquitetura Conceitual para o Preditor Multi-Horizonte**

No caso do preditor, a aplicação difere da do medidor virtual por não exigir uma operação contínua. O modelo é utilizado pontualmente ou sob pedido, com o objetivo de antecipar o comportamento futuro da variável de interesse com base no estado atual do processo.

Nesta arquitetura, os blocos funcionais de aquisição de dados e de processamento prévio permanecem essencialmente inalterados. Porém, o módulo de inferência opera de forma não recursiva, utilizando apenas os valores medidos das variáveis de entrada e da saída anterior para gerar previsões em horizontes temporais futuros pré-definidos.

O preditor pode ser ativado em momentos específicos da operação, após a atualização de dados laboratoriais ou em situações de análise operacional, fornecendo estimativas da evolução futura do processo em diferentes períodos de tempo. Estas informações podem ser usadas para apoiar decisões operacionais, ajustes preventivos de variáveis manipuladas ou análise de cenários, sem necessidade de integração direta na malha de controle.

### **Considerações de Implementação Industrial**

Do ponto de vista computacional, os modelos propostos não impõem restrições a uma plataforma específica de implementação. As operações envolvidas baseiam-se essencialmente em álgebra matricial, funções de ativação não lineares e regras de atualização bem definidas. Tal permite a sua implementação em diferentes linguagens e ambientes informáticos, como o MATLAB, o Python ou o C/C++, bem como a sua integração em servidores industriais, sistemas incorporados ou plataformas de computação de borda.

A independência em relação à tecnologia de controle subjacente amplia o potencial de aplicação dos modelos desenvolvidos, permitindo a sua adaptação a diferentes arquiteturas de automação industrial. Desta forma, tanto o medidor virtual como o preditor podem ser incorporados como ferramentas complementares de monitoramento e apoio à decisão, contribuindo para melhorar o acompanhamento do processo e antecipar desvios operacionais.

### 3.13. Síntese do Procedimento Metodológico

Neste capítulo, é apresentada de forma estruturada e sistemática a metodologia adotada para o desenvolvimento, seleção, validação e aplicação de modelos baseados em redes neurais do tipo NARX, orientados para a estimativa em tempo quase real e para a previsão futura do teor alcoólico numa coluna de destilação industrial. A abordagem proposta foi concebida de modo a demonstrar a aplicação de uma metodologia sistemática, que assegura a coerência técnica e a conformidade com as boas práticas de identificação de sistemas dinâmicos baseados em dados.

Inicialmente, foi descrita a origem e as características da base de dados industriais utilizada, bem como os critérios adotados para a seleção de um intervalo operacional representativo do processo. A seguir, foram apresentadas as etapas de processamento preliminar dos dados, incluindo a eliminação do valor médio e a sincronização temporal das variáveis, fundamentais para a análise de correlação cruzada, identificação de atrasos e preparação adequada das séries temporais para o treino dos modelos neurais.

A metodologia incluiu a análise estatística da dependência entre as variáveis do processo e a variável de qualidade, o que permitiu selecionar um conjunto reduzido e fisicamente coerente de variáveis de entrada. Com base nessas informações, foi definida a estrutura dos modelos NARX, incluindo a escolha da arquitetura da rede neural, das ordens de atraso das entradas e da saída, bem como do espaço de pesquisa de hiperparâmetros.

A formação dos modelos foi conduzida por meio de uma estratégia sistemática de varredura de hiperparâmetros, combinada com múltiplas inicializações aleatórias e critérios rigorosos de parada, baseados no desempenho de validação (early stopping), no gradiente mínimo e no limite máximo de épocas. Esta abordagem permitiu mitigar a influência das condições iniciais dos pesos sinápticos e selecionar configurações com melhor capacidade de generalização, em conformidade com o princípio da parcimônia.

Após a seleção das melhores configurações estruturais, foram definidos critérios de avaliação do desempenho que contemplam a comparação entre diferentes arquiteturas e a verificação da estabilidade e da robustez dos modelos finais através de novos treinos independentes. As métricas estatísticas adotadas possibilitaram uma avaliação abrangente da precisão numérica e da aderência dinâmica das estimativas relativamente aos dados reais do processo.

A aplicação prática dos modelos foi então conduzida em dois contextos distintos e complementares. No primeiro contexto, o modelo NARX foi utilizado como medidor virtual,

tendo sido avaliado em simulações pelo modelo direto e pelo modelo autorregressivo, com vista a analisar a sua capacidade de reproduzir a dinâmica do processo e a sua estabilidade em condições que se aproximam da operação contínua em tempo real. No segundo contexto, o modelo foi aplicado como preditor multi-horizonte, operando de forma não recursiva e utilizando apenas dados medidos, com o objetivo de antecipar o comportamento futuro da variável de interesse em diferentes horizontes temporais.

Por fim, foi apresentada uma arquitetura conceitual para a implementação industrial dos modelos desenvolvidos, demonstrando a sua integração ao nível da supervisão, a sua independência em relação a plataformas específicas de automação e o seu potencial de aplicação tanto para monitoramento contínuo como para apoio à tomada de decisão operacional através de previsões futuras. Esta discussão reforça o caráter aplicado do trabalho e demonstra a viabilidade prática da metodologia proposta em ambientes industriais reais.

O conjunto de etapas descritas neste capítulo estabelece uma base metodológica sólida para a análise e discussão dos resultados apresentados no capítulo 4, onde o desempenho do medidor virtual e do preditor desenvolvidos é avaliado de forma quantitativa e qualitativa.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1. Resultados da Análise de Correlação Cruzada

A análise de correlação cruzada entre as variáveis do processo e o teor alcoólico (GalcPV) foi realizada de acordo com os procedimentos definidos na Seção 3.3, com base nos dados previamente processados descritos na Seção 3.2. O objetivo desta etapa foi identificar:

- (i) o grau de relação linear entre cada variável e a saída;
- (ii) o atraso dominante associado à dinâmica da coluna de destilação;
- (iii) a coerência física entre os sinais de correlação e o comportamento esperado do processo.

A Tabela 4.1 apresenta, de forma consolidada, os valores máximos de correlação, o sinal da relação (Direta ou Reversa), o atraso dominante em número de amostras e o atraso correspondente em minutos. A conversão do lag para unidades físicas teve em conta o período de amostragem da planta industrial de 30 segundos.

**Tabela 4.1** – Resultados da correlação cruzada entre variáveis de processo e o teor alcoólico (GalcPV)

Variável de entrada	Máxima correlação	Sinal	Lag (amostras)	Atraso (min)
TempVinhoEntPV	+0,7713	Direta	17	8,5
VvinhoPV	-0,8676	Reversa	14	7
PVaporColAPV	-0,8100	Reversa	15	7,5
PVaporColBPV	-0,8314	Reversa	19	9,5
NivelColAPV	-0,8383	Reversa	20	10
NivelColBPV	-0,9015	Reversa	12	6

Fonte: Adaptado de Castro et al. (2025).

Os resultados apresentados nesta Seção foram originalmente explorados em Castro et al. (2025), sendo aqui retomados e integrados na metodologia completa adotada na presente dissertação.

Os valores apresentados evidenciam correlações significativas entre todas as variáveis analisadas e o teor alcoólico, com coeficientes de correlação superiores a 0,75. Este comportamento é consistente com a dinâmica das colunas de destilação contínua, nas quais perturbações na vazão, no nível e na pressão afetam diretamente o equilíbrio líquido-vapor e, conseqüentemente, a composição do destilado.

A presença de correlações negativas para a maioria das variáveis (vazão de vinho, níveis e pressões) confirma uma relação inversa com o teor alcoólico, o que está de acordo com a interpretação físico-processual discutida nos capítulos anteriores. Por exemplo, aumentos nos níveis das colunas tendem a reduzir a eficiência de separação, resultando numa diminuição do teor alcoólico no topo. Já a correlação positiva observada para a temperatura de entrada do vinho segue o comportamento esperado: temperaturas mais elevadas favorecem a volatilização e tendem a aumentar a pureza do destilado.

Do ponto de vista dinâmico, todos os atrasos identificados são positivos, o que indica que as variáveis do processo antecedem temporalmente a resposta do teor alcoólico. Os valores obtidos variam entre os 6 e os 10 minutos, o que é compatível com os tempos de residência, a inércia térmica e o transporte interno característicos das colunas industriais de destilação. Esta coerência reforça a consistência da análise e valida a utilização dos atrasos identificados na fase de alinhamento temporal das séries (Seção 3.4).

#### 4.2. Seleção da Arquitetura da Rede NARX

Com vista a comparar as arquiteturas de forma consistente, foi selecionada, para cada combinação de hiperparâmetros, a melhor repetição entre as 30 execuções, definida pelo valor mínimo do erro quadrático médio (MSE) no conjunto de validação. Com base neste critério, as arquiteturas foram classificadas e as cinco combinações que apresentaram os menores erros de validação foram selecionadas para análise posterior.

A Tabela 4.2 apresenta as cinco arquiteturas com melhor desempenho, juntamente com as respectivas métricas obtidas na melhor repetição. Os resultados completos referentes às 108 arquiteturas avaliadas, incluindo todas as combinações testadas e os respectivos desempenhos associados à melhor repetição de cada configuração, são apresentados no Apêndice A, garantindo a rastreabilidade e a transparência do processo de seleção.

**Tabela 4.2** – Desempenho das cinco melhores arquiteturas NARX selecionadas

Hiperparâmetros	MSE	MAE	MAPE	NRMSE	R
nu=1,ny=3 H=5 beta=0.6	0,00107	0,02286	0,02433	0,02848	0,99119
nu=1,ny=3 H=5 beta=0.8	0,00108	0,02312	0,02460	0,02858	0,99113
nu=1,ny=3 H=7 beta=0.6	0,00109	0,02328	0,02477	0,02880	0,99099
nu=1,ny=3 H=7 beta=0.8	0,00109	0,02325	0,02474	0,02880	0,99100
nu=1,ny=3 H=9 beta=0.9	0,00110	0,02317	0,02465	0,02882	0,99100

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Os resultados mostram que as arquiteturas selecionadas têm valores baixos de erro e coeficientes de correlação elevados, o que indica que têm uma boa capacidade de representar a dinâmica do processo no conjunto de validação. Verifica-se também que as cinco melhores arquiteturas têm a mesma estrutura básica de atrasos, diferindo sobretudo no número de

neurônios na camada oculta e no valor do coeficiente de momento, o que sugere uma certa robustez na escolha dos atrasos temporais adotados.

### 4.3. Avaliação da Estabilidade e Robustez do Modelo Selecionado

As cinco arquiteturas selecionadas na fase anterior foram submetidas a uma nova avaliação, com vista a analisar a estabilidade da formação e a solidez do desempenho face à variabilidade associada à inicialização dos pesos sinápticos. Para este efeito, cada uma das cinco arquiteturas foi treinada 50 vezes de forma independente, mantendo-se a estrutura da rede e a divisão dos dados fixas, o que resultou num total de 250 execuções adicionais.

A Tabela 4.3 apresenta os valores médios das métricas de desempenho obtidos a partir das 50 execuções de cada arquitetura. Os resultados individuais dessas execuções são apresentados em pormenor no Apêndice B, permitindo uma análise completa da dispersão e do comportamento estatístico de cada configuração avaliada.

**Tabela 4.3** – Desempenho médio das cinco arquiteturas NARX após 50 execuções

<b>Hiperparâmetros</b>	<b>Média MSE</b>	<b>Média MAE</b>	<b>Média MAPE</b>	<b>Média NRMSE</b>	<b>Média R</b>
nu=1,ny=3 H=5 beta=0.6	0,03006	0,11059	0,11760	0,11732	0,57710
nu=1,ny=3 H=5 beta=0.8	0,03485	0,12539	0,13335	0,13214	0,51270
nu=1,ny=3 H=7 beta=0.6	0,02000	0,08085	0,08599	0,08703	0,71844
nu=1,ny=3 H=7 beta=0.8	0,02372	0,09238	0,09825	0,09837	0,66952
nu=1,ny=3 H=9 beta=0.9	0,03148	0,11593	0,12328	0,12158	0,54090

Fonte: Elaborado pelo Autor.

A análise dos valores médios indica que a arquitetura com  $n_u = 1$ ,  $n_y = 3$ ,  $H = 7$  e  $\beta = 0,6$  apresentou o valor médio de MSE mais baixo, bem como coeficientes de correlação consistentemente elevados, tendo sido, por conseguinte, selecionada como a arquitetura final do modelo NARX.

Após a definição da arquitetura final, foi selecionada, entre as 50 execuções realizadas para essa configuração, a que apresentou o valor de erro mais baixo no conjunto de validação. Esta execução, utilizada como modelo final, corresponde a uma das execuções apresentadas no Apêndice B (Tabela B.3). As métricas associadas a esta repetição são apresentadas na Tabela 4.4.

**Tabela 4.4** – Desempenho do modelo NARX selecionado na melhor execução

<b>Parâmetro / Métrica</b>	<b>Melhor valor observado</b>
Ordem dos atrasos das entradas ( $n_u$ )	1
Ordem dos atrasos da saída ( $n_y$ )	3
Número de neurônios na camada oculta ( $H$ )	7
Coefficiente de momento ( $\beta$ )	0,6
Época de parada ( <i>early stopping</i> )	1645
MSE (validação)	0,00110
MAE (validação)	0,02314
MAPE (validação) (%)	0,02462
NRMSE (validação)	0,02890
Coefficiente de correlação (R) (validação)	0,99093

Fonte: Elaborado pelo Autor.

As estatísticas descritivas apresentadas na Tabela 4.5 foram calculadas com base nas 50 execuções da arquitetura selecionada, cujos resultados individuais são apresentados no Apêndice B (Tabela B.3). Estas estatísticas incluem a média, o desvio padrão, o valor mínimo e o valor máximo das métricas de desempenho. Ainda assim, verifica-se que o modelo selecionado apresenta um desempenho consistente e uma estabilidade estatística, confirmando a sua adequação às aplicações analisadas nas Seções seguintes.

**Tabela 4.5** – Estatísticas descritivas do desempenho do modelo NARX selecionado

<b>Métrica</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Máximo</b>
MSE (validação)	0,02000	0,02906	0,00110	0,06743
MAE (validação)	0,08085	0,08674	0,02314	0,22260
MAPE (validação) (%)	0,08599	0,09223	0,02462	0,23671
NRMSE (validação)	0,08703	0,08798	0,02890	0,22607
Coefficiente de correlação (R) (validação)	0,71844	0,42326	-0,11779	0,99093

Fonte: Elaborado pelo Autor.

#### 4.4. Aplicação do modelo NARX como medidor virtual

Os resultados apresentados nesta seção referem-se à aplicação do modelo NARX selecionado na Seção 4.2, que opera como medidor virtual, conforme o procedimento descrito na Seção 3.11.1.

##### 4.4.1. Configuração do modelo para operação como medidor virtual

A aplicação do procedimento de formação descrito no Capítulo 3 resultou num conjunto de modelos candidatos, obtidos a partir de múltiplas execuções independentes com diferentes inicializações dos pesos sinápticos. A Tabela 4.6 apresenta as métricas de desempenho associadas ao modelo selecionado para operar como medidor virtual.

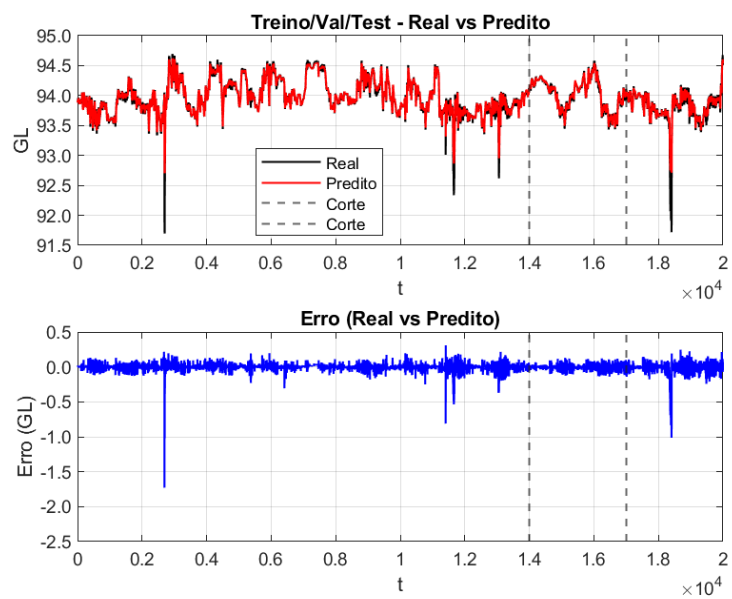
**Tabela 4.6** – Desempenho do modelo NARX selecionado como medidor virtual (Validação)

Hiperparâmetros	MSE	R
nu=1, ny=3 H=7, beta=0.6	0,00110	0,99093

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Os valores apresentados indicam que o modelo selecionado apresenta um erro médio quadrático baixo e um elevado coeficiente de correlação linear, o que evidencia a sua adequada capacidade de estimar a variável de interesse no contexto de medição virtual.

A Figura 4.1 mostra o processo de treino do modelo e como o erro se comportou durante o mesmo.

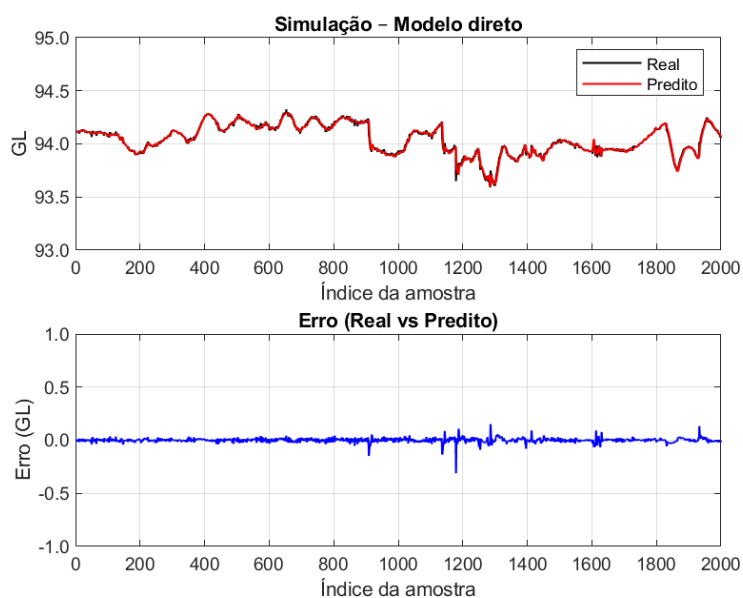
**Figura 4.1** – Treino do Modelo para aplicação de medidor virtual

Fonte: Elaborado pelo Autor.

#### 4.4.2. Resultados da simulação do medidor virtual pelo modelo direto

A Figura 4.2 apresenta o resultado da simulação do modelo NARX operando como medidor virtual em modo direto, utilizando dados não empregados no processo de treino. Observa-se elevada concordância entre os valores estimados pelo modelo e os valores reais medidos, o que indica que a dinâmica do processo foi adequadamente capturada. Conforme definido na Seção 3.5, a simulação foi realizada no intervalo compreendido entre as amostras 89.500 e 91.499, que corresponde a uma região de operação mais estável do processo.

**Figura 4.2** – Simulação do medidor virtual em modo direto



Fonte: Elaborado pelo Autor.

A análise do comportamento do modelo ao longo do período considerado mostra que as discrepâncias entre os valores estimados e medidos continuam reduzidas, sem indícios de deriva ou instabilidade. As métricas quantitativas associadas a essa simulação estão apresentadas na Tabela 4.7.

**Tabela 4.7** – Desempenho do medidor virtual em modo direto

MSE	R
0,00038	0,98997

Fonte: Elaborado pelo Autor.

#### 4.4.3. Resultados da simulação do medidor virtual pelo modelo autorregressivo

A simulação do modelo NARX, operando como medidor virtual em modo autorregressivo, foi realizada conforme definido na Seção 3.5, considerando o intervalo entre as amostras 89.500 e 91.499.

O resultado gráfico correspondente é apresentado no Apêndice C (Figura C.1).

Embora o modelo consiga reproduzir parcialmente a tendência do sinal, observa-se uma degradação progressiva do desempenho ao longo do tempo, característica associada à propagação de erro inerente à operação em modo autorregressivo. As métricas quantitativas obtidas nessa configuração, considerando o intervalo analisado, estão apresentadas na Tabela 4.8.

**Tabela 4.8** – Desempenho do medidor virtual em modo autorregressivo

MSE	R
0,04488	0,62452

Fonte: Elaborado pelo Autor.

## 4.5. Aplicação do modelo NARX para predição multi-horizonte

Os resultados apresentados nesta Seção referem-se à aplicação do modelo NARX selecionado na Seção 4.2, que opera no modo preditor multi-horizonte, conforme o procedimento descrito na Seção 3.11.2.

### 4.5.1. Resultados do treinamento do modelo para predição multi-horizonte

A aplicação do procedimento de formação descrito no Capítulo 3 resultou num conjunto de modelos candidatos destinados à previsão multi-horizonte, obtidos a partir de múltiplas execuções independentes com diferentes inicializações dos pesos sinápticos. A Tabela 4.9 apresenta as métricas de desempenho associadas ao modelo selecionado para a tarefa de previsão.

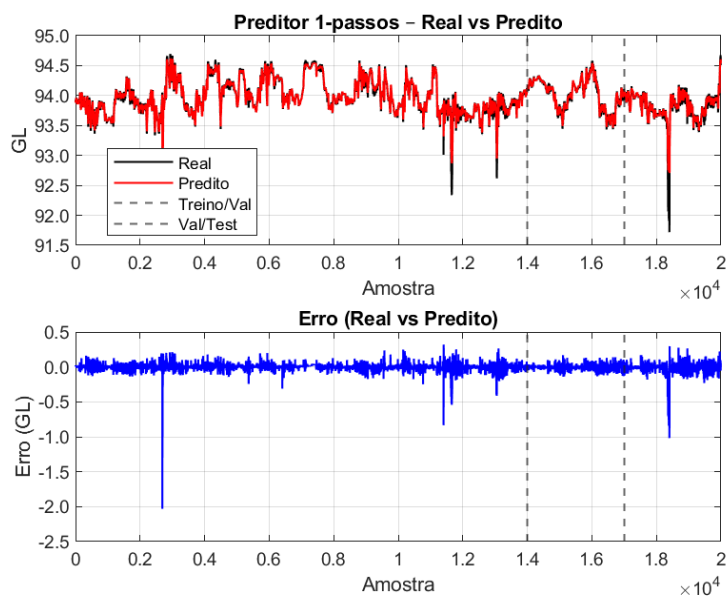
**Tabela 4.9** – Desempenho do preditor multi-horizonte por passo de previsão (Validação)

Hiperparâmetros	MSE	R
Passo = 1	0,00112	0,99079
Passo = 3	0,00161	0,98673
Passo = 5	0,00213	0,98249
Passo = 7	0,00274	0,97738
Passo = 9	0,00347	0,97130

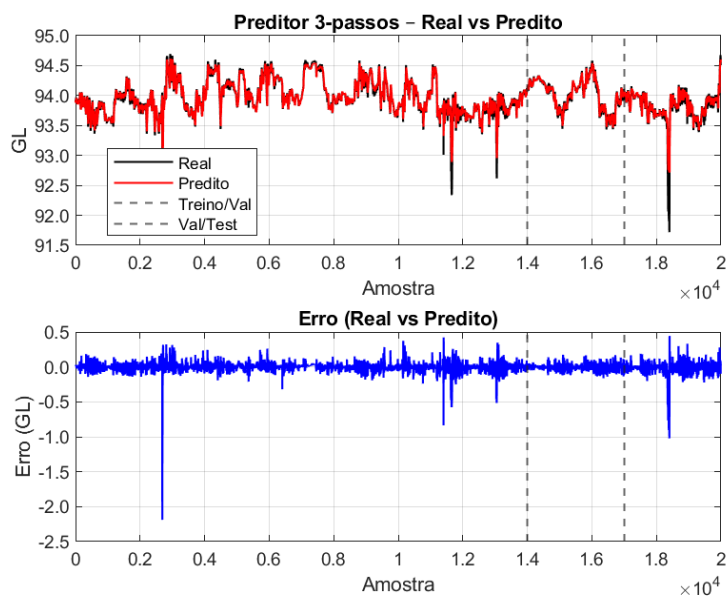
Fonte: Elaborado pelo Autor.

Os valores obtidos indicam que o modelo apresenta um desempenho consistente no contexto da previsão, servindo de base para a análise dos efeitos do aumento do horizonte de previsão nos erros de estimativa.

As Figuras 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7 apresentam o treino de cada modelo com Passo = 1, 3, 5, 7 e 9, respectivamente, e mostram como o erro se comportou durante o treino de cada passo.

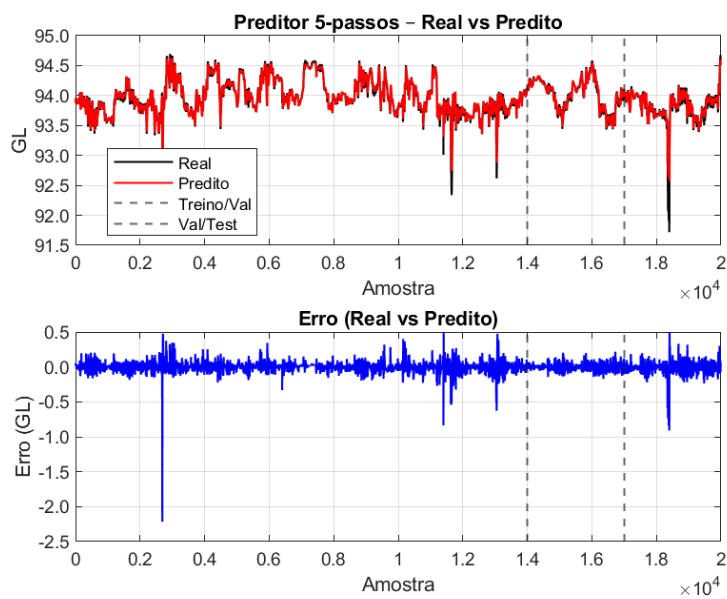
**Figura 4.3** – Treino do Modelo para aplicação do Preditor de Passo 1

Fonte: Elaborado pelo Autor.

**Figura 4.4** – Treino do Modelo para aplicação do Preditor de Passo 3

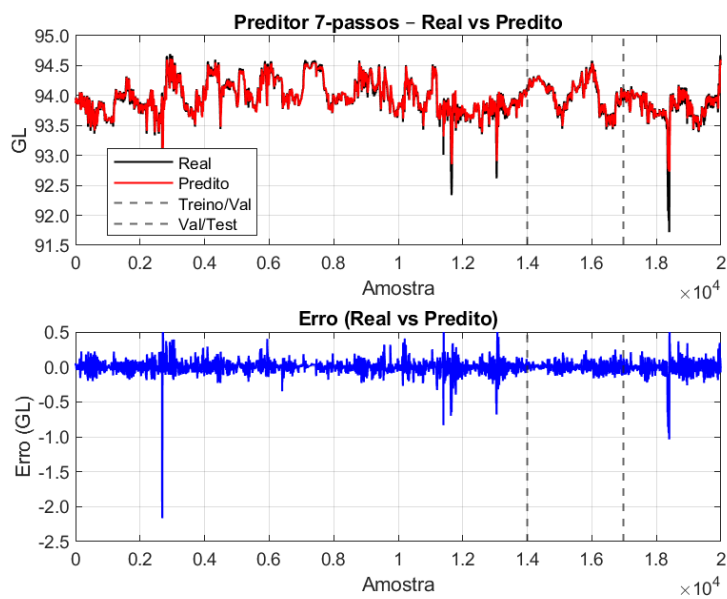
Fonte: Elaborado pelo Autor.

**Figura 4.5** – Treino do Modelo para aplicação do Preditor de Passo 5

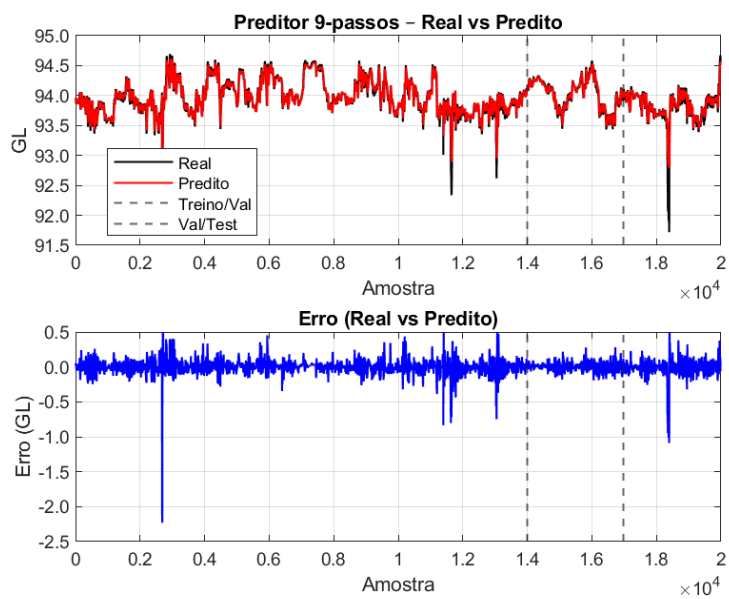


Fonte: Elaborado pelo Autor.

**Figura 4.6** – Treino do Modelo para aplicação do Preditor de Passo 7



Fonte: Elaborado pelo Autor.

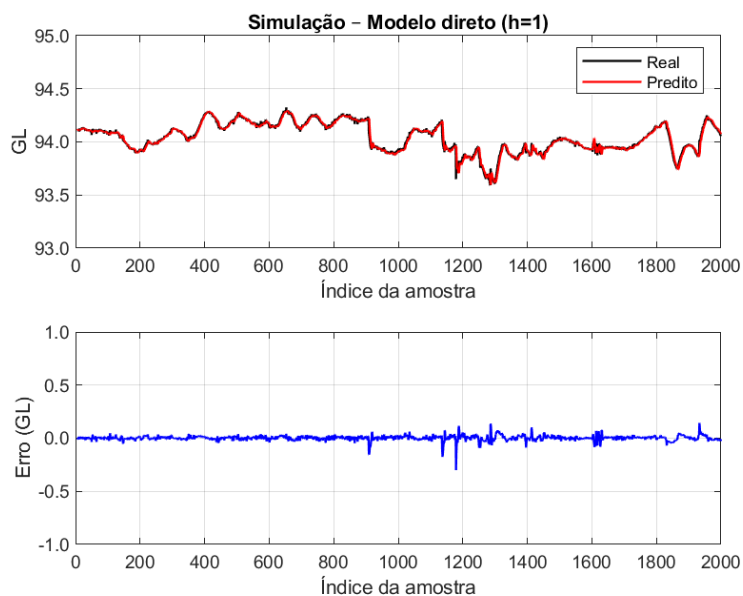
**Figura 4.7** – Treino do Modelo para aplicação do Preditor de Passo 9

Fonte: Elaborado pelo Autor.

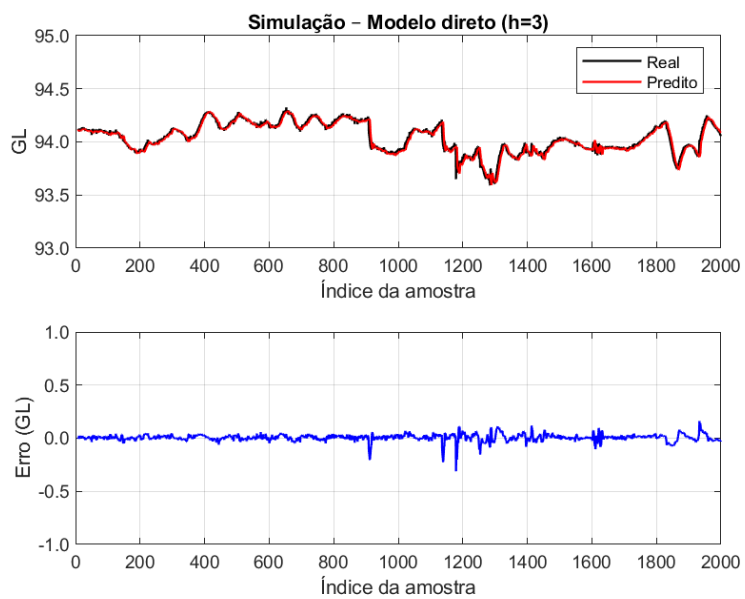
#### 4.5.2. Resultados da simulação do preditor multi-horizonte

As Figuras 4.8 a 4.12 apresentam o resultado da simulação do modelo NARX operando como preditor multi-horizonte, considerando horizontes de previsão de 1, 3, 5, 7 e 9 passos, respectivamente. As simulações foram realizadas com dados não utilizado no processo de treino. Conforme definido na Seção 3.5, as simulações foram conduzidas no intervalo compreendido entre as amostras 89.500 e 91.499, que corresponde a uma região mais representativa do regime normal de operação do processo.

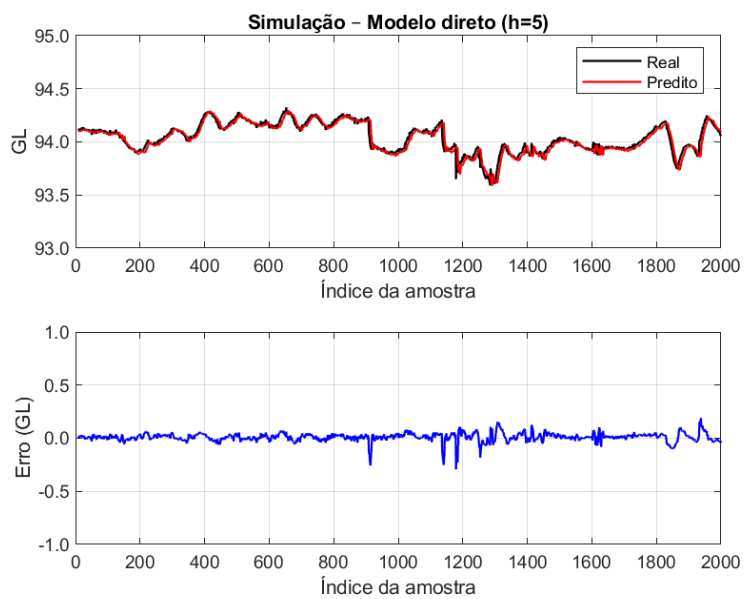
**Figura 4.8** – Simulação do Preditor de Passo 1



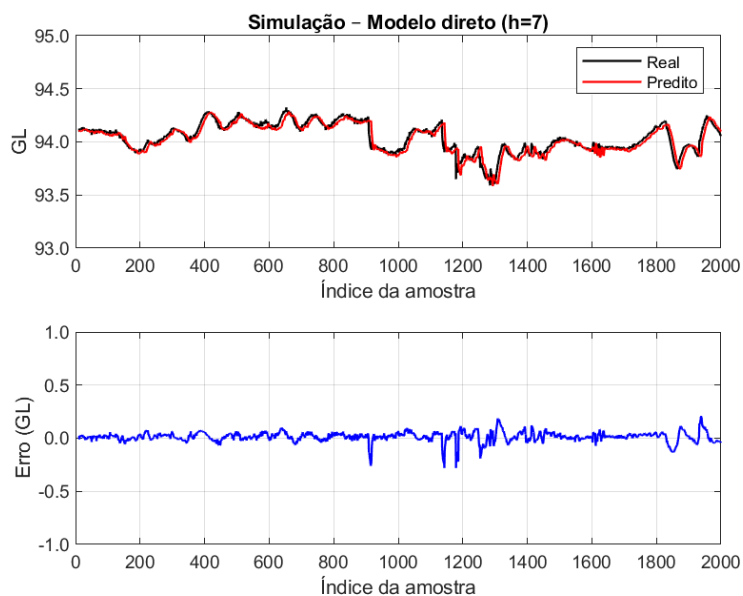
Fonte: Elaborado pelo Autor.

**Figura 4.9** – Simulação do Preditor de Passo 3

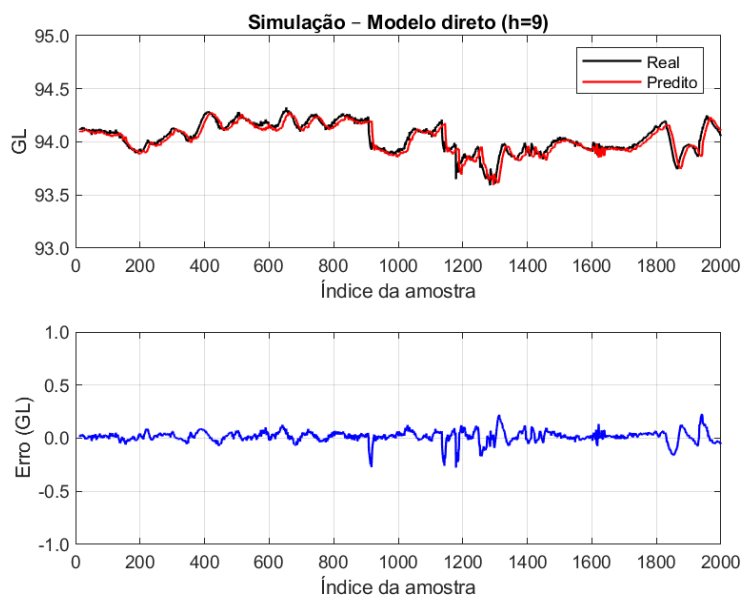
Fonte: Elaborado pelo Autor.

**Figura 4.10** – Simulação do Preditor de Passo 5

Fonte: Elaborado pelo Autor.

**Figura 4.11 – Simulação do Preditor de Passo 7**

Fonte: Elaborado pelo Autor.

**Figura 4.12 – Simulação do Preditor de Passo 9**

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Observa-se que o modelo apresenta elevada capacidade de previsão para horizontes de curto prazo, com boa aderência entre os valores estimados e os valores reais. Conforme o horizonte de previsão aumenta, verifica-se uma degradação gradual do desempenho, comportamento esperado em modelos de predição multi-horizonte devido à acumulação de

incertezas ao longo do tempo. As métricas quantitativas associadas ao desempenho do modelo para cada horizonte de previsão estão apresentadas na Tabela 4.10.

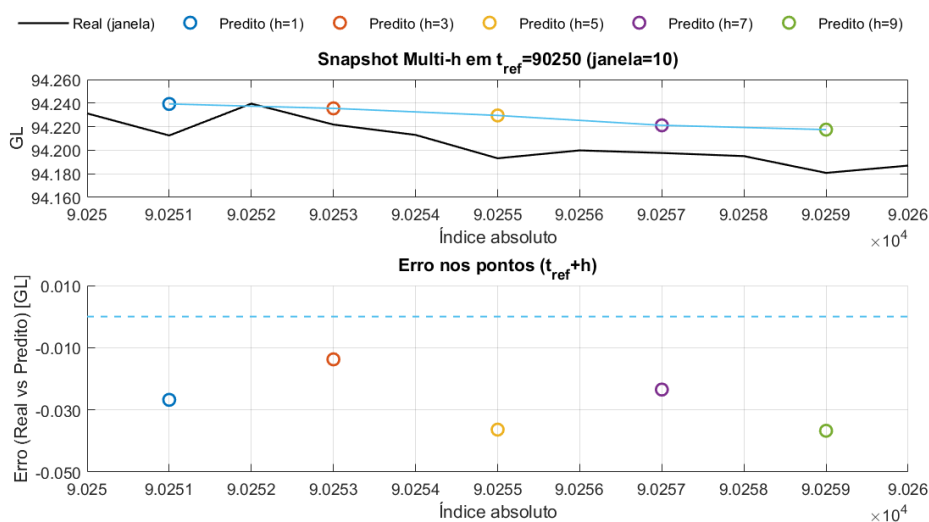
**Tabela 4.10** – Desempenho do preditor multi-horizonte por passo de simulação

Passo	MSE	R
Passo = 1	0,00058	0,98497
Passo = 3	0,00111	0,97199
Passo = 5	0,00175	0,95728
Passo = 7	0,00243	0,94121
Passo = 9	0,00315	0,92340

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Ao realizar estas várias simulações, comparamos cada preditor, analisando um ponto específico da simulação e demonstrando como seria a previsão em relação ao valor real. A Figura 4.13 mostra a previsão e o erro no ponto 90.250.

**Figura 4.13** – Comparação das trajetórias de previsão em múltiplos passos (Amostra 90.250)



Fonte: Elaborado pelo Autor.

#### 4.6. Análise comparativa do desempenho do modelo NARX

Nesta Seção, é apresentada uma análise comparativa entre as duas aplicações do modelo NARX estudadas neste trabalho: a operação como medidor virtual e a operação como preditor multi-horizonte. O objetivo da comparação é sintetizar os resultados obtidos nas Seções 4.4 e 4.5, realçando as diferenças de desempenho e o potencial de aplicação de cada abordagem.

Para garantir a consistência, os valores comparados correspondem à condição sem perturbação, considerando o intervalo 89.500 – 91.499. No caso do medidor virtual, é utilizada a condição que representa a operação aplicada (simulação no modo autorregressivo), ao passo que, no preditor multi-horizonte, são avaliados os diferentes passos de previsão no mesmo intervalo.

A Tabela 4.11 apresenta as métricas MSE e o coeficiente de correlação (R) para as duas aplicações.

**Tabela 4.11** – Comparação de desempenho entre medidor virtual e preditor multi-horizonte

<b>Aplicação do modelo</b>	<b>Horizonte de previsão</b>	<b>MSE</b>	<b>Coeficiente de correlação (R)</b>
Medidor virtual (operação aplicada – autorregressivo)	1 passo	0,04488	0,62452
Preditor multi-horizonte	1 passo	0,00058	0,98497
Preditor multi-horizonte	3 passos	0,00111	0,97199
Preditor multi-horizonte	5 passos	0,00175	0,95728
Preditor multi-horizonte	7 passos	0,00243	0,94121
Preditor multi-horizonte	9 passos	0,00315	0,92340

Fonte: Elaborado pelo Autor.

A análise da Tabela 4.11 evidencia diferenças relevantes entre as duas aplicações do modelo NARX. No caso do medidor virtual operando em modo autorregressivo, observa-se que o modelo apresenta capacidade de reproduzir parcialmente a dinâmica do processo, conforme indicado pelo valor do coeficiente de correlação obtido. No entanto, verifica-se uma degradação

progressiva do desempenho ao longo do tempo, associada à propagação de erro inerente à estrutura autorregressiva.

Embora os resultados não apresentem comportamento divergente, os valores de erro e correlação indicam um desempenho inferior quando comparado à abordagem preditiva. Essa limitação está diretamente relacionada ao caráter recursivo da aplicação, em que os erros de estimação são realimentados ao modelo, impactando a qualidade das previsões ao longo da simulação.

Por outro lado, o preditor multi-horizonte apresenta melhor desempenho global, com menores valores de erro e maiores coeficientes de correlação. Esse comportamento está associado à limitação do horizonte de previsão, que reduz a acumulação de erros e permite uma representação mais estável da dinâmica do processo.

Dessa forma, os resultados obtidos indicam que, embora o modelo NARX apresente desempenho aceitável na aplicação como medidor virtual em modo autorregressivo, a abordagem de predição multi-horizonte se mostra mais robusta e adequada para a análise e antecipação do comportamento do processo.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo investigar a aplicação de modelos baseados em redes neurais do tipo NARX para representar a dinâmica de uma coluna de destilação do setor sucroenergético, considerando duas abordagens distintas: a utilização do modelo como medidor virtual e como preditor multi-horizonte. A motivação central esteve associada à procura de alternativas baseadas em dados capazes de apoiar o acompanhamento e a análise dinâmica do processo, utilizando exclusivamente variáveis do processo medidas rotineiramente na unidade industrial.

A metodologia adotada envolveu o processamento preliminar de dados industriais reais, a análise de correlação cruzada para identificar atrasos relevantes e uma estratégia sistemática de seleção e validação da arquitetura da rede NARX. A divisão dos dados em blocos temporais contínuos permitiu preservar a causalidade do processo e evitar a fuga de informação entre as etapas de modelação e avaliação. Além disso, a realização de múltiplas execuções independentes possibilitou uma análise mais robusta da estabilidade e variabilidade do desempenho dos modelos.

Os resultados obtidos ao aplicar o modelo como medidor virtual indicaram um desempenho limitado nas condições analisadas, com valores elevados de erro e coeficientes de correlação próximos de zero. Este comportamento evidencia que, para o conjunto de dados e condições operacionais consideradas, a utilização do modelo NARX como ferramenta de estimativa instantânea do teor alcoólico não se mostrou adequada, especialmente numa perspectiva de aplicação prática.

Por outro lado, a aplicação do modelo como preditor multi-horizonte apresentou resultados significativamente superior. Para horizontes de previsão mais curtos, o modelo demonstrou uma elevada capacidade preditiva, com baixos valores de erro e altos coeficientes de correlação. À medida que o horizonte de previsão aumentou, verificou-se uma degradação gradual do desempenho, caracterizada pelo aumento do erro e pela diminuição do coeficiente de correlação, o que é expectável em previsões de vários passos à frente. Ainda assim, mesmo para horizontes mais longos, o modelo manteve um desempenho moderado, demonstrando a sua capacidade de antecipar tendências do processo dentro de limites aceitáveis.

A análise comparativa entre as duas abordagens permitiu concluir que, embora o mesmo modelo estrutural tenha sido utilizado, os objetivos e os resultados das aplicações são distintos. Enquanto a utilização como medidor virtual se mostrou pouco eficaz nas condições estudadas, a aplicação como preditor multi-horizonte revelou-se mais promissora, especialmente para

previsões de curto e médio prazo, configurando-se como uma potencial ferramenta de apoio à análise prospectiva e à tomada de decisão no contexto operacional.

Assim, as principais contribuições deste trabalho estão na proposição e aplicação de uma metodologia estruturada para o desenvolvimento de modelos baseados em dados industriais aplicados à análise dinâmica dos processos de destilação de etanol. A abordagem proposta integrou etapas de pré-processamento e análise exploratória de dados, identificação de defasagens temporais entre variáveis por meio de correlação cruzada e desenvolvimento de modelos baseados em redes neurais do tipo NARX para predição multi-horizonte do teor alcoólico. A aplicação dessa metodologia em dados reais de uma unidade industrial permitiu identificar relações dinâmicas relevantes entre variáveis de processo e demonstrar que modelos orientados a dados, quando corretamente configurados e interpretados, podem apresentar desempenho significativo como ferramentas de suporte ao monitoramento e à análise operacional. Além disso, o estudo evidencia que a utilização criteriosa de dados históricos industriais, aliada ao conhecimento do processo, possibilita o desenvolvimento de estratégias de estimação capazes de ampliar a compreensão do comportamento dinâmico do sistema e contribuir para futuras aplicações em monitoramento avançado, sensores virtuais e estratégias de controle inteligente em processos de destilação.

### **Trabalhos Futuros**

Com base nos resultados e nas conclusões alcançadas, destacam-se as seguintes possibilidades de trabalhos futuros:

- Investigação de estratégias alternativas para o desenvolvimento de medidores virtuais, com foco na redução do erro acumulado observado na aplicação autorregressiva, incluindo o estudo de técnicas de regularização, estruturas híbridas ou modificações no esquema de realimentação do modelo;
- Desenvolvimento de metodologias de formação e validação específicas para medidores virtuais, que incorporem mecanismos de correção de erros, filtros ou técnicas de amortecimento capazes de mitigar a propagação de erros em simulações recursivas;
- Avaliação do desempenho do preditor multi-horizonte sob diferentes condições operacionais;
- Investigação da aplicação do preditor multi-horizonte como ferramenta de apoio à tomada de decisão operacional, associando as previsões obtidas a estratégias de controle avançado ou otimização do processo;

- Comparação do modelo NARX com outras abordagens de previsão baseadas em dados, como as redes recorrentes do tipo Memória de Longo e Curto Prazo (Long Short-Term Memory – LSTM) e Unidade Recorrente com Portas (Gated Recurrent Unit – GRU), com o objetivo de avaliar possíveis ganhos de desempenho para horizontes de previsão mais longos;
- Estudo da influência de diferentes conjuntos de variáveis de entrada e da inclusão de informações adicionais do processo sobre a capacidade preditiva do modelo;
- Extensão da metodologia proposta para outros processos industriais dinâmicos, avaliando a generalização da abordagem e suas limitações;
- Avaliação da viabilidade de implementação do modelo proposto em ambiente industrial em tempo real, considerando aspectos de integração com sistemas de supervisão e controle, visando o desenvolvimento de sensores virtuais aplicados ao monitoramento do teor alcoólico em colunas de destilação.

## REFERÊNCIAS

AGUIRRE, Luis Antonio. *Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não lineares aplicadas a sistemas reais*. 3. ed. rev. e ampl. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2007.

ÅSTRÖM, Karl Johan; MURRAY, Richard M. *Feedback systems: an introduction for scientists and engineers*. 2. ed. Princeton: Princeton University Press, 2021.

BOX, G. E. P. et al. *Time series analysis: forecasting and control*. 5. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2016.

CASTRO, B. S. et al. Análise da eficiência do processo de centrifugação de fermento na produção de etanol. In: ENCONTRO DE DESENVOLVIMENTO DE PROCESSOS AGROINDUSTRIAIS, 4., 2025, Uberaba. *Anais [...]*. Uberaba: Uniube/IFTM/UFTM, 2020a.

CASTRO, B. S. et al. Análise da qualidade microbiológica da fermentação para produção de etanol. In: ENCONTRO DE DESENVOLVIMENTO DE PROCESSOS AGROINDUSTRIAIS, 4., 2025, Uberaba. *Anais [...]*. Uberaba: Uniube/IFTM/UFTM, 2020b.

CASTRO, B. S. et al. Análise da sintonia do controlador de processo de centrifugação de fermento. In: ENCONTRO DE DESENVOLVIMENTO DE PROCESSOS AGROINDUSTRIAIS, 4., 2025, Uberaba. *Anais [...]*. Uberaba: Uniube/IFTM/UFTM, 2020c.

CASTRO, B. S. et al. Análise de correlação entre variáveis de processo e identificação do atraso em uma coluna de destilação de etanol. In: ENCONTRO DE DESENVOLVIMENTO DE PROCESSOS AGROINDUSTRIAIS, 9., 2025, Uberaba. *Anais [...]*. Uberaba: Uniube/IFTM/UFTM, 2025.

FORTUNA, Luigi et al. *Soft sensors for monitoring and control of industrial processes*. London: Springer, 2007.

GRAVETTER, Frederick J.; WALLNAU, Larry B. *Statistics for the behavioral sciences*. 10. ed. Boston: Cengage Learning, 2017.

HAGAN, M. T.; DEMUTH, H. B.; BEALE, M. H. *Neural Network Design*. 2. ed. Stillwater: Martin Hagan, 2014.

HAYKIN, Simon. *Neural networks: a comprehensive foundation*. 2. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1999.

HAYKIN, Simon. *Neural networks and learning machines*. 3. ed. Upper Saddle River: Pearson, 2009.

KADLEC, Petr; GABRYS, Bogdan; STRANDT, Sibylle. Data-driven soft sensors in the process industry. *Computers & Chemical Engineering*, v. 33, p. 795-814, 2009.

KISTER, Henry Z. *Distillation design*. New York: McGraw-Hill, 1992.

LI, K. et al. Estimation of NO<sub>x</sub> emissions in thermal power plants. In: IFAC WORLD CONGRESS, 16., 2005. *Proceedings* [...]. [S. l.]: IFAC, 2005.

LJUNG, Lennart. *System identification: theory for the user*. 2. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall PTR, 1999.

LUYBEN, William L. *Distillation design and control using Aspen simulation*. 2. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2013.

MCCABE, Warren L.; SMITH, Julian C.; HARRIOTT, Peter. *Unit operations of chemical engineering*. 5. ed. New York: McGraw-Hill, 1993.

MELEIRO, L. A. C.; MACIEL FILHO, R. A self-tuning adaptive control applied to an industrial large-scale ethanol production. *Computers & Chemical Engineering*, v. 24, p. 925-930, 2000.

NARENDRA, K. S.; PARTHASARATHY, K. *Identification and control of dynamical systems using neural networks*. *IEEE Transactions on Neural Networks*, v. 1, n. 1, p. 4-27, 1990.

PRAUSNITZ, John M.; LICHTENTHALER, Rudiger N.; AZEVEDO, Edmundo Gomes de. *Molecular thermodynamics of fluid-phase equilibria*. 3. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1999.

SANTOS, M. C. et al. Main technologies for the production of anhydrous ethanol in Brazil. *Revista Virtual de Química*, 2021. DOI: 10.21577/1984-6835.20210076.

SEADER, J. D.; HENLEY, Ernest J. *Separation process principles*. 2. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2006.

SEBORG, Dale E. et al. *Process dynamics and control*. 4. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2016.

SILVA, Ivan Nunes da et al. *Artificial neural networks: a practical course*. Cham: Springer, 2017.

SKOGESTAD, Sigurd. Dynamics and control of distillation columns. *Chemical Engineering Research and Design*, v. 75, p. 539-562, 1997.

# APÊNDICE A – RESULTADOS COMPLETOS DA AVALIAÇÃO DAS 108 ARQUITETURAS

O apêndice em questão apresenta os resultados completos da fase de seleção das arquiteturas da rede neural NARX. São listadas todas as 108 combinações de hiperparâmetros avaliadas, bem como as respectivas métricas de desempenho da melhor iteração entre as 30 execuções realizadas para cada arquitetura, considerando o conjunto de validação.

**Tabela A.1 – Resultados da avaliação das 108 arquiteturas da rede NARX**

ID	nu	ny	H	beta	rep	bestEp	MSE tr	MSE va	MSE te	MSE_ol	MAE tr	MAE va	MAE te	MAE_ol	MAPE tr	MAPE va	MAPE te	MAPE_ol	NRMSE tr	NRMSE va	NRMSE te	NRMSE_ol	R_tr	R_va	R_te	R_ol
1	1	1	5	0,6	10	3617	0,00228	0,00177	0,00699	0,00291	0,02436	0,02732	0,04322	0,02764	0,02595	0,02907	0,04622	0,02946	0,01591	0,03661	0,02828	0,01798	0,98641	0,98542	0,96599	0,98311
2	1	1	5	0,7	26	2489	0,00234	0,00176	0,00845	0,00317	0,02457	0,02727	0,04457	0,02797	0,02617	0,02902	0,04768	0,02983	0,01614	0,03651	0,03108	0,01878	0,98607	0,98547	0,95991	0,98170
3	1	1	5	0,8	14	2686	0,00247	0,00177	0,00958	0,00343	0,02476	0,02745	0,04561	0,02829	0,02637	0,02921	0,04881	0,03016	0,01657	0,03661	0,03310	0,01953	0,98532	0,98540	0,95501	0,98021
4	1	1	5	0,9	16	3245	0,00235	0,00176	0,00790	0,00310	0,02492	0,02725	0,04415	0,02816	0,02655	0,02900	0,04722	0,03002	0,01617	0,03657	0,03005	0,01855	0,98604	0,98545	0,96244	0,98216
5	1	1	7	0,6	22	2725	0,00234	0,00177	0,00743	0,00302	0,02466	0,02738	0,04373	0,02793	0,02627	0,02914	0,04677	0,02978	0,01614	0,03660	0,02916	0,01833	0,98603	0,98541	0,96408	0,98251
6	1	1	7	0,7	4	2909	0,00223	0,00176	0,00777	0,00299	0,02466	0,02724	0,04405	0,02796	0,02627	0,02899	0,04711	0,02981	0,01574	0,03648	0,02981	0,01823	0,98675	0,98550	0,96375	0,98282
7	1	1	7	0,8	22	3237	0,00198	0,00178	0,00539	0,00246	0,02375	0,02755	0,04157	0,02700	0,02530	0,02932	0,04442	0,02877	0,01483	0,03675	0,02482	0,01654	0,98793	0,98534	0,97186	0,98534
8	1	1	7	0,9	21	3163	0,00232	0,00177	0,00834	0,00314	0,02463	0,02744	0,04458	0,02804	0,02623	0,02920	0,04769	0,02990	0,01607	0,03659	0,03089	0,01869	0,98607	0,98542	0,95971	0,98172
9	1	1	9	0,6	8	2662	0,00215	0,00177	0,00663	0,00277	0,02442	0,02740	0,04307	0,02767	0,02601	0,02916	0,04605	0,02949	0,01547	0,03662	0,02753	0,01754	0,98706	0,98539	0,96818	0,98387
10	1	1	9	0,7	18	2750	0,00238	0,00178	0,00728	0,00302	0,02524	0,02767	0,04383	0,02839	0,02688	0,02944	0,04687	0,03027	0,01626	0,03675	0,02886	0,01833	0,98583	0,98529	0,96532	0,98254
11	1	1	9	0,8	5	10000	0,00194	0,00179	0,00507	0,00239	0,02335	0,02734	0,04110	0,02661	0,02487	0,02909	0,04390	0,02836	0,01467	0,03686	0,02409	0,01628	0,98815	0,98548	0,97277	0,98566
12	1	1	9	0,9	4	2486	0,00248	0,00180	0,00859	0,00329	0,02548	0,02787	0,04524	0,02881	0,02715	0,02965	0,04840	0,03071	0,01661	0,03690	0,03134	0,01914	0,98519	0,98517	0,95964	0,98095
13	1	2	5	0,6	23	2081	0,00254	0,00120	0,00946	0,00337	0,02463	0,02357	0,04275	0,02719	0,02624	0,02508	0,04578	0,02900	0,01679	0,03016	0,03289	0,01937	0,98515	0,99011	0,96888	0,98093
14	1	2	5	0,7	9	2375	0,00273	0,00121	0,01220	0,00392	0,02454	0,02387	0,04473	0,02747	0,02615	0,02540	0,04792	0,02930	0,01742	0,03024	0,03736	0,02088	0,98382	0,99008	0,94434	0,97747
15	1	2	5	0,8	20	2264	0,00258	0,00123	0,01103	0,00365	0,02410	0,02410	0,04397	0,02708	0,02569	0,02565	0,04709	0,02889	0,01694	0,03049	0,03552	0,02013	0,98457	0,98992	0,94929	0,97887
16	1	2	5	0,9	22	2281	0,00234	0,00123	0,00886	0,00315	0,02418	0,02413	0,04249	0,02692	0,02577	0,02567	0,04548	0,02871	0,01612	0,03055	0,03183	0,01872	0,98588	0,98989	0,96026	0,98161
17	1	2	7	0,6	6	2270	0,00224	0,00121	0,00839	0,00301	0,02360	0,02371	0,04198	0,02637	0,02514	0,02523	0,04493	0,02812	0,01579	0,03028	0,03098	0,01830	0,98650	0,99007	0,96169	0,98248
18	1	2	7	0,7	18	1877	0,00208	0,00120	0,00653	0,00262	0,02378	0,02352	0,03997	0,02617	0,02533	0,02503	0,04276	0,02790	0,01521	0,03012	0,02733	0,01705	0,98757	0,99015	0,97023	0,98491
19	1	2	7	0,8	25	1854	0,00206	0,00122	0,00643	0,00259	0,02390	0,02363	0,03988	0,02626	0,02546	0,02513	0,04266	0,02799	0,01515	0,03035	0,02711	0,01697	0,98763	0,98999	0,97091	0,98502
20	1	2	7	0,9	16	2099	0,00245	0,00121	0,01006	0,00341	0,02408	0,02381	0,04342	0,02694	0,02566	0,02535	0,04649	0,02874	0,01651	0,03033	0,03391	0,01946	0,98533	0,99002	0,95484	0,98029
21	1	2	9	0,6	15	2129	0,00233	0,00123	0,00833	0,00307	0,02458	0,02404	0,04201	0,02711	0,02619	0,02568	0,04497	0,02891	0,01610	0,03053	0,03087	0,01847	0,98619	0,98988	0,96282	0,98244
22	1	2	9	0,7	20	1738	0,00203	0,00122	0,00627	0,00254	0,02349	0,02391	0,03989	0,02601	0,02502	0,02545	0,04267	0,02773	0,01502	0,03037	0,02678	0,01681	0,98773	0,99001	0,97108	0,98509
23	1	2	9	0,8	2	10000	0,00179	0,00121	0,00454	0,00212	0,02271	0,02365	0,03768	0,02513	0,02419	0,02517	0,04048	0,02678	0,01412	0,03034	0,02279	0,01535	0,98903	0,99025	0,97639	0,98728
24	1	2	9	0,9	28	1938	0,00239	0,00122	0,00730	0,00284	0,02423	0,02399	0,04151	0,02581	0,02513	0,04443	0,02856	0,01573	0,03045	0,02890	0,01776	0,01661	0,98651	0,98999	0,96653	0,98333
25	1	3	5	0,6	15	1514	0,00292	0,00109	0,01183	0,00398	0,02628	0,02328	0,04368	0,02844	0,02801	0,02477	0,04681	0,03034	0,01800	0,02880	0,03678	0,02103	0,98257	0,99099	0,94837	0,97708
26	1	3	5	0,7	1	1753	0,00279	0,00113	0,01092	0,00376	0,02597	0,02385	0,04300	0,02830	0,02768	0,02537	0,04670	0,03019	0,01761	0,02921	0,03533	0,02045	0,98305	0,99084	0,94965	0,97784
27	1	3	5	0,8	10	1737	0,00255	0,00107	0,01011	0,00346	0,02489	0,02286	0,04200	0,02715	0,02652	0,02433	0,04499	0,02896	0,01684	0,02848	0,03401	0,01962	0,98469	0,99119	0,95515	0,97998
28	1	3	5	0,9	8	1873	0,00232	0,00110	0,00856	0,00307	0,02414	0,02329	0,04100	0,02654	0,02572	0,02478	0,04389	0,02831	0,01604	0,02893	0,03129	0,01848	0,98600	0,99095	0,96214	0,98206
29	1	3	7	0,6	8	1319	0,00270	0,00109	0,01007	0,00356	0,02571	0,02325	0,04225	0,02782	0,02740	0,04274	0,04525	0,02968	0,01732	0,02880	0,03394	0,01990	0,98402	0,99100	0,95600	0,97965
30	1	3	7	0,7	9	1413	0,00275	0,00110	0,01074	0,00370	0,02588	0,02336	0,04290	0,02806	0,02758	0,04286	0,04595	0,02993	0,01749	0,02891	0,03504	0,02029	0,98355	0,99093	0,95260	0,97863
31	1	3	7	0,8	13	1401	0,00255	0,00108	0,00796	0,00314	0,02595	0,02312	0,04045	0,02771	0,02766	0,04260	0,04330	0,02955	0,01684	0,02858	0,03017	0,01869	0,98478	0,99113	0,96497	0,98193
32	1	3	7	0,9	12	10000	0,00194	0,00111	0,00520	0,00231	0,02346	0,02308	0,03757	0,02552	0,02499	0,02456	0,04017	0,02720	0,01470	0,02901	0,02438	0,01602	0,98810	0,99106	0,97496	0,98621
33	1	3	9	0,6	5	10000	0,00184	0,00112	0,00441	0,00212	0,02328	0,02310	0,03677	0,02528	0,02480	0,02459	0,03931	0,02694	0,01429	0,02914	0,02245	0,01534	0,98875	0,99099	0,97765	0,98732
34	1	3	9	0,7	18	10000	0,00210	0,00111	0,00617	0,00256	0,02419	0,02338	0,03911	0,02631	0,02577	0,02487	0,04183	0,02805	0,01528	0,02903	0,02656	0,01688	0,98714	0,99116	0,96984	0,98466
35	1	3	9	0,8	29	1547	0,00237	0,00113	0,00618	0,00275	0,02570	0,02357	0,03878	0,02734	0,02738	0,02509	0,04148	0,02915	0,01623	0,02922	0,02658	0,01750	0,98578	0,99074	0,97235	0,98409
36	1	3	9	0,9	4	1625	0,00220	0,00110	0,00520	0,00249	0,02536	0,02317	0,03807	0,02694	0,02701	0,02465	0,04071	0,02871	0,01566	0,02882	0,02439	0,01663	0,98669	0,99100	0,97556	0,98544
37	2	1	5	0,6	24	2755	0,00303	0,00182	0,01419	0,00452	0,02688	0,02858	0,04942	0,03052	0,02864	0,03042	0,05293	0,03255	0,01834	0,03713	0,04028	0,02241	0,98229	0,98500	0,93204	0,97419
38	2	1	5	0,7	26	10000	0,00202	0,00181	0,00559	0,00253	0,02380	0,02768	0,04193	0,02710	0,02534	0,02946	0,04481	0,02888	0,01500	0,03701	0,02529	0,01676	0,98760	0,98530	0,97016	0,98482
39	2	1	5	0,8	25	3289	0,00272	0,00181	0,01085	0,00380	0,02570	0,02804	0,04698	0,02925	0,02738	0,02984	0,05028	0,03119	0,01738	0,03703	0,03522	0,02055	0,98365	0,98513	0,94783	0,97779
40	2	1	5	0,9	9	4393	0,00329	0,00193	0,01443	0,00476	0,02794	0,03038	0,05126	0,03181	0,02978	0,03232	0,05489	0,03393	0,01913	0,03827	0,04062	0,02300	0,98007	0,98420	0,92890	0,97195
41	2	1	7	0,6	15	10000	0,00203	0,00180	0,00559	0,00253																

ID	nu	ny	H	beta	rep	bestEp	MSE tr	MSE va	MSE te	MSE att	MAE tr	MAE va	MAE te	MAE att	MAPE tr	MAPE va	MAPE te	MAPE att	NRMSE tr	NRMSE va	NRMSE te	NRMSE att	R tr	R va	R te	R att
70	2	3	9	0,7	5	10000	0,00207	0,00113	0,00579	0,00249	0,02422	0,02360	0,03870	0,02630	0,02580	0,02511	0,04139	0,02804	0,01518	0,02927	0,02573	0,01663	0,98731	0,99100	0,97150	0,98511
71	2	3	9	0,8	10	10000	0,00196	0,00115	0,00512	0,00231	0,02401	0,02367	0,03776	0,02602	0,02558	0,02519	0,04038	0,02774	0,01477	0,02950	0,02419	0,01604	0,98798	0,99070	0,97551	0,98617
72	2	3	9	0,9	18	10000	0,00233	0,00113	0,00743	0,00292	0,02517	0,02374	0,04062	0,02728	0,02682	0,02527	0,04347	0,02908	0,01609	0,02927	0,02915	0,01800	0,98574	0,99098	0,96423	0,98259
73	3	1	5	0,6	25	3352	0,00515	0,00194	0,01309	0,00586	0,04029	0,03014	0,05335	0,04073	0,04290	0,03208	0,05710	0,04340	0,02394	0,03833	0,03870	0,02553	0,96926	0,98399	0,94220	0,96644
74	3	1	5	0,7	1	74	0,07009	0,06083	0,09656	0,07268	0,20408	0,20398	0,18092	0,20059	0,21716	0,21689	0,19354	0,21357	0,08827	0,21472	0,10509	0,08988	0,39972	0,21654	0,01808	0,37464
75	3	1	5	0,8	15	10000	0,00227	0,00185	0,00735	0,00297	0,02479	0,02835	0,04428	0,02825	0,02640	0,03017	0,04734	0,03011	0,01589	0,03747	0,02900	0,01818	0,98608	0,98519	0,96160	0,98216
76	3	1	5	0,9	30	3525	0,00262	0,00179	0,01049	0,00368	0,02533	0,02774	0,04647	0,02886	0,02699	0,02952	0,04973	0,03078	0,01707	0,03684	0,03464	0,02022	0,98435	0,98522	0,94996	0,97868
77	3	1	7	0,6	20	3114	0,00332	0,00219	0,01036	0,00421	0,03259	0,03397	0,04944	0,03532	0,03470	0,03614	0,05290	0,03765	0,01922	0,04074	0,03442	0,02163	0,98161	0,98286	0,95491	0,97755
78	3	1	7	0,7	19	10000	0,00214	0,00184	0,00687	0,00281	0,02444	0,02819	0,04370	0,02789	0,02603	0,03000	0,04672	0,02973	0,01543	0,03735	0,02804	0,01766	0,98689	0,98524	0,96384	0,98316
79	3	1	7	0,8	24	10000	0,00207	0,00185	0,00554	0,00256	0,02434	0,02840	0,04217	0,02762	0,02581	0,03022	0,04506	0,02943	0,01516	0,03744	0,02518	0,01686	0,98734	0,98510	0,97012	0,98462
80	3	1	7	0,9	7	3792	0,00238	0,00180	0,00793	0,00312	0,02568	0,02798	0,04433	0,02882	0,02735	0,02977	0,04742	0,03073	0,01626	0,03690	0,03011	0,01863	0,98576	0,98518	0,96121	0,98181
81	3	1	9	0,6	1	3409	0,00269	0,00200	0,00768	0,00333	0,02767	0,03028	0,04528	0,03070	0,02947	0,03222	0,04842	0,03272	0,01728	0,03890	0,02965	0,01925	0,98366	0,98364	0,96212	0,98027
82	3	1	9	0,7	14	10000	0,00198	0,00183	0,00513	0,00243	0,02411	0,02809	0,04176	0,02736	0,02568	0,02990	0,04461	0,02915	0,01485	0,03727	0,02422	0,01644	0,98786	0,98515	0,97195	0,98536
83	3	1	9	0,8	4	10000	0,00204	0,00181	0,00557	0,00253	0,02398	0,02772	0,04195	0,02723	0,02553	0,02950	0,04483	0,02902	0,01505	0,03705	0,02523	0,01678	0,98752	0,98532	0,97036	0,98477
84	3	1	9	0,9	29	10000	0,00217	0,00184	0,00670	0,00280	0,02479	0,02830	0,04341	0,02811	0,02640	0,03011	0,04641	0,02996	0,01553	0,03736	0,02768	0,01764	0,98671	0,98523	0,96494	0,98318
85	3	2	5	0,6	23	2620	0,00289	0,00125	0,01266	0,00411	0,02553	0,02478	0,04567	0,02844	0,02721	0,02637	0,04892	0,03034	0,01791	0,03074	0,03805	0,02137	0,98272	0,98880	0,94142	0,97613
86	3	2	5	0,7	29	1991	0,00298	0,00130	0,01237	0,00414	0,02538	0,02515	0,04552	0,02837	0,02705	0,02677	0,04877	0,03027	0,01820	0,03141	0,03762	0,02145	0,98197	0,98941	0,94154	0,97567
87	3	2	5	0,8	2	10000	0,00237	0,00130	0,00933	0,00325	0,02495	0,02513	0,04386	0,02781	0,02658	0,02674	0,04695	0,02966	0,01623	0,03138	0,03267	0,01902	0,98550	0,98975	0,95358	0,98056
88	3	2	5	0,9	5	2710	0,00291	0,00130	0,01289	0,00416	0,02579	0,02528	0,04640	0,02881	0,02749	0,02690	0,04971	0,03074	0,01797	0,03136	0,03840	0,02151	0,98228	0,98956	0,93835	0,97528
89	3	2	7	0,6	9	10000	0,00204	0,00129	0,00665	0,00262	0,02394	0,02480	0,04092	0,02662	0,02550	0,02639	0,04377	0,02838	0,01505	0,03122	0,02757	0,01705	0,98754	0,98974	0,96728	0,98436
90	3	2	7	0,7	2	10000	0,00202	0,00126	0,00621	0,00254	0,02362	0,02435	0,04003	0,02620	0,02517	0,02591	0,04281	0,02793	0,01500	0,03084	0,02666	0,01680	0,98761	0,98998	0,96955	0,98481
91	3	2	7	0,8	14	10000	0,00215	0,00130	0,00808	0,00291	0,02386	0,02488	0,04230	0,02678	0,02542	0,02648	0,04527	0,02855	0,01547	0,03137	0,03039	0,01800	0,98684	0,98975	0,96027	0,98262
92	3	2	7	0,9	8	2631	0,00288	0,00132	0,01254	0,00410	0,02600	0,02525	0,04628	0,02893	0,02771	0,02687	0,04957	0,03087	0,01790	0,03160	0,03787	0,02134	0,98244	0,98939	0,93960	0,97571
93	3	2	9	0,6	9	8280	0,00210	0,00127	0,00675	0,00267	0,02412	0,02462	0,04116	0,02675	0,02570	0,02620	0,04403	0,02852	0,01527	0,03098	0,02779	0,01723	0,98715	0,98995	0,96655	0,98399
94	3	2	9	0,7	8	10000	0,00208	0,00127	0,00545	0,00246	0,02405	0,02452	0,03938	0,02642	0,02562	0,02610	0,04210	0,02816	0,01520	0,03107	0,02498	0,01655	0,98728	0,98982	0,97232	0,98522
95	3	2	9	0,8	28	10000	0,00192	0,00127	0,00517	0,00231	0,02356	0,02450	0,03878	0,02598	0,02509	0,02607	0,04146	0,02769	0,01460	0,03101	0,02431	0,01602	0,98826	0,98979	0,97385	0,98618
96	3	2	9	0,9	13	10000	0,00205	0,00134	0,00598	0,00253	0,02418	0,02539	0,04025	0,02677	0,02575	0,02702	0,04304	0,02854	0,01510	0,03191	0,02616	0,01678	0,98745	0,98921	0,97028	0,98483
97	3	3	5	0,6	10	1541	0,00262	0,00116	0,00991	0,00349	0,02505	0,02376	0,04206	0,02741	0,02669	0,02528	0,04505	0,02923	0,01706	0,02967	0,03367	0,01971	0,98429	0,99047	0,95539	0,97973
98	3	3	5	0,7	27	10000	0,00256	0,00119	0,00915	0,00334	0,02625	0,02474	0,04243	0,02845	0,02797	0,02632	0,04543	0,03034	0,01688	0,03001	0,03234	0,01928	0,98431	0,99084	0,95531	0,98001
99	3	3	5	0,8	27	10000	0,00224	0,00114	0,00748	0,00286	0,02476	0,02388	0,04072	0,02702	0,02638	0,02540	0,04358	0,02881	0,01577	0,02941	0,02924	0,01783	0,98631	0,99093	0,96390	0,98293
100	3	3	5	0,9	26	10000	0,00217	0,00118	0,00775	0,00286	0,02415	0,02401	0,04076	0,02662	0,02572	0,02555	0,04362	0,02838	0,01553	0,02990	0,02977	0,01783	0,98672	0,99075	0,96251	0,98293
101	3	3	7	0,6	1	10000	0,00236	0,00117	0,00762	0,00297	0,02581	0,02449	0,04127	0,02793	0,02750	0,02605	0,04417	0,02978	0,01619	0,02979	0,02952	0,01817	0,98557	0,99080	0,96273	0,98223
102	3	3	7	0,7	17	10000	0,00214	0,00117	0,00593	0,00256	0,02445	0,02410	0,03883	0,02656	0,02605	0,02564	0,04154	0,02831	0,01541	0,02976	0,02605	0,01688	0,98691	0,99065	0,97082	0,98467
103	3	3	7	0,8	8	10000	0,00214	0,00114	0,00570	0,00252	0,02486	0,02372	0,03873	0,02677	0,02648	0,02524	0,04143	0,02854	0,01542	0,02935	0,02553	0,01675	0,98690	0,99088	0,97206	0,98488
104	3	3	7	0,9	19	10000	0,00246	0,00118	0,00864	0,00320	0,02600	0,02457	0,04217	0,02821	0,02770	0,02615	0,04515	0,03008	0,01655	0,02987	0,03143	0,01885	0,98492	0,99085	0,95755	0,98089
105	3	3	9	0,6	12	10000	0,00215	0,00115	0,00600	0,00258	0,02507	0,02412	0,03952	0,02710	0,02671	0,02567	0,04227	0,02889	0,01547	0,02956	0,02619	0,01693	0,98682	0,99068	0,97094	0,98456
106	3	3	9	0,7	21	10000	0,00222	0,00116	0,00699	0,00278	0,02500	0,02412	0,03964	0,02706	0,02663	0,02566	0,04242	0,02885	0,01572	0,02962	0,02828	0,01758	0,98639	0,99080	0,96654	0,98340
107	3	3	9	0,8	21	10000	0,00229	0,00116	0,00750	0,00290	0,02523	0,02402	0,04063	0,02736	0,02688	0,02556	0,04348	0,02917	0,01596	0,02961	0,02928	0,01796	0,98597	0,99082	0,96375	0,98267
108	3	3	9	0,9	30	10000	0,00226	0,00118	0,00759	0,00290	0,02500	0,02416	0,04105	0,02729	0,02664	0,02571	0,04393	0,02909	0,01584	0,02985	0,02946	0,01794	0,98618	0,99072	0,96267	0,98270

# APÊNDICE B – RESULTADOS DAS EXECUÇÕES REPETIDAS DAS ARQUITETURAS NARX SELECIONADAS

O presente apêndice apresenta os resultados individuais das execuções repetidas realizadas para as arquiteturas selecionadas na fase de aperfeiçoamento. São apresentados os resultados de 50 execuções independentes de cada uma das cinco arquiteturas selecionadas, num total de 250 execuções, que foram utilizadas para avaliar a estabilidade e a robustez do modelo.

**Tabela B.1 – Resultados das 50 execuções da Arquitetura 1**

(Arquitetura 1:  $n_u = 1, n_y = 3, H = 5, \beta = 0.6$ )

ID	nu	ny	H	beta	rep	bestEp	MSE tr	MSE_va	MSE te	MSE_all	MAE tr	MAE_va	MAE te	MAE_all	MAPE tr	MAPE_va	MAPE te	MAPE_all	NRMSE tr	NRMSE_va	NRMSE te	NRMSE_all	R_tr	R_va	R_te	R_all
1	1	3	5	0.6	1	23	0.07956	0.06266	0.10856	0.08137	0.21781	0.21378	0.20064	0.21463	0.23174	0.22732	0.21463	0.22851	0.09404	0.21791	0.11142	0.09511	0.19837	0.08123	0.03439	0.18554
2	1	3	5	0.6	2	1652	0.00383	0.00120	0.01867	0.00566	0.02799	0.02533	0.04866	0.02069	0.02984	0.02695	0.05218	0.03276	0.02063	0.03021	0.04621	0.02509	0.97699	0.99017	0.90621	0.96675
3	1	3	5	0.6	3	1798	0.00262	0.00108	0.01001	0.00350	0.02588	0.02308	0.04197	0.02787	0.02758	0.02456	0.04495	0.02973	0.01706	0.02866	0.03384	0.01972	0.98446	0.99109	0.95592	0.98001
4	1	3	5	0.6	4	1690	0.00272	0.00112	0.01132	0.00377	0.02533	0.02342	0.04307	0.02771	0.02700	0.02492	0.04614	0.02956	0.01740	0.02919	0.03599	0.02048	0.98379	0.99074	0.94940	0.97830
5	1	3	5	0.6	5	1	0.07786	0.06434	0.10229	0.07950	0.21504	0.21629	0.19049	0.21154	0.22879	0.23000	0.20379	0.22522	0.09303	0.22082	0.10816	0.09401	0.27944	0.02627	0.12295	0.26238
6	1	3	5	0.6	6	1	0.07321	0.06523	0.09383	0.07511	0.20735	0.21368	0.17983	0.20417	0.22062	0.22720	0.19237	0.21736	0.09021	0.22234	0.10359	0.09137	0.35148	0.11159	0.16461	0.33042
7	1	3	5	0.6	7	1471	0.00261	0.00113	0.01034	0.00355	0.02538	0.02411	0.04219	0.02772	0.02705	0.02566	0.04519	0.02956	0.01703	0.02930	0.03439	0.01986	0.98441	0.99071	0.95474	0.97953
8	1	3	5	0.6	8	6	0.09337	0.06493	0.11925	0.09299	0.23936	0.21326	0.22527	0.23333	0.25467	0.22681	0.24087	0.24842	0.10188	0.22183	0.11678	0.10167	-0.02749	-0.02078	-0.02094	-0.01959
9	1	3	5	0.6	9	10	0.08183	0.06731	0.11571	0.08474	0.22061	0.21732	0.20271	0.21743	0.23474	0.23109	0.21685	0.23151	0.09538	0.22586	0.11504	0.09706	0.12360	-0.07507	-0.41485	0.07417
10	1	3	5	0.6	10	1905	0.00259	0.00109	0.00971	0.00343	0.02525	0.02314	0.04174	0.02741	0.02691	0.02462	0.04470	0.02924	0.01697	0.02868	0.03333	0.01954	0.98450	0.99107	0.95709	0.98020
11	1	3	5	0.6	11	1631	0.00331	0.00124	0.01001	0.00401	0.02777	0.02513	0.04287	0.02964	0.02960	0.02674	0.04591	0.03162	0.01919	0.03061	0.03384	0.02110	0.98019	0.98989	0.95678	0.97685
12	1	3	5	0.6	12	13	0.08202	0.06486	0.11540	0.08446	0.22248	0.21680	0.20521	0.21904	0.23670	0.23055	0.21953	0.23230	0.09549	0.22171	0.11488	0.09689	0.06169	-0.11366	-0.54813	0.00539
13	1	3	5	0.6	13	2228	0.00304	0.00117	0.01381	0.00437	0.02586	0.02433	0.04499	0.02851	0.02757	0.02589	0.04822	0.03042	0.01838	0.02983	0.03974	0.02205	0.98188	0.99037	0.93792	0.97471
14	1	3	5	0.6	14	2008	0.00297	0.00114	0.01319	0.00423	0.02581	0.02405	0.04462	0.02837	0.02751	0.02559	0.04782	0.03027	0.01818	0.02938	0.03884	0.02169	0.98207	0.99075	0.93940	0.97523
15	1	3	5	0.6	15	1684	0.00438	0.00118	0.01967	0.00619	0.02955	0.02471	0.04991	0.03188	0.03151	0.02630	0.05353	0.03403	0.02207	0.02991	0.04742	0.02624	0.97417	0.99030	0.90465	0.96425
16	1	3	5	0.6	16	19	0.07841	0.06179	0.11324	0.08115	0.21753	0.20350	0.20859	0.21408	0.23143	0.21641	0.22309	0.22793	0.09336	0.21641	0.11380	0.09498	0.22647	0.15466	-0.17802	0.19377
17	1	3	5	0.6	17	1731	0.00326	0.00118	0.01328	0.00445	0.02703	0.02448	0.04534	0.02940	0.02881	0.02605	0.04859	0.03137	0.01904	0.02993	0.03897	0.02225	0.98060	0.99031	0.93846	0.97424
18	1	3	5	0.6	18	1347	0.00268	0.00111	0.00971	0.00350	0.02610	0.02375	0.04219	0.02816	0.02781	0.02528	0.04518	0.03004	0.01728	0.02894	0.03332	0.01973	0.98383	0.99095	0.95667	0.97960
19	1	3	5	0.6	19	26	0.07817	0.05765	0.10796	0.07957	0.21527	0.20437	0.19841	0.21111	0.22902	0.21732	0.21225	0.22475	0.09322	0.20903	0.11112	0.09405	0.28506	0.40286	0.02969	0.28981
20	1	3	5	0.6	20	31	0.07673	0.06010	0.09687	0.07726	0.21360	0.21031	0.19179	0.20984	0.22725	0.22364	0.20514	0.22339	0.09236	0.21342	0.10525	0.09267	0.30509	0.24266	0.55809	0.35011
21	1	3	5	0.6	21	1710	0.00298	0.00116	0.01085	0.00389	0.02786	0.02422	0.04335	0.02964	0.02968	0.02577	0.04643	0.03161	0.01821	0.02959	0.03522	0.02079	0.98192	0.99053	0.95018	0.97724
22	1	3	5	0.6	22	18	0.07603	0.05594	0.10354	0.07715	0.21156	0.19945	0.19696	0.20755	0.22507	0.21209	0.21068	0.22096	0.09194	0.20590	0.10882	0.09261	0.31052	0.43081	0.17993	0.33094
23	1	3	5	0.6	23	10000	0.00231	0.00114	0.00773	0.00295	0.02527	0.02393	0.04136	0.02748	0.02692	0.02546	0.04426	0.02931	0.01602	0.02944	0.02973	0.01810	0.98587	0.99103	0.96265	0.98238
24	1	3	5	0.6	24	1582	0.00288	0.00111	0.01300	0.00413	0.02541	0.02337	0.04421	0.02792	0.02708	0.02486	0.04738	0.02979	0.01790	0.02895	0.03855	0.02143	0.98282	0.99091	0.94086	0.97616
25	1	3	5	0.6	25	1749	0.00317	0.00112	0.01414	0.00451	0.02720	0.02360	0.04541	0.02940	0.02899	0.02512	0.04867	0.03137	0.01878	0.02913	0.04021	0.02239	0.98119	0.99078	0.93607	0.97413
26	1	3	5	0.6	26	1	0.08459	0.05978	0.09488	0.08242	0.23023	0.19567	0.20045	0.22058	0.24498	0.20807	0.21430	0.23484	0.09697	0.21286	0.10417	0.09572	0.24941	0.25295	0.20675	0.27067
27	1	3	5	0.6	27	19	0.08328	0.06366	0.10873	0.08416	0.22514	0.20843	0.20867	0.22016	0.23953	0.22165	0.22315	0.23439	0.09622	0.21964	0.11151	0.09672	0.12178	0.07003	0.00658	0.12576
28	1	3	5	0.6	28	6574	0.00252	0.00124	0.00984	0.00342	0.02557	0.02504	0.04334	0.02816	0.02725	0.02664	0.04641	0.03003	0.01673	0.03061	0.03355	0.01951	0.98461	0.99029	0.95243	0.97958
29	1	3	5	0.6	29	1954	0.00378	0.00137	0.01725	0.00544	0.03016	0.02720	0.04948	0.03262	0.03214	0.02893	0.05304	0.03480	0.02050	0.03221	0.04442	0.02459	0.97762	0.98890	0.91742	0.96843
30	1	3	5	0.6	30	1477	0.00277	0.00114	0.01080	0.00373	0.02643	0.02371	0.04395	0.02865	0.02816	0.02523	0.04707	0.03056	0.01754	0.02933	0.03515	0.02036	0.98339	0.99071	0.95092	0.97832
31	1	3	5	0.6	31	2130	0.00388	0.00125	0.01690	0.00544	0.02928	0.02567	0.04810	0.03156	0.03121	0.02731	0.05157	0.03368	0.02076	0.03077	0.04397	0.02459	0.97650	0.98983	0.91679	0.96792
32	1	3	5	0.6	32	9189	0.00207	0.00115	0.00674	0.00263	0.02368	0.02374	0.03963	0.02608	0.02522	0.02527	0.04240	0.02781	0.01518	0.02956	0.02776	0.01711	0.98732	0.99081	0.96757	0.98427
33	1	3	5	0.6	33	1523	0.00308	0.00108	0.01385	0.00440	0.02633	0.02306	0.04479	0.02861	0.02807	0.02454	0.04800	0.03053	0.01850	0.02863	0.03980	0.02211	0.98197	0.99110	0.93773	0.97507
34	1	3	5	0.6	34	2189	0.00354	0.00124	0.01615	0.00509	0.02793	0.02542	0.04822	0.03060	0.02977	0.02704	0.05169	0.03265	0.01983	0.03063	0.04298	0.02378	0.97841	0.99011	0.91934	0.96968
35	1	3	5	0.6	35	1833	0.00308	0.00121	0.01275	0.00425	0.02706	0.02501	0.04595	0.02959	0.02884	0.02661	0.04923	0.03157	0.01851	0.03028	0.03819	0.02174	0.98150	0.99010	0.93910	0.97516
36	1	3	5	0.6	36	1787	0.00338	0.00126	0.01414	0.00468	0.02857	0.02579	0.04701	0.03092	0.03045	0.02745	0.05038	0.03299	0.01939	0.03089	0.04021	0.02280	0.97974	0.98965	0.93794	0.97298
37	1	3	5	0.6	37	14	0.08505	0.06880	0.11934	0.08773	0.22603	0.22210	0.20987	0.22302	0.24047	0.23617	0.22450	0.23743	0.09724	0.22802	0.11883	0.09876	-0.07094	0.22136	-0.57481	-0.13486
38	1	3	5	0.6	38	1636	0.00339	0.00116	0.01425	0.00468	0.02757	0.02446	0.04610	0.02988	0.02938	0.02602	0.04941	0.03188	0.01941	0.02969	0.04037	0.02282	0.98006	0.99046	0.93360	0.97310
39	1	3	5	0.6	39	1	0.07815	0.06676	0.10583	0.08060	0.21568	0.21851	0.18992	0.21224	0.22946	0.23233	0.20318	0.22595	0.09321	0.22494	0.11002	0.09466	0.22971	-0.03492	-0.34572	0.18538
40	1	3	5	0.6	40	10	0.07336	0.05958	0.10503	0.07604	0.20925	0.20705	0.19497	0.20678	0.22265	0.22018	0.20858	0.22017	0.09030	0.21249	0.10960	0.09194	0.42563	0.27004	0.11544	0.39992
41	1	3	5	0.6	41	7	0.09490																			

Tabela B.2 – Resultados das 50 execuções da Arquitetura 2

(Arquitetura 2:  $n_u = 1$ ,  $n_y = 3$ ,  $H = 5$ ,  $\beta = 0.8$ )

ID	nu	ny	H	beta	rep	bestEp	MSE tr	MSE va	MSE te	MSE all	MAE tr	MAE va	MAE te	MAE all	MAPE tr	MAPE va	MAPE te	MAPE all	NRMSE tr	NRMSE va	NRMSE te	NRMSE all	R tr	R va	R te	R all
51	1	3	5	0.8	1	24	0.07978	0.06270	0.10873	0.08156	0.21812	0.21402	0.20102	0.21494	0.23206	0.22758	0.21503	0.22883	0.09417	0.21798	0.11151	0.09522	0.18762	0.07798	0.04038	0.17614
52	1	3	5	0.8	2	14	0.07844	0.06261	0.10428	0.07995	0.21583	0.21446	0.19083	0.21187	0.22963	0.22804	0.20417	0.22557	0.09338	0.21782	0.10921	0.09427	0.22614	0.12082	0.14760	0.22639
53	1	3	5	0.8	3	1803	0.00262	0.00108	0.01001	0.00350	0.02593	0.02309	0.04197	0.02792	0.02764	0.02457	0.04496	0.02977	0.01708	0.02867	0.03383	0.01973	0.98443	0.99108	0.95598	0.98000
54	1	3	5	0.8	4	1689	0.00272	0.00112	0.01133	0.00378	0.02533	0.02342	0.04307	0.02771	0.02700	0.02492	0.04615	0.02956	0.01740	0.02919	0.03600	0.02049	0.98379	0.99074	0.94937	0.97830
55	1	3	5	0.8	5	1	0.07786	0.06434	0.10229	0.07950	0.21504	0.21629	0.19049	0.21154	0.22879	0.23000	0.20379	0.22522	0.09303	0.22082	0.10816	0.09401	0.27844	0.02627	0.12295	0.26238
56	1	3	5	0.8	6	1	0.07321	0.06523	0.09383	0.07511	0.20735	0.21368	0.17983	0.20417	0.22062	0.22720	0.19237	0.21736	0.09021	0.22234	0.10359	0.09137	0.35148	0.11159	0.16461	0.33042
57	1	3	5	0.8	7	1470	0.00261	0.00113	0.01035	0.00355	0.02539	0.02412	0.04219	0.02772	0.02706	0.02566	0.04519	0.02957	0.01703	0.02930	0.03440	0.01986	0.98441	0.99070	0.95472	0.97953
58	1	3	5	0.8	8	8	0.09274	0.06494	0.11853	0.09244	0.23842	0.21316	0.22398	0.23246	0.25366	0.22670	0.23950	0.24749	0.10154	0.22184	0.11643	0.10137	-0.02159	-0.01870	-0.02342	-0.01381
59	1	3	5	0.8	9	11	0.08220	0.06734	0.11640	0.08510	0.22120	0.21766	0.20382	0.21806	0.23537	0.23145	0.21804	0.23218	0.09559	0.22591	0.11538	0.09726	0.11051	-0.08449	-0.41892	0.06037
60	1	3	5	0.8	10	1905	0.00259	0.00109	0.00972	0.00343	0.02526	0.02314	0.04174	0.02742	0.02692	0.02462	0.04470	0.02924	0.01697	0.02868	0.03334	0.01954	0.98450	0.99107	0.95708	0.98019
61	1	3	5	0.8	11	1631	0.00331	0.00124	0.01006	0.00402	0.02778	0.02513	0.04290	0.02965	0.02961	0.02673	0.04595	0.03163	0.01920	0.03060	0.03392	0.02113	0.98019	0.98990	0.95658	0.97681
62	1	3	5	0.8	12	15	0.08204	0.06487	0.11539	0.08447	0.22249	0.21686	0.20518	0.21905	0.23671	0.23061	0.21950	0.23321	0.09550	0.22173	0.11488	0.09690	0.06054	-0.11496	-0.55001	0.00399
63	1	3	5	0.8	13	2231	0.00297	0.00117	0.01384	0.00438	0.02587	0.02434	0.04502	0.02852	0.02758	0.02590	0.04825	0.03043	0.01839	0.02983	0.03979	0.02208	0.98185	0.99037	0.93774	0.97466
64	1	3	5	0.8	14	2009	0.00320	0.00114	0.01319	0.00423	0.02581	0.02406	0.04462	0.02837	0.02751	0.02560	0.04782	0.03027	0.01818	0.02938	0.03884	0.02169	0.98206	0.99075	0.93939	0.97522
65	1	3	5	0.8	15	52	0.07498	0.06028	0.10876	0.07784	0.21151	0.20972	0.19790	0.20920	0.22504	0.22300	0.21171	0.22273	0.09130	0.21374	0.11153	0.09302	0.36226	0.25640	-0.12962	0.31472
66	1	3	5	0.8	16	20	0.07860	0.06187	0.11340	0.08132	0.21776	0.20370	0.20885	0.21432	0.23168	0.21662	0.22336	0.22817	0.09348	0.21653	0.11388	0.09508	0.22251	0.15312	-0.17949	0.18983
67	1	3	5	0.8	17	1727	0.00347	0.00119	0.01367	0.00466	0.02746	0.02464	0.04585	0.02979	0.02927	0.02622	0.04913	0.03179	0.01963	0.02999	0.03954	0.02275	0.97936	0.99026	0.93645	0.97303
68	1	3	5	0.8	18	1345	0.00269	0.00111	0.00971	0.00350	0.02611	0.02376	0.04220	0.02817	0.02782	0.02528	0.04519	0.03004	0.01728	0.02895	0.03333	0.01974	0.98382	0.99095	0.95663	0.97959
69	1	3	5	0.8	19	26	0.07841	0.05776	0.10809	0.07977	0.21559	0.20466	0.19879	0.21143	0.22936	0.21763	0.21285	0.22510	0.09336	0.20923	0.11118	0.09417	0.27331	0.38814	0.03002	0.27855
70	1	3	5	0.8	20	30	0.07922	0.06045	0.09787	0.07829	0.21520	0.21130	0.19367	0.21139	0.22894	0.22469	0.20715	0.22504	0.09307	0.21403	0.10580	0.09329	0.25602	0.22859	0.55571	0.30546
71	1	3	5	0.8	21	1708	0.00298	0.00115	0.01084	0.00389	0.02784	0.02420	0.04334	0.02962	0.02967	0.02575	0.04642	0.03159	0.01820	0.02958	0.03522	0.02079	0.98194	0.99053	0.95023	0.97726
72	1	3	5	0.8	22	19	0.07654	0.05600	0.10399	0.07758	0.21228	0.19980	0.19783	0.20824	0.22584	0.21246	0.21160	0.22169	0.09224	0.20602	0.10906	0.09287	0.29235	0.43577	0.18411	0.31579
73	1	3	5	0.8	23	10000	0.00230	0.00114	0.00771	0.00294	0.02524	0.02391	0.04134	0.02746	0.02689	0.02544	0.04425	0.02928	0.01601	0.02943	0.02970	0.01808	0.98589	0.99103	0.96274	0.98241
74	1	3	5	0.8	24	29	0.07189	0.06025	0.10013	0.07439	0.20747	0.20651	0.18763	0.20435	0.22074	0.21959	0.20072	0.21757	0.08940	0.21369	0.10701	0.09093	0.39737	0.22939	0.00495	0.37194
75	1	3	5	0.8	25	1750	0.00318	0.00112	0.01416	0.00452	0.02722	0.02361	0.04543	0.02941	0.02901	0.02512	0.04869	0.03138	0.01879	0.02914	0.04024	0.02241	0.98116	0.99078	0.93597	0.97409
76	1	3	5	0.8	26	1	0.08459	0.05978	0.09488	0.08242	0.23023	0.19567	0.20045	0.22058	0.24498	0.20807	0.21430	0.23484	0.09697	0.21286	0.10417	0.09572	0.24941	0.25295	0.20675	0.27067
77	1	3	5	0.8	27	20	0.08375	0.06389	0.10913	0.08455	0.22582	0.20859	0.20949	0.22078	0.22894	0.22182	0.22403	0.23505	0.09649	0.21970	0.11172	0.09695	0.11355	0.06722	0.00888	0.11823
78	1	3	5	0.8	28	6634	0.00252	0.00124	0.00983	0.00342	0.02558	0.02505	0.04334	0.02816	0.02725	0.02665	0.04640	0.03004	0.01672	0.03062	0.03353	0.01950	0.98462	0.99029	0.95245	0.97959
79	1	3	5	0.8	29	1954	0.00378	0.00137	0.01722	0.00543	0.03018	0.02720	0.04946	0.03262	0.03216	0.02894	0.05302	0.03481	0.02050	0.03222	0.04438	0.02458	0.97763	0.98890	0.91764	0.96847
80	1	3	5	0.8	30	1477	0.00277	0.00114	0.01078	0.00372	0.02642	0.02372	0.04394	0.02864	0.02815	0.02524	0.04706	0.03055	0.01753	0.02934	0.03512	0.02035	0.98340	0.99071	0.95101	0.97834
81	1	3	5	0.8	31	2145	0.00387	0.00125	0.01684	0.00543	0.02928	0.02572	0.04811	0.03157	0.03121	0.02736	0.05157	0.03369	0.02075	0.03080	0.04389	0.02456	0.97652	0.98981	0.91704	0.96796
82	1	3	5	0.8	32	9130	0.00207	0.00115	0.00674	0.00264	0.02368	0.02374	0.03964	0.02608	0.02522	0.02526	0.04241	0.02781	0.01518	0.02956	0.02777	0.01712	0.98732	0.99081	0.96755	0.98426
83	1	3	5	0.8	33	1522	0.00308	0.00108	0.01385	0.00440	0.02633	0.02306	0.04478	0.02861	0.02806	0.02453	0.04800	0.03053	0.01850	0.02863	0.03980	0.02211	0.98197	0.99110	0.93776	0.97507
84	1	3	5	0.8	34	2193	0.00353	0.00124	0.01612	0.00508	0.02791	0.02543	0.04820	0.03058	0.02975	0.02706	0.05166	0.03263	0.01982	0.03063	0.04294	0.02376	0.97844	0.99011	0.91947	0.96971
85	1	3	5	0.8	35	102	0.07061	0.06016	0.10004	0.07346	0.20427	0.20319	0.18549	0.20129	0.21736	0.21606	0.19844	0.21432	0.08859	0.21353	0.10696	0.09036	0.39086	0.21437	-0.04040	0.36310
86	1	3	5	0.8	36	1779	0.00338	0.00126	0.01416	0.00468	0.02855	0.02574	0.04701	0.03090	0.03043	0.02739	0.05038	0.03297	0.01939	0.03084	0.04024	0.02281	0.97978	0.98968	0.93794	0.97302
87	1	3	5	0.8	37	15	0.08552	0.06864	0.11997	0.08816	0.22673	0.22233	0.21098	0.22371	0.24121	0.23642	0.22568	0.23816	0.09750	0.22808	0.11713	0.09900	-0.09705	-0.23302	-0.56728	-0.15898
88	1	3	5	0.8	38	1639	0.00337	0.00116	0.01412	0.00465	0.02754	0.02450	0.04603	0.02986	0.02936	0.02607	0.04933	0.03186	0.01936	0.02971	0.04019	0.02275	0.98014	0.99045	0.93435	0.97327
89	1	3	5	0.8	39	1	0.07815	0.06676	0.10583	0.08060	0.21568	0.21851	0.18992	0.21224	0.22946	0.23233	0.20318	0.22595	0.09321	0.22494	0.11002	0.09466	0.22971	-0.03492	-0.34572	0.18538
90	1	3	5	0.8	40	11	0.07361	0.05958	0.10549	0.07629	0.20968	0.20721	0.19583	0.20723	0.22310	0.22035	0.20949	0.22065	0.09046	0.21250	0.10984	0.09209	0.42443	0.27121	0.12044	0.39847
91	1	3	5	0.8	41	8	0.09684	0.06533	0.11762	0.09523	0.24483	0.21168	0.22430	0.23678	0.26048	0.22512	0.23983	0.25208	0.10375	0.22251	0.11598	0.10289	-0.032			

**Tabela B.3 – Resultados das 50 execuções da Arquitetura 3**

(Arquitetura 3:  $n_u = 1, n_\gamma = 3, H = 7, \beta = 0.6$ )

ID	nu	ny	H	beta	rep	bestEp	MSE tr	MSE va	MSE te	MSE all	MAE tr	MAE va	MAE te	MAE all	MAPE tr	MAPE va	MAPE te	MAPE all	NRMSE tr	NRMSE va	NRMSE te	NRMSE all	R tr	R va	R te	R all
101	1	3	7	0.6	1	16	0.08453	0.06617	0.10368	0.08465	0.22385	0.21979	0.19601	0.21906	0.23816	0.23371	0.20966	0.23321	0.09694	0.22394	0.10889	0.09700	-0.00831	-0.03872	0.13017	0.04061
102	1	3	7	0.6	2	1767	0.00335	0.00120	0.01392	0.00461	0.02831	0.02497	0.04723	0.03065	0.03018	0.02656	0.05061	0.03270	0.01928	0.03021	0.03990	0.02264	0.09793	0.99016	0.93380	0.97297
103	1	3	7	0.6	3	1629	0.00353	0.00116	0.01601	0.00505	0.02768	0.02432	0.04651	0.03000	0.02950	0.02588	0.04987	0.03201	0.01981	0.02963	0.04279	0.02369	0.97907	0.99048	0.92446	0.97090
104	1	3	7	0.6	4	1700	0.00358	0.00124	0.01696	0.00524	0.02834	0.02517	0.04796	0.03081	0.03021	0.02678	0.05142	0.03288	0.01996	0.03064	0.04404	0.02413	0.97883	0.99093	0.92190	0.97005
105	1	3	7	0.6	5	10000	0.00213	0.00116	0.00691	0.00270	0.02413	0.02392	0.03987	0.02646	0.02571	0.02545	0.04266	0.02822	0.01539	0.02968	0.02811	0.01733	0.98695	0.99080	0.96645	0.98385
106	1	3	7	0.6	6	1778	0.00379	0.00123	0.01742	0.00545	0.02868	0.02527	0.04826	0.03111	0.03058	0.02688	0.05174	0.03320	0.02053	0.03056	0.04463	0.02462	0.97716	0.98990	0.91621	0.96803
107	1	3	7	0.6	7	9	0.08681	0.06522	0.11649	0.08802	0.23380	0.20620	0.22100	0.22774	0.24877	0.21928	0.23628	0.24247	0.09823	0.22232	0.11543	0.09892	0.20029	0.15690	-0.12548	0.18300
108	1	3	7	0.6	8	19	0.07934	0.06323	0.11472	0.08223	0.21804	0.21526	0.20460	0.21561	0.23199	0.22890	0.21887	0.22955	0.09391	0.21890	0.11455	0.09561	0.20981	0.05228	-0.34565	0.13305
109	1	3	7	0.6	9	1645	0.00254	0.00110	0.00945	0.00336	0.02496	0.02314	0.04178	0.02721	0.02660	0.02462	0.04474	0.02902	0.01679	0.02890	0.03287	0.01932	0.98485	0.99093	0.95918	0.98069
110	1	3	7	0.6	10	1910	0.00241	0.00115	0.00803	0.00306	0.02523	0.02420	0.04064	0.02739	0.02688	0.02575	0.04350	0.02921	0.01636	0.02955	0.03030	0.01845	0.98536	0.99064	0.96459	0.98197
111	1	3	7	0.6	11	1	0.07502	0.06743	0.08791	0.07581	0.21297	0.21235	0.18428	0.20857	0.22661	0.22580	0.19705	0.22206	0.09132	0.22607	0.10027	0.09180	0.30003	0.10622	0.27739	0.30916
112	1	3	7	0.6	12	2	0.08564	0.05888	0.10583	0.08465	0.22800	0.19970	0.21144	0.22127	0.24257	0.21239	0.22608	0.23557	0.09757	0.21125	0.11001	0.09701	0.14685	0.21713	0.15773	0.17005
113	1	3	7	0.6	13	1460	0.00315	0.00117	0.00863	0.00368	0.02854	0.02439	0.04151	0.02986	0.03041	0.02595	0.04444	0.03185	0.01871	0.02983	0.03141	0.02021	0.98137	0.99044	0.96209	0.97895
114	1	3	7	0.6	14	127	0.07389	0.06167	0.10423	0.07661	0.20887	0.20828	0.18384	0.20503	0.22225	0.22147	0.19670	0.21830	0.09063	0.21618	0.10918	0.09228	0.32597	0.18836	-0.12532	0.29334
115	1	3	7	0.6	15	10000	0.00211	0.00116	0.00625	0.00259	0.02428	0.02392	0.03951	0.02651	0.02586	0.02545	0.04226	0.02826	0.01533	0.02961	0.02673	0.01697	0.98706	0.99078	0.96960	0.98451
116	1	3	7	0.6	16	1626	0.00366	0.00120	0.01593	0.00513	0.02928	0.02504	0.04916	0.03163	0.03121	0.02665	0.05269	0.03375	0.02016	0.03018	0.04268	0.02388	0.97789	0.99037	0.92299	0.96975
117	1	3	7	0.6	17	1802	0.00274	0.00116	0.00879	0.00341	0.02603	0.02401	0.04237	0.02818	0.02774	0.02555	0.04536	0.03006	0.01745	0.02962	0.03171	0.01947	0.98345	0.99061	0.96252	0.98009
118	1	3	7	0.6	18	1603	0.00309	0.00113	0.01281	0.00425	0.02729	0.02404	0.04469	0.02942	0.02908	0.02558	0.04789	0.03138	0.01853	0.02928	0.03827	0.02174	0.98160	0.99074	0.94103	0.97551
119	1	3	7	0.6	19	1667	0.00292	0.00116	0.01079	0.00384	0.02800	0.02413	0.04316	0.02969	0.02983	0.02568	0.04623	0.03167	0.01802	0.02969	0.03513	0.02066	0.98248	0.99044	0.95346	0.97786
120	1	3	7	0.6	20	1742	0.00295	0.00118	0.01016	0.00377	0.02787	0.02463	0.04434	0.02986	0.02970	0.02620	0.04748	0.03184	0.01812	0.02986	0.03408	0.02047	0.98219	0.99040	0.95573	0.97803
121	1	3	7	0.6	21	1287	0.00328	0.00114	0.01337	0.00447	0.02856	0.02390	0.04517	0.03035	0.03043	0.02543	0.04841	0.03238	0.01910	0.02935	0.03910	0.02230	0.98107	0.99064	0.94217	0.97500
122	1	3	7	0.6	22	1779	0.00378	0.00129	0.01585	0.00521	0.03009	0.02626	0.04896	0.03235	0.03207	0.02794	0.05248	0.03451	0.02049	0.03121	0.04257	0.02408	0.97723	0.98961	0.92745	0.96953
123	1	3	7	0.6	23	1831	0.00339	0.00115	0.01514	0.00481	0.02728	0.02372	0.04625	0.02959	0.02908	0.02524	0.04958	0.03158	0.01940	0.02917	0.04161	0.02312	0.97966	0.99080	0.93087	0.97204
124	1	3	7	0.6	24	1552	0.00278	0.00124	0.00971	0.00359	0.02775	0.02549	0.04324	0.02974	0.02957	0.02712	0.04630	0.03171	0.01758	0.03070	0.03332	0.01998	0.98351	0.98991	0.95705	0.97937
125	1	3	7	0.6	25	8	0.08908	0.06371	0.10682	0.08794	0.23344	0.20935	0.21387	0.22689	0.24837	0.22264	0.22867	0.24156	0.09951	0.21974	0.11053	0.09887	0.07987	0.07370	0.22400	0.10643
126	1	3	7	0.6	26	10000	0.00227	0.00116	0.00783	0.00293	0.02492	0.02413	0.04123	0.02725	0.02655	0.02568	0.04413	0.02906	0.01587	0.02959	0.02992	0.01806	0.98614	0.99093	0.96219	0.98247
127	1	3	7	0.6	27	1	0.07783	0.06379	0.11495	0.08129	0.21674	0.20723	0.20803	0.21401	0.23063	0.22038	0.22250	0.22787	0.09301	0.21988	0.11466	0.09506	0.24294	0.09064	-0.24869	0.19942
128	1	3	7	0.6	28	1942	0.00306	0.00122	0.01060	0.00392	0.02811	0.02494	0.04456	0.03011	0.02996	0.02654	0.04772	0.03211	0.01844	0.03036	0.03482	0.02096	0.98130	0.99035	0.95175	0.97674
129	1	3	7	0.6	29	1933	0.00395	0.00130	0.01790	0.00565	0.02892	0.02668	0.04855	0.03153	0.03082	0.02839	0.05206	0.03365	0.02096	0.03135	0.04525	0.02505	0.97634	0.98955	0.91363	0.96693
130	1	3	7	0.6	30	18	0.07913	0.06631	0.09958	0.08027	0.21746	0.22086	0.18387	0.21293	0.23138	0.23484	0.19672	0.22670	0.09379	0.22417	0.10672	0.09446	0.19284	-0.01914	0.14021	0.20124
131	1	3	7	0.6	31	13	0.08076	0.06405	0.10603	0.08205	0.21917	0.21304	0.19923	0.21526	0.23318	0.22654	0.21311	0.22917	0.09475	0.22032	0.11012	0.09550	0.13132	0.05026	0.05977	0.14115
132	1	3	7	0.6	32	1692	0.00288	0.00113	0.01057	0.00377	0.02605	0.02353	0.04301	0.02822	0.02776	0.02504	0.04606	0.03010	0.01788	0.02922	0.03477	0.02047	0.98297	0.99075	0.95305	0.97841
133	1	3	7	0.6	33	16	0.08372	0.06591	0.10764	0.08464	0.22358	0.22260	0.19891	0.21973	0.23788	0.23671	0.21279	0.23994	0.09647	0.22350	0.11095	0.09700	-0.04785	-0.11779	0.22484	-0.01259
134	1	3	7	0.6	34	34	0.07581	0.06241	0.10570	0.07829	0.21189	0.21343	0.18999	0.20883	0.22544	0.22693	0.20327	0.22234	0.09180	0.21748	0.10995	0.09329	0.31726	0.16137	-0.22306	0.27944
135	1	3	7	0.6	35	15	0.08871	0.06651	0.11654	0.08956	0.23480	0.21095	0.21922	0.22889	0.24983	0.22434	0.23441	0.24369	0.09931	0.22451	0.11545	0.09978	0.09492	0.02514	-0.11732	0.08576
136	1	3	7	0.6	36	2280	0.00288	0.00114	0.01202	0.00399	0.02636	0.02375	0.04379	0.02858	0.02809	0.02527	0.04692	0.03049	0.01788	0.02935	0.03708	0.02106	0.98282	0.99064	0.94683	0.97706
137	1	3	7	0.6	37	1485	0.00300	0.00117	0.00819	0.00350	0.02697	0.02402	0.04125	0.02867	0.02874	0.02556	0.04415	0.03058	0.01825	0.02974	0.03061	0.01973	0.98203	0.99047	0.96387	0.97971
138	1	3	7	0.6	38	1812	0.00340	0.00135	0.01414	0.00471	0.02943	0.02673	0.04852	0.03189	0.03137	0.02844	0.05199	0.03402	0.01945	0.03203	0.04021	0.02288	0.97934	0.98913	0.93476	0.97220
139	1	3	7	0.6	39	1484	0.00282	0.00117	0.00927	0.00354	0.02702	0.02386	0.04215	0.02882	0.02879	0.02539	0.04513	0.03073	0.01771	0.02977	0.03256	0.01984	0.98327	0.99037	0.95880	0.97975
140	1	3	7	0.6	40	1812	0.00390	0.00120	0.01652	0.00539	0.02964	0.02569	0.04759	0.03174	0.03159	0.02734	0.05102	0.03387	0.02082	0.03015	0.04346	0.02448	0.97710	0.99022	0.92089	0.96903
141	1	3	7	0.6	41	1645	0.00303	0.00121	0.01285	0.00423	0.02767	0.02483	0.04547	0.02991	0.02949	0.02642	0.048									

**Tabela B.4 – Resultados das 50 execuções da Arquitetura 4**

(Arquitetura 4:  $n_u = 1, n_\gamma = 3, H = 7, \beta = 0.8$ )

ID	nu	ny	H	beta	rep	bestEp	MSE tr	MSE va	MSE te	MSE all	MAE tr	MAE va	MAE te	MAE all	MAPE tr	MAPE va	MAPE te	MAPE all	NRMSE tr	NRMSE va	NRMSE te	NRMSE all	R tr	R va	R te	R all
151	1	3	7	0.8	1	18	0.08438	0.06620	0.10349	0.08452	0.22360	0.21980	0.19563	0.21883	0.23789	0.23372	0.20926	0.23297	0.09685	0.22398	0.10879	0.09693	-0.00356	-0.03696	0.12817	0.04480
152	1	3	7	0.8	2	1763	0.00334	0.00120	0.01390	0.00461	0.02832	0.02497	0.04722	0.03065	0.03018	0.02656	0.05059	0.03270	0.01927	0.03021	0.03987	0.02263	0.97986	0.99016	0.93396	0.97302
153	1	3	7	0.8	3	1628	0.00353	0.00116	0.01602	0.00505	0.02768	0.02431	0.04652	0.03000	0.02950	0.02587	0.04987	0.03201	0.01981	0.02962	0.04280	0.02369	0.97907	0.99049	0.92444	0.97089
154	1	3	7	0.8	4	1701	0.00358	0.00124	0.01694	0.00524	0.02835	0.02519	0.04797	0.03082	0.03022	0.02680	0.05144	0.03289	0.01996	0.03066	0.04402	0.02413	0.97885	0.99982	0.92202	0.97007
155	1	3	7	0.8	5	10000	0.00213	0.00116	0.00690	0.00270	0.02414	0.02392	0.03987	0.02647	0.02571	0.02546	0.04266	0.02822	0.01540	0.02967	0.02810	0.01733	0.98695	0.99800	0.96647	0.98385
156	1	3	7	0.8	6	1777	0.00379	0.00123	0.01741	0.00545	0.02870	0.02527	0.04826	0.03112	0.03059	0.02689	0.05175	0.03321	0.02053	0.03056	0.04462	0.02462	0.97715	0.98989	0.91623	0.96803
157	1	3	7	0.8	7	10	0.08807	0.06523	0.11775	0.08910	0.23579	0.20645	0.22321	0.22950	0.25089	0.21954	0.23864	0.24435	0.09895	0.22235	0.11604	0.09952	0.18877	0.15521	-0.11949	0.17297
158	1	3	7	0.8	8	19	0.07992	0.06332	0.11559	0.08278	0.21892	0.21559	0.20634	0.21653	0.23292	0.22925	0.22073	0.23054	0.09426	0.21905	0.11497	0.09593	0.18140	0.03971	-0.33923	0.10284
159	1	3	7	0.8	9	1644	0.00254	0.00110	0.00946	0.00336	0.02497	0.02314	0.04179	0.02722	0.02661	0.02462	0.04475	0.02903	0.01680	0.02890	0.03288	0.01933	0.98484	0.99093	0.95916	0.98067
160	1	3	7	0.8	10	1908	0.00241	0.00115	0.00803	0.00306	0.02523	0.02421	0.04064	0.02739	0.02689	0.02576	0.04350	0.02921	0.01637	0.02955	0.03030	0.01845	0.98535	0.99063	0.96460	0.98197
161	1	3	7	0.8	11	1	0.07502	0.06743	0.08791	0.07581	0.21297	0.21235	0.18428	0.20857	0.22661	0.22580	0.19705	0.22206	0.09132	0.22607	0.10027	0.09180	0.30003	0.10622	0.27739	0.30916
162	1	3	7	0.8	12	2	0.08606	0.05888	0.10623	0.08501	0.22864	0.19977	0.21217	0.22184	0.24325	0.21246	0.22686	0.23617	0.09781	0.21125	0.11022	0.09721	0.14221	0.21635	0.15717	0.16563
163	1	3	7	0.8	13	1467	0.00310	0.00116	0.00851	0.00362	0.02830	0.02419	0.04129	0.02984	0.03016	0.02574	0.04421	0.03161	0.01857	0.02967	0.03119	0.02007	0.98164	0.99052	0.96266	0.97925
164	1	3	7	0.8	14	123	0.07420	0.06174	0.10471	0.07691	0.20940	0.20873	0.18423	0.20552	0.22282	0.22195	0.19712	0.21883	0.09082	0.21632	0.10943	0.09246	0.39367	0.18407	-0.13262	0.28674
165	1	3	7	0.8	15	10000	0.00211	0.00116	0.00624	0.00259	0.02428	0.02392	0.03950	0.02651	0.02587	0.02545	0.04226	0.02826	0.01533	0.02962	0.02671	0.01697	0.98706	0.99078	0.96962	0.98452
166	1	3	7	0.8	16	1626	0.00365	0.00120	0.01589	0.00512	0.02929	0.02504	0.04915	0.03163	0.03122	0.02665	0.05268	0.03375	0.02015	0.03018	0.04262	0.02386	0.97791	0.99037	0.92325	0.96981
167	1	3	7	0.8	17	1808	0.00273	0.00116	0.00874	0.00340	0.02602	0.02401	0.04234	0.02817	0.02774	0.02555	0.04533	0.03005	0.01743	0.02962	0.03162	0.01944	0.98347	0.99060	0.96269	0.98015
168	1	3	7	0.8	18	30	0.07851	0.06430	0.10426	0.08024	0.21602	0.21869	0.18968	0.21247	0.22981	0.23253	0.20293	0.22619	0.09342	0.22074	0.10919	0.09445	0.28474	0.04371	-0.06534	0.25452
169	1	3	7	0.8	19	1667	0.00292	0.00116	0.01079	0.00384	0.02800	0.02413	0.04316	0.02970	0.02984	0.02567	0.04623	0.03167	0.01802	0.02969	0.03513	0.02066	0.98248	0.99044	0.95348	0.97786
170	1	3	7	0.8	20	1743	0.00295	0.00118	0.01015	0.00377	0.02789	0.02465	0.04436	0.02988	0.02972	0.02623	0.04750	0.03187	0.01812	0.02988	0.03407	0.02047	0.98245	0.99039	0.95348	0.97803
171	1	3	7	0.8	21	26	0.07252	0.05826	0.09613	0.07393	0.20631	0.20877	0.18018	0.20276	0.21946	0.22196	0.19278	0.21583	0.08979	0.21012	0.10485	0.09065	0.47139	0.54277	0.30764	0.47567
172	1	3	7	0.8	22	1780	0.00377	0.00129	0.01583	0.00521	0.03010	0.02627	0.04896	0.03236	0.03208	0.02795	0.05248	0.03452	0.02048	0.03122	0.04255	0.02406	0.97725	0.98960	0.92758	0.96957
173	1	3	7	0.8	23	1832	0.00339	0.00112	0.01515	0.00481	0.02729	0.02373	0.04626	0.02960	0.02861	0.02525	0.04959	0.03159	0.01941	0.02918	0.04162	0.02313	0.97964	0.99079	0.93082	0.97201
174	1	3	7	0.8	24	1550	0.00279	0.00124	0.00972	0.00359	0.02779	0.02551	0.04325	0.02977	0.02961	0.02714	0.04631	0.03174	0.01760	0.03071	0.03334	0.01999	0.98349	0.98990	0.95702	0.97935
175	1	3	7	0.8	25	10	0.08854	0.06373	0.10628	0.08748	0.23262	0.20927	0.21281	0.22615	0.24750	0.22256	0.22754	0.24077	0.09921	0.21977	0.11025	0.09862	0.08568	0.07531	0.22363	0.11202
176	1	3	7	0.8	26	10000	0.00226	0.00116	0.00782	0.00293	0.02492	0.02413	0.04123	0.02725	0.02655	0.02568	0.04413	0.02905	0.01587	0.02959	0.02992	0.01806	0.98614	0.99093	0.96222	0.98248
177	1	3	7	0.8	27	1	0.07783	0.06379	0.11495	0.08129	0.21674	0.20723	0.20803	0.21401	0.23063	0.22038	0.22250	0.22787	0.09301	0.21988	0.11466	0.09506	0.24294	0.09064	-0.24889	0.19942
178	1	3	7	0.8	28	1929	0.00307	0.00122	0.01063	0.00393	0.02815	0.02497	0.04459	0.03014	0.03000	0.02657	0.04775	0.03215	0.01847	0.03039	0.03487	0.02089	0.98125	0.99032	0.95170	0.97669
179	1	3	7	0.8	29	1933	0.00395	0.00130	0.01791	0.00565	0.02893	0.02669	0.04857	0.03154	0.03084	0.02840	0.05208	0.03366	0.02097	0.03136	0.04526	0.02506	0.97631	0.98954	0.91356	0.96690
180	1	3	7	0.8	30	18	0.07996	0.06637	0.10058	0.08101	0.21878	0.22144	0.18568	0.21421	0.23278	0.23546	0.19865	0.22806	0.09428	0.22427	0.10725	0.09490	0.16344	-0.04115	0.15186	0.17724
181	1	3	7	0.8	31	15	0.08066	0.06406	0.10588	0.08196	0.21898	0.21307	0.19891	0.21508	0.23298	0.22658	0.21277	0.22899	0.09469	0.22035	0.11004	0.09545	0.13531	0.05089	0.05782	0.14423
182	1	3	7	0.8	32	1691	0.00288	0.00113	0.01058	0.00377	0.02607	0.02353	0.04302	0.02823	0.02778	0.02504	0.04607	0.03012	0.01789	0.02922	0.03478	0.02048	0.98295	0.99075	0.95303	0.97840
183	1	3	7	0.8	33	17	0.08424	0.06599	0.10823	0.08511	0.22435	0.22287	0.20018	0.22050	0.23869	0.23699	0.21414	0.23475	0.09677	0.22362	0.11125	0.09727	-0.07997	-0.12799	0.23476	-0.04140
184	1	3	7	0.8	34	29	0.07700	0.06271	0.10703	0.07936	0.21364	0.21488	0.19220	0.21061	0.22730	0.22848	0.20563	0.22422	0.09252	0.21801	0.11064	0.09393	0.29829	0.14834	-0.25281	0.25734
185	1	3	7	0.8	35	17	0.08833	0.06650	0.11608	0.08922	0.23420	0.21089	0.21839	0.22833	0.24919	0.22427	0.23352	0.24310	0.09909	0.22450	0.11522	0.09959	0.09887	0.02603	-0.11915	0.08938
186	1	3	7	0.8	36	2281	0.00288	0.00114	0.01201	0.00399	0.02639	0.02377	0.04379	0.02861	0.02812	0.02529	0.04692	0.03052	0.01789	0.02937	0.03705	0.02105	0.98281	0.99063	0.94691	0.97706
187	1	3	7	0.8	37	1487	0.00299	0.00117	0.00820	0.00350	0.02696	0.02401	0.04125	0.02866	0.02873	0.02554	0.04416	0.03057	0.01823	0.02973	0.03063	0.01972	0.98206	0.99048	0.96378	0.97972
188	1	3	7	0.8	38	1813	0.00340	0.00136	0.01414	0.00471	0.02945	0.02674	0.04855	0.03191	0.03138	0.02845	0.05202	0.03404	0.01945	0.03205	0.04022	0.02288	0.97934	0.98912	0.93472	0.97218
189	1	3	7	0.8	39	1488	0.00283	0.00117	0.00929	0.00355	0.02711	0.02388	0.04220	0.02889	0.02889	0.02542	0.04519	0.03082	0.01774	0.02979	0.03260	0.01987	0.98322	0.99036	0.95865	0.97969
190	1	3	7	0.8	40	25	0.08079	0.06573	0.11699	0.08397	0.21856	0.21888	0.20239	0.21618	0.23253	0.23274	0.21652	0.23016	0.09477	0.22319	0.11567	0.09661	0.14253	0.00617	-0.43514	0.06994
191	1	3	7	0.8	41	1644	0.00303	0.00121	0.01283	0.00422	0.02768	0.02482	0.04545	0.02992	0.02950	0.02641	0.04870									

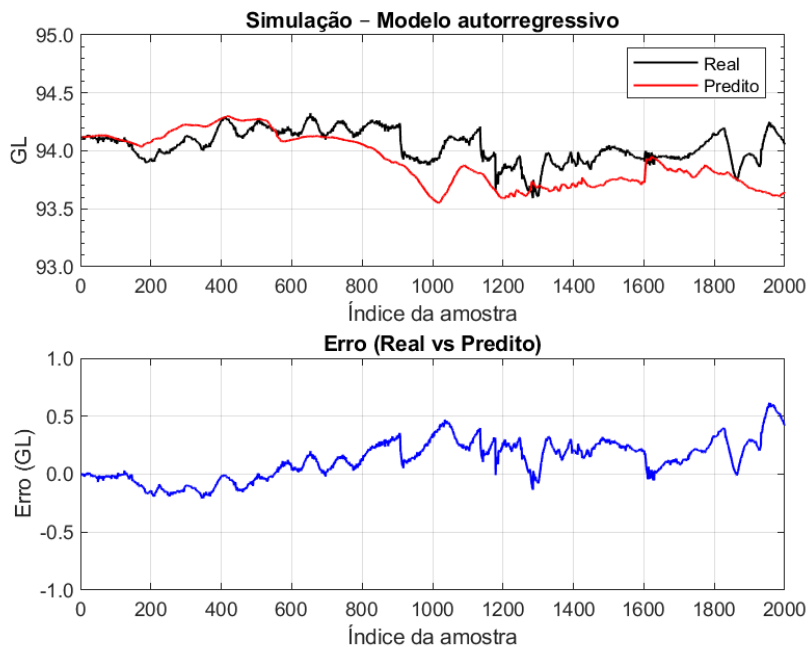
Tabela B.5 – Resultados das 50 execuções da Arquitetura 5

(Arquitetura 5:  $n_u = 1$ ,  $n_\gamma = 3$ ,  $H = 9$ ,  $\beta = 0.9$ )

ID	nu	ny	H	beta	rep	bestEp	MSE tr	MSE va	MSE te	MSE all	MAE tr	MAE va	MAE te	MAE all	MAPE tr	MAPE va	MAPE te	MAPE all	NRMSE tr	NRMSE va	NRMSE te	NRMSE all	R tr	R va	R te	R all
201	1	3	9	0.9	1	1923	0,00277	0,00123	0,01114	0,00380	0,02627	0,02490	0,04413	0,02874	0,02800	0,02650	0,04727	0,03066	0,01756	0,03054	0,03570	0,02055	0,98331	0,98988	0,95281	0,97801
202	1	3	9	0.9	2	13	0,08051	0,06175	0,10872	0,08193	0,21922	0,21204	0,20270	0,21567	0,23324	0,22550	0,21683	0,22962	0,09460	0,21633	0,11151	0,09543	0,14796	0,09598	0,17360	0,16420
203	1	3	9	0.9	3	1	0,08135	0,06463	0,10047	0,08171	0,22015	0,21070	0,19666	0,21520	0,23422	0,22406	0,21033	0,22911	0,09509	0,22131	0,10719	0,09531	0,14348	0,08265	0,19043	0,17178
204	1	3	9	0.9	4	1638	0,00270	0,00118	0,01074	0,00368	0,02568	0,02429	0,04390	0,02821	0,02737	0,02585	0,04702	0,03009	0,01731	0,02985	0,03505	0,02021	0,98373	0,99033	0,95349	0,97862
205	1	3	9	0.9	5	1428	0,00294	0,00125	0,00759	0,00338	0,02857	0,02566	0,04123	0,03003	0,03044	0,02730	0,04413	0,03202	0,01808	0,03074	0,02846	0,01940	0,98220	0,99002	0,96593	0,98012
206	1	3	9	0.9	6	15	0,08041	0,06294	0,10485	0,08146	0,21874	0,21622	0,19430	0,21469	0,23273	0,22992	0,20786	0,22858	0,09455	0,21841	0,10950	0,09516	0,15625	0,09933	0,21847	0,18810
207	1	3	9	0.9	7	25	0,07805	0,05999	0,10383	0,07781	0,21245	0,20760	0,19583	0,20923	0,22605	0,22076	0,20948	0,22277	0,09195	0,21322	0,10897	0,09301	0,33388	0,25535	0,14411	0,33424
208	1	3	9	0.9	8	21	0,08090	0,06614	0,11321	0,08353	0,22041	0,22005	0,20077	0,21741	0,23449	0,23398	0,21479	0,23146	0,09483	0,22388	0,11379	0,09636	0,12644	-0,16473	-0,49137	0,04985
209	1	3	9	0.9	9	21	0,07990	0,06307	0,11112	0,08206	0,21665	0,21689	0,19560	0,21352	0,23049	0,23062	0,20927	0,22732	0,09424	0,21863	0,11273	0,09551	0,17084	0,13277	-0,24560	0,13112
210	1	3	9	0.9	10	1570	0,00245	0,00111	0,00872	0,00319	0,02529	0,02379	0,04105	0,02743	0,02695	0,02532	0,04395	0,02925	0,01652	0,02902	0,03159	0,01884	0,98530	0,99089	0,96063	0,98152
211	1	3	9	0.9	11	10000	0,00218	0,00114	0,00685	0,00272	0,02437	0,02364	0,03961	0,02655	0,02597	0,02515	0,04238	0,02831	0,01556	0,02943	0,02798	0,01740	0,98668	0,99095	0,96783	0,98377
212	1	3	9	0.9	12	23	0,08303	0,06724	0,11924	0,08609	0,22224	0,22319	0,20868	0,22035	0,23646	0,23733	0,22324	0,23460	0,09607	0,22574	0,11678	0,09783	0,15142	-0,19468	-0,51309	-0,07115
213	1	3	9	0.9	13	18	0,07489	0,06071	0,09811	0,07625	0,21047	0,20994	0,18821	0,20705	0,22394	0,22325	0,20134	0,22045	0,09124	0,21451	0,10593	0,09207	0,37500	0,20193	0,36370	0,37995
214	1	3	9	0.9	14	10000	0,00212	0,00113	0,00625	0,00259	0,02472	0,02370	0,03899	0,02671	0,02633	0,02522	0,04171	0,02847	0,01534	0,02930	0,02674	0,01697	0,98704	0,99097	0,96981	0,98453
215	1	3	9	0.9	15	1674	0,00285	0,00123	0,01004	0,00369	0,02817	0,02535	0,04369	0,03007	0,03001	0,02697	0,04679	0,03207	0,01779	0,03057	0,03388	0,02024	0,98294	0,98998	0,95833	0,97858
216	1	3	9	0.9	16	11	0,10226	0,07423	0,10390	0,09831	0,24785	0,22680	0,21529	0,23981	0,26368	0,24120	0,23016	0,25528	0,10662	0,23719	0,10901	0,10454	-0,08025	-0,02535	0,28514	-0,01775
217	1	3	9	0.9	17	1523	0,00392	0,00137	0,01443	0,00512	0,03104	0,02680	0,04870	0,03305	0,03308	0,02852	0,05218	0,03526	0,02088	0,03228	0,04062	0,02385	0,97672	0,98881	0,93202	0,97037
218	1	3	9	0.9	18	1764	0,00278	0,00128	0,00699	0,00319	0,02704	0,02594	0,04137	0,02903	0,02882	0,02760	0,04426	0,03095	0,01759	0,03114	0,02828	0,01883	0,98304	0,98960	0,96681	0,98114
219	1	3	9	0.9	19	21	0,08822	0,07250	0,12007	0,09065	0,22914	0,22991	0,20926	0,22627	0,24376	0,24447	0,22385	0,24088	0,09903	0,23440	0,11719	0,10038	-0,17519	-0,38355	-0,60810	-0,24705
220	1	3	9	0.9	20	17	0,09096	0,07522	0,12963	0,09440	0,23626	0,22992	0,17131	0,23246	0,25135	0,24448	0,23245	0,24748	0,10056	0,23876	0,12176	0,10244	-0,08376	-0,23837	-0,57961	-0,15292
221	1	3	9	0.9	21	23	0,08165	0,06386	0,11222	0,08357	0,22025	0,21639	0,20167	0,21688	0,23432	0,23010	0,21574	0,23090	0,09527	0,21999	0,11329	0,09638	0,08067	0,00707	-0,48051	0,03842
222	1	3	9	0.9	22	1483	0,00291	0,00114	0,01220	0,00404	0,02683	0,02411	0,04514	0,02917	0,02859	0,02565	0,04835	0,03112	0,01800	0,02941	0,03735	0,02120	0,98276	0,99069	0,94419	0,97672
223	1	3	9	0.9	23	10000	0,00231	0,00115	0,00679	0,00281	0,02577	0,02430	0,03999	0,02768	0,02745	0,02586	0,04278	0,02951	0,01604	0,02954	0,02788	0,01768	0,98582	0,99099	0,96689	0,98315
224	1	3	9	0.9	24	21	0,08232	0,06196	0,11251	0,08380	0,22281	0,20831	0,20962	0,21865	0,23704	0,22154	0,22419	0,23279	0,09566	0,21669	0,11343	0,09652	0,08869	0,09083	-0,09680	0,08754
225	1	3	9	0.9	25	1328	0,00273	0,00119	0,00909	0,00345	0,02660	0,02432	0,04256	0,02866	0,02835	0,02588	0,04557	0,03056	0,01742	0,02999	0,03224	0,01959	0,98369	0,99024	0,96036	0,98009
226	1	3	9	0.9	26	1638	0,00292	0,00120	0,00923	0,00361	0,02873	0,02527	0,04352	0,03043	0,03062	0,02688	0,04659	0,03245	0,01803	0,03018	0,03250	0,02004	0,98230	0,99045	0,95727	0,97878
227	1	3	9	0.9	27	1394	0,00303	0,00126	0,00953	0,00374	0,02864	0,02543	0,04398	0,03046	0,03052	0,02706	0,04708	0,03249	0,01836	0,03087	0,03302	0,02039	0,98196	0,98967	0,95857	0,97850
228	1	3	9	0.9	28	18	0,07819	0,05979	0,10520	0,07948	0,21606	0,20980	0,19703	0,21227	0,22988	0,22310	0,21077	0,22599	0,09323	0,21286	0,10969	0,09400	0,30714	0,38885	0,27057	0,34111
229	1	3	9	0.9	29	48	0,07732	0,05813	0,09680	0,07737	0,21568	0,20241	0,17779	0,20801	0,22952	0,21528	0,19023	0,22149	0,09271	0,20990	0,10522	0,09274	0,24499	0,24857	0,22546	0,28577
230	1	3	9	0.9	30	1859	0,00233	0,00115	0,00644	0,00277	0,02546	0,02400	0,03999	0,02742	0,02713	0,02554	0,04279	0,02924	0,01609	0,02957	0,02714	0,01755	0,98581	0,99058	0,97138	0,98366
231	1	3	9	0.9	31	27	0,07598	0,05999	0,10079	0,07730	0,21072	0,21141	0,18081	0,20634	0,22418	0,22478	0,19347	0,21966	0,09190	0,21323	0,10736	0,09270	0,29267	0,35556	0,04541	0,29075
232	1	3	9	0.9	32	10000	0,00190	0,00113	0,00499	0,00225	0,02331	0,02327	0,03740	0,02542	0,02483	0,02476	0,03999	0,02710	0,01453	0,02929	0,02389	0,01581	0,98838	0,99089	0,97533	0,98655
233	1	3	9	0.9	33	10000	0,00216	0,00114	0,00633	0,00263	0,02463	0,02391	0,03912	0,02669	0,02623	0,02544	0,04185	0,02846	0,01548	0,02941	0,02691	0,01710	0,98680	0,99100	0,96973	0,98427
234	1	3	9	0.9	34	58	0,06581	0,05432	0,09110	0,06788	0,19749	0,19248	0,17840	0,19387	0,21017	0,20470	0,19086	0,20645	0,08553	0,20290	0,10207	0,08687	0,53648	0,36704	0,38036	0,52099
235	1	3	9	0.9	35	26	0,08188	0,06183	0,11142	0,08331	0,22093	0,21412	0,20136	0,21697	0,23504	0,22768	0,21541	0,23099	0,09541	0,21648	0,11289	0,09623	0,07550	0,17109	-0,18054	0,06301
236	1	3	9	0.9	36	10000	0,00199	0,00116	0,00453	0,00225	0,02448	0,02394	0,03708	0,02629	0,02607	0,02547	0,03984	0,02802	0,01488	0,02967	0,02277	0,01581	0,98781	0,99068	0,97760	0,98653
237	1	3	9	0.9	37	1414	0,00343	0,00119	0,01147	0,00430	0,02877	0,02476	0,04394	0,03044	0,03066	0,02634	0,04707	0,03248	0,01952	0,03003	0,03622	0,02186	0,97958	0,99024	0,94992	0,97523
238	1	3	9	0.9	38	1903	0,00341	0,00126	0,01487	0,00481	0,02838	0,02634	0,04720	0,03090	0,03024	0,02803	0,05059	0,03296	0,01948	0,03095	0,04124	0,02312	0,97916	0,99022	0,92630	0,97129
239	1	3	9	0.9	39	1303	0,00346	0,00128	0,01573	0,00497	0,02890	0,02578	0,04688	0,03113	0,03080	0,02742	0,05026	0,03321	0,01960	0,03110	0,04242	0,02351	0,97956	0,98951	0,92786	0,97154
240	1	3	9	0.9	40	18	0,08425	0,06504	0,11627	0,08618	0,22518	0,22016	0,21143	0,22236	0,23957	0,23412	0,22616	0,23674	0,09678	0,22202	0,11532	0,09788	-0,13062	-0,34884	-0,27265	-0,17657
241	1	3	9	0.9	41	54	0,07822	0,06783	0,10817	0,08115	0,21601	0,22137	0,18853	0,21269	0,22985	0,23536	0,20171	0,22645	0							

## APÊNDICE C – RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DO MODELO NARX EM MODO AUTORREGRESSIVO

Figura C.1 – Simulação do medidor virtual em modo autorregressivo



Fonte: Elaborado pelo autor.